2 Fahrdynamik

Die Fahrdynamik von Kraftfahrzeugen wird klassisch getrennt nach den drei verschiedenen translatorischen Bewegungsfreiheitsgraden des Fahrzeugaufbaus betrachtet (**Bild 1-15**). Bei Untersuchung der Bewegungsvorgänge in Fahrzeuglängsrichtung, also Antreiben und Bremsen, spricht man von der Längsdynamik des Fahrzeugs. Hierbei sind vor allem die Fahrwiderstände mit dem daraus resultierenden Leistungs- und Energiebedarf des Fahrzeugantriebs Gegenstand der Untersuchungen. Weiterhin von Interesse bei Betrachtung der Fahrzeuglängsdynamik sind die Brems- und Traktionseigenschaften auch auf verschiedenen Fahrbahnbelägen und -zuständen.

Der zweite Bewegungsfreiheitsgrad des Fahrzeugs in horizontaler Ebene, die Bewegungen quer zur Fahrzeuglängsachse, wird durch den Begriff Querdynamik zusammengefasst. Beschrieben werden hierbei vor allem Vorgänge, die die Fahrstabilität, das Kurvenverhalten und die Spurführung bzw. Kurshaltung generell betreffen. Von großer Bedeutung sind diese Untersuchungen heute besonders bei der Auslegung von Fahrerassistenz- und Fahrdynamikregelsystemen. Hauptaugenmerk liegt dabei auf dem Zusammenspiel und der gemeinsamen Abstimmung der einzelnen Fahrwerkkomponenten wie Reifen, Federung, Lenkergeometrien und Elastokinematik.

Das Schwingungsverhalten des Aufbaus in Richtung der Fahrzeughochachse wird als Vertikaldynamik bezeichnet. Hierbei geht es vor allem um die Abstimmung des Federungs- und Dämpfungsverhaltens, um einerseits die Aufbaubeschleunigungen gering zu halten und somit den Fahrkomfort für die Insassen zu erhöhen, auf der anderen Seite aber ebenfalls durch Reduktion der dynamischen Vertikallastschwankungen an allen vier Rädern die Fahrsicherheit zu verbessern.

2.1 Fahrwiderstände und Energiebedarf

Bei der Auslegung des Antriebsstrangs eines Fahrzeugs ist die genaue Kenntnis der während des Fahrbetriebs auftretenden Fahrwiderstände von großer Bedeutung. Der Energie- bzw. Leistungsbedarf und damit der Kraftstoffverbrauch sowie das Beschleunigungsvermögen werden hierdurch festgelegt.

2.1.1 Fahrwiderstände

Man unterscheidet zwischen Fahrwiderständen bei stationärer sowie bei instationärer Fahrt. Im stationären Fall, also bei Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit treten Rad-, Luft- und Steigungswiderstände auf. Im instationären Fall beschleunigter Fahrt kommen Widerstandskräfte aufgrund der Massenträgheiten des Fahrzeugs hinzu. Die stationären Fahrwiderstände wirken hier weiter. Der vom Antrieb des Fahrzeugs zu überwindende Gesamtfahrwiderstand F entspricht einer Bedarfskraft F_{Bed}, die an den angetriebenen Rädern des Fahrzeugs zur Verfügung gestellt werden muss, damit die Fahrt in dem entsprechenden Betriebszustand ermöglicht werden kann:

$$F = F_{\mathrm{Bed}} = F_{\mathrm{L}} + 4 \cdot F_{\mathrm{R}} + F_{\mathrm{St}} + F_{\mathrm{C}} \tag{2.1}$$

mit den Anteilen:

- Gesamtfahrwiderstand F,
- Bedarfskraft der Antriebsräder F_{Bed},
- Luftwiderstand F_{L},
- Radwiderstand eines Rades F_{R},
- Steigungswiderstand F_{St},
- Beschleunigungswiderstand F_{C}.

Nachfolgend werden die vier Fahrwiderstände im Einzelnen detaillierter betrachtet.

2.1.1.1 Radwiderstände

Der Radwiderstand F_{R} fasst die am rollenden Rad entstehenden Widerstandskräfte $F_{\mathrm{R,i}}$ zusammen. Der Gesamtradwiderstand $\mathrm{F_R}$ setzt sich aus den folgenden Anteilen zusammen:

- Anteil des Reifens (Rollwiderstand) $F_{\mathrm{R,T}}$,
- Anteil durch die Fahrbahn $F_{\mathrm{R,Tr}}$,
- Anteil durch Schräglauf $F_{\mathrm{R},\alpha}$,
- Anteil durch Lagerreibung und Restbremsmomente $F_{\mathrm{R,fr}}$.

Gemäß den vorausgegangenen Betrachtungen berechnet sich der Gesamtradwiderstand F_{R} aus der Summe seiner Teilwiderstände:

$$F_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{R,T}} + F_{\mathrm{R,Tr}} + F_{\mathrm{R},\alpha} + F_{\mathrm{R,fr}} \tag{2.2}$$

Der Reifen-Rollwiderstand $F_{\mathrm{R,T}}$ seinerseits setzt sich wiederum aus den Anteilen

- Walkwiderstand $F_{\mathrm{R,T,Walk}}$,
- Lüfterwiderstand $F_{\mathrm{R,T,L}}$ und
- Reibungswiderstand $F_{\mathrm{R,T,fr}}$

zusammen [1].

Für den Reifen-Rollwiderstand $F_{\mathrm{R,T}}$ ergibt sich daher:

$$F_{\mathrm{R,T}} = F_{\mathrm{R,T,Walk}} + F_{\mathrm{R,T,L}} + F_{\mathrm{R,T,fr}} \tag{2.3}$$

Bei Geradeausfahrt auf trockener Straße – Grundlage der meisten Fahrwiderstandsberechnungen – kann der Radwiderstand F_R dem Reifen-Rollwiderstand $F_{R,T}$ gleichgesetzt werden [1], da einerseits die Lagerreibwiderstände vergleichsweise gering ausfallen und andererseits davon ausgegangen wird, dass sich weder die Fahrbahn plastisch verformt noch das Rad unter Einfluss von Schräglauf- oder Sturzwinkel läuft.
Die Anteile des Gesamtradwiderstandes F_R werden nachfolgend detaillierter beleuchtet.

Anteil des Reifens $F_{R,T}$
Rollt das luftbereifte Rad auf einer idealen Fahrbahn (eben und trocken) im Geradeauslauf, so entsteht eine Widerstandskraft entgegen der Laufrichtung [1]. Diese Widerstandskraft wird als Reifen-Rollwiderstand $F_{R,T}$ bezeichnet.
Die Rollwiderstandskraft $F_{R,T}$ des Reifens hängt im wesentlichen von seinem konstruktiven Aufbau und den Werkstoffeigenschaften ab.

Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$
Auf befestigten Straßen ergibt sich der Rollwiderstand fast ausschließlich aus der Walkverlustarbeit des Reifens [2]. Er beträgt ca. 80 bis 95 % des Gesamtradwiderstands [3]. Maßgebend sind hierbei die Walkamplitude, bestimmt durch die Einfederung s_T, die Radlast $F_{Z,W}$ und den Innendruck p_T sowie die Walkfrequenz, bestimmt durch die Radumfangsgeschwindigkeit v_W [4].
Hauptursache für die Entstehung des Rollwiderstands aus der Walkverlustarbeit sind dabei die viskoelastischen Eigenschaften des Reifengummis, vergleichbar mit denen eines mechanischem Feder-Dämpfer-Systems: Nach Verformung kehrt ein viskoelastischer Körper zwar in seine Ursprungsform zurück, benötigt hierfür jedoch eine gewisse Zeit. Dieses Phänomen wird als „Hysterese" bezeichnet. (Hysterese: *Wirkungsfortdauer nach Beendigung der Ursache* [3]). Dieser zeitliche Verzug der Verformungsrückstellung ist direkt an einen Energieverlust gekoppelt [3].
Die viskoelastischen Eigenschaften der Gummi-Werkstoffe sind auf der anderen Seite aber hauptverantwortlich für gute Haftungseigenschaften eines Reifens auf der Fahrbahnoberfläche. Daher muss für jeden Reifen ein Kompromiss zwischen geringem Rollwiderstand einerseits und guten Kraftübertragungscharakteristiken andererseits gefunden werden.
Unter Einwirkung äußerer Kräfte verformt sich ein Reifen. Rollt das Rad unter dieser Belastung mit der Drehzahl ω, wiederholt sich der Vorgang des Ein- und Ausfederns kontinuierlich für jeden Punkt des Reifenumfangs. Zur Veranschaulichung dient das Radersatzmodell aus **Bild 2-1**, dessen Umfang durch lineare Feder-Dämpfer-Elemente gegen die Felge abgestützt ist. Zusätzlich kann man sich auch den Reifengürtel aus Elementarfedern und -dämpfern zusammengesetzt vorstellen. Diese Feder-Dämpfer-Elemente repräsentieren die viskoelastischen Hysterese Eigenschaften des Reifengummis sowie seines Strukturaufbaus [1].

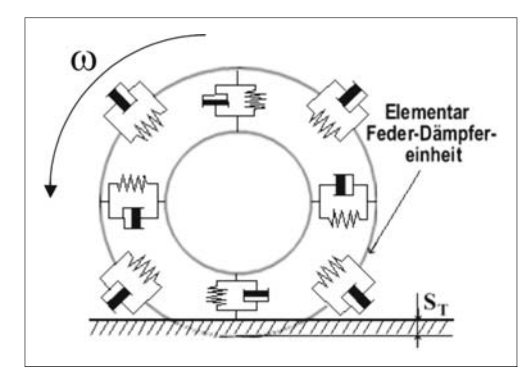


Bild 2-1: Radersatzmodell zur Darstellung der viskoelastischen Feder-Dämpfereigenschaften der Reifenstruktur [1]

Beim Umlauf des Ersatzmodells mit der Drehzahl ω wird in jedem „Elementar-Schwingungsdämpfer" ein Teil der Einfederungsarbeit aufgrund der viskoelastischen Werkstoffeigenschaften als Dämpfungsarbeit in Wärme umgewandelt. Im Gegensatz zur elastischen Verformungsarbeit, die beim Reifenausfedern zurückgewonnen wird, muss die irreversible Umwandlung der Dämpfungsarbeit in Wärme als Verlust gewertet werden. Der dadurch hervorgerufene Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$ des Reifens entspricht dem Quotienten aus geleisteter Dämpfungsarbeit $W_{D,T,Walk}$ und zurückgelegter Wegstrecke s_T:

$$F_{R,T,Walk} = \frac{W_{D,T,Walk}}{s_T} \tag{2.4}$$

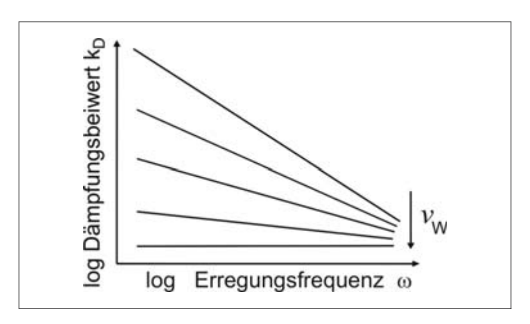


Bild 2-2: Dämpfungsbeiwerte in Abhängigkeit von der Erregungskreisfrequenz und der Fahrgeschwindigkeit [1]

Im Allgemeinen weist bei der Gegenüberstellung von Reifen aus gleichen Lagenmaterialien, der Reifen mit der größeren Lagenzahl die höhere Dämpfung k_D auf, da die Relativbewegungen der Lagen gegeneinander Dämpfungsarbeit und somit Wärme erzeugen.
Untersuchungen zur Reifendämpfung k_D bei verschiedenen Rollgeschwindigkeiten v_W haben ergeben, dass der Dämpfungsbeiwert k_D mit steigender Geschwindigkeit v_W abnimmt (**Bild 2-2**) [1].
Diesem walkwiderstandsenkenden Effekt überlagert sich allerdings bei steigender Geschwindigkeit v_W eine entgegengesetzte Wirkung: Die Einfederung s_T sowie die Verzwängung der Profilstollen im Reifenlatsch des unter Last rollenden Rades verursachen wegen der mit der Geschwindigkeit zunehmenden Bedeutung der Massenkräfte ein Nachschwingen des Reifengürtels C_R auf der Latschaustrittsseite. Dieses Phänomen wird als Deformationswellenbildung bezeichnet. Das Abklingen dieser Schwingung infolge der Reifendämpfung k_D erzeugt Wärme, wodurch der Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$ weiter zunimmt (**Bild 2-3**).

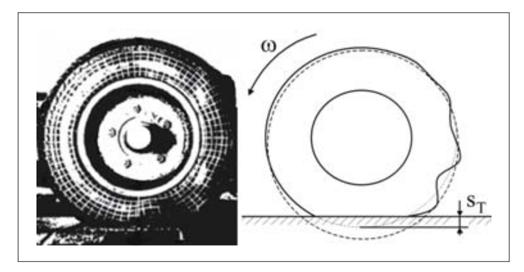


Bild 2-3: Deformationswellenbildung [1]

Der Vorgang der Ausbildung der Deformationswelle außerhalb der Reifenaufstandsfläche überwiegt dabei den Effekt der sinkenden Reifendämpfung k_D in seinem Einfluss auf den geschwindigkeitsabhängigen Verlauf des Walkwiderstands $F_{R,T,Walk}$. Er steigt mit zunehmender Geschwindigkeit mit geringer Steigung linear an, um ab etwa 35 m/s Fahrgeschwindigkeit stark progressiv zuzunehmen. Der Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$ ist, wie bereits erwähnt, der wesentlichste Teil des Reifenrollwiderstandes $F_{R,T}$ [1].

Reibwiderstand $F_{R,T,fr}$

In dem in **Bild 2-1** gezeigten Radersatzmodell durchlaufen die Feder-Dämpfer-Elemente des Laufstreifens den Reifenlatsch. Dabei wird der Kreisbogenabschnitt des Reifenumfangs auf die Länge seiner Sehne, die Aufstandsflächenlänge, gestaucht. Dadurch kommt es im Reifenlatsch zu Relativbewegungen zwischen Fahrbahn und Laufstreifen, dem so genannten Teilgleiten, sowohl in Längs- als auch in Querrichtung. Dieses Teilgleiten verursacht Abrieb. Dabei wird Energie umgesetzt, die vom Antrieb als zusätzlicher Reibwiderstand $F_{R,T,fr}$ überwunden werden muss [1].

Lüfterwiderstand $F_{R,T,L}$

Die Luftwiderstandskraft F_L, die auf einen sich in einem Fluid (Gas oder Flüssigkeit) bewegenden Körper einwirkt, nimmt mit dem Quadrat der Relativgeschwindigkeit v_{Rel} zwischen Körper und dem ihn umgebendem Medium zu.

$$F_L \sim v_{Rel}^2 \tag{2.5}$$

Gleiches gilt für einen Reifen. Durch die Abrollbewegung des Reifens während der Fahrt ergeben sich Strömungsverluste, die jedoch sinnvoller Weise nur im Zusammenhang mit der Luftumströmung des gesamten Fahrzeugs betrachtet werden. Sie werden deshalb meist dem Gesamtluftwiderstand zugeschlagen.

Rollwiderstandsbeiwert k_R

Der durch den Reifen verursachte Rollwiderstand $F_{R,T}$ ist zusammenfassend die Summe aus Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$, Reibwiderstand $F_{R,T,fr}$ und Lüfterwiderstand $F_{R,T,L}$.

$$F_{R,T} = F_{R,T,Walk} + F_{R,T,L} + F_{R,T,fr} \tag{2.6}$$

Diese Zusammenfassung ist zweckmäßig, da die einzelnen Anteile von Walk- und Reibwiderstand in der Praxis ohnehin nicht getrennt gemessen werden können.
Im Allgemeinen wird der gesamte Radwiderstand F_R dem Reifenrollwiderstand $F_{R,T}$ gleichgesetzt:

$$F_R \approx F_{R,T} \tag{2.7}$$

Angesichts eines nahezu linearen Verlaufs der Rollwiderstandskraft F_R über der Radlast $F_{Z,W}$ kann eine lastbezogene Kennzahl definiert werden, der dimensionslose Rollwiderstandsbeiwert k_R:

$$k_R = \frac{F_R}{F_{Z,W}} \tag{2.8}$$

$$F_{R,T} = k_{R,T} \cdot F_{Z,W} \approx F_R = k_R \cdot F_{Z,W} \tag{2.9}$$

Im Rahmen üblicher Berechnungen wird dieser Rollwiderstandsbeiwert k_R als konstant über Radlast $F_{Z,W}$ und Fahrgeschwindigkeit v_W angenommen. Die genauere Betrachtung verdeutlicht, dass sowohl eine Last-, eine Innendruck-, eine Zeit-, eine Temperatur- als auch eine Geschwindigkeitsabhängigkeit vorliegen. **Bild 2-4** zeigt einen degressiv ansteigenden Verlauf der Rollwiderstandskraft F_R über der Radlast $F_{Z,W}$ für einen Radialreifen.
Daraus resultiert ein mit steigender Radlast $F_{Z,W}$ sinkender Rollwiderstandsbeiwert k_R, (**Bild 2-5**). In diesem Bild ist auch der Einfluss des Reifendruckes p_T auf den Rollwiderstandsbeiwert k_R dargestellt. Es ergibt sich ein mit steigendem Luftdruck p_T sinkender Rollwiderstandskoeffizient k_R. Der Grund hierfür ist

folgender: Da erhöhter Innendruck p_T zu einer Versteifung des Reifens führt, nimmt die Einfederung bei gleich bleibender Radlast $F_{Z,W}$ ab. Dies verringert gleichzeitig die zur Drehung des Rades aufzuwendende Walkarbeit und reduziert wegen der kleineren Reifenlatschfläche ebenfalls den Reibwiderstandsanteil [1].

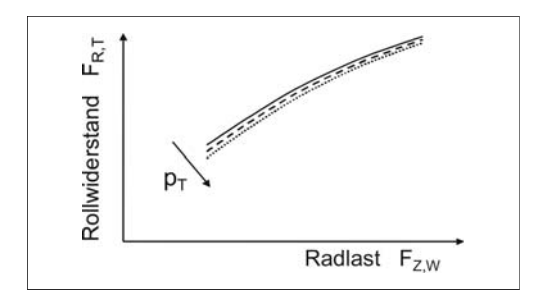


Bild 2-4: Abhängigkeit der Reifenrollwiderstandskraft von der Radlast und dem Reifenfülldruck p_T

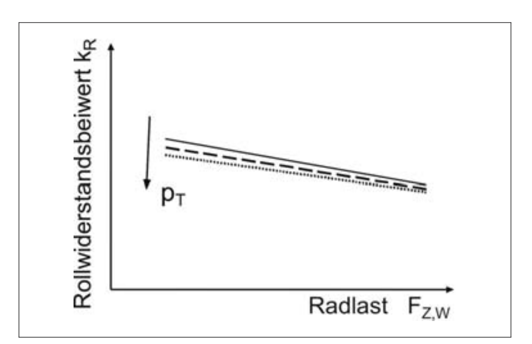


Bild 2-5: Rollwiderstandsbeiwert von Radialreifen als Funktion von der Radlast $F_{Z,W}$ und dem Innendruck p_T

Im direkten Zusammenhang mit der Innendruckabhängigkeit des Rollwiderstandsbeiwertes k_R stehen sowohl der Einfluss der Reifentemperatur θ_T als auch dessen Abhängigkeit von Fahrtzeit t_T und Fahrtstrecke s_T. Infolge der viskoelastischen Walkarbeit und der damit verbundenen Umwandlung von Antriebsenergie in Wärme heizen sich die Reifenstruktur und die eingeschlossene Druckluft mit zunehmender Fahrtzeit t_T und -strecke s_T auf. Dies führt sowohl zu einer Zunahme des Innendrucks p_T als auch der Reifentemperatur θ_T. Da mit zunehmendem Innendruck p_T des Reifens der Rollwiderstandsbeiwert k_R abnimmt, führt auch eine Steigerung der Reifentemperatur θ_T (bei ungeregeltem Fülldruck!) zu sinkendem Rollwiderstand (**Bild 2-6**).

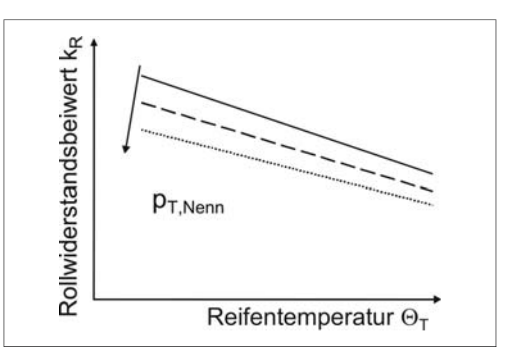


Bild 2-6: Zusammenhang zwischen Rollwiderstandsbeiwert k_R und Reifentemperatur mit Einfluss des Nenn-Innendrucks $p_{T,Nenn}$

Je nach Betriebszustand, charakterisiert durch Radlast $F_{Z,W}$, Fahrgeschwindigkeit v_W, (im kalten Zustand eingestellten) Reifen-Nenndruck $p_{T,Nenn}$ und Umgebungstemperatur θ_U stellt sich nach einer bestimmten Fahrtzeit t_T bzw. Fahrtstrecke s_T ein Gleichgewicht zwischen zugeführtem Wärmestrom (Walkarbeit) und abgeführtem Wärmestrom ein:

$$\dot{Q}_{zu} = \frac{\mathrm{d}W_{D,T,Walk}}{\mathrm{d}t} = \dot{Q}_{ab} \qquad (2.10)$$

Die Wärmeabfuhr erfolgt dabei über die Straße, die Felge und die Umgebungsluft bzw. den Kühlluftstrom des Fahrtwindes. Dieser Gleichgewichtszustand führt dazu, dass sich bei Konstantfahrt ebenfalls ein konstanter Rollwiderstandsbeiwert k_R, ein konstanter Innendruck p_T und eine konstante Reifentemperatur θ_T ausbilden. Diese sind charakteristisch für den Reifen in dem jeweiligen Betriebszustand (siehe **Bild 2-7**).

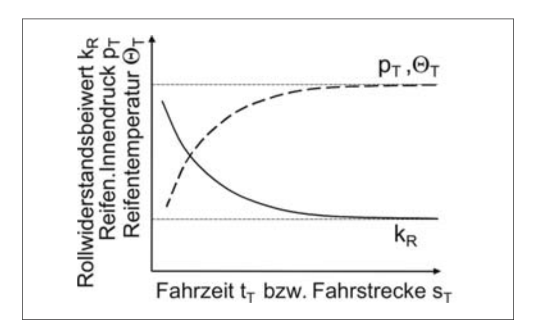


Bild 2-7: Einfluss von Fahrtzeit und Fahrstrecke auf Rollwiderstand, Reifentemperatur und Reifeninnendruck

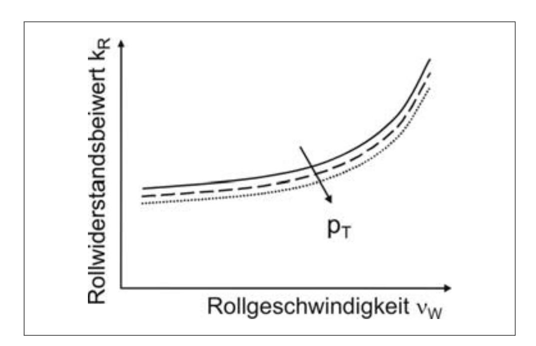


Bild 2-8: Zusammenhang zwischen Rollwiderstandsbeiwert und Rollgeschwindigkeit mit Einfluss des Reifeninnendrucks p_T

Bei messtechnischer Bestimmung des Reifen-Rollwiderstands ist es von großer Bedeutung, zunächst eine Konditionierungsphase zu durchlaufen, nach der sich der jeweilige Gleichgewichtszustand eingestellt hat. Sonst ergibt sich ein verfälschtes Messergebnis.

Den Geschwindigkeitseinfluss auf den Rollwiderstandsbeiwert k_R gibt **Bild 2-8** wieder.

Der zunächst nur langsam steigende Verlauf des Rollwiderstandsbeiwertes k_R mit zunehmender Rollgeschwindigkeit v_W ist auf die mit der Geschwindigkeit wachsende Auswirkung der Deformationswellenbildung (**Bild 2-3**) auf den Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$ und somit den gesamten Rollwiderstand F_R zurückzuführen. Der Einfluss des mit zunehmender Rollgeschwindigkeit v_W kleiner werdenden Reifendämpfungsbeiwerts k_D auf den Gesamtrollwiderstand F_R wird durch den Effekt der Deformationswellenbildung überkompensiert.

Der Zusammenhang zwischen Fahrgeschwindigkeit v_W und Rollwiderstandsbeiwert k_R kann rechentechnisch durch ein Polynom 4. Ordnung angenähert werden [1, 2]:

$$k_R = k_{R0} + k_{R1} \cdot \left(\frac{v_W}{100 \text{ km/h}} \right) + k_{R4} \cdot \left(\frac{v_W}{100 \text{ km/h}} \right)^4 \qquad (2.11)$$

Bei niedrigen Geschwindigkeiten $v_W < 80$ km/h entspricht k_R in etwa dem Wert k_{R0}. Dieser liegt im Allgemeinen bei $k_{R0} \approx 0{,}01$.

Typische Rollwiderstandsbeiwerte k_R und deren Streuband für verschiedene Typen von Pkw-Radial- sowie Diagonalreifen in Abhängigkeit der Fahrgeschwindigkeit v_W zeigt das **Bild 2-9**.

Neue rollwiderstandsoptimierte Reifen erreichen im unteren Geschwindigkeitsbereich durchaus Werte von $k_R = 0{,}008$. Bei höheren Geschwindigkeiten um v_W = 150 km/h werden dagegen bereits Werte von k_R = 0,017 erreicht [4].

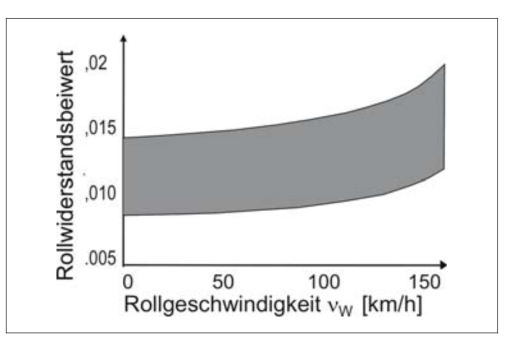


Bild 2-9: Streuband Rollwiderstandsbeiwerte in Abhängigkeit der Fahrgeschwindigkeit für Pkw-Radial- und Diagonalreifen [4]

Der Rollwiderstandsbeiwert k_R von Fahrzeugreifen ist im Laufe der letzten 120 Jahre deutlich reduziert worden. **Bild 2-10** zeigt diese Entwicklung für Pkw- und Lkw-Reifen. Zum Vergleich ist der Rollwiderstandsbeiwert k_R von Eisenbahnrädern aufgetragen.

Spezialreifen für Verbrauchswettfahrten beispielsweise liegen heute auf dem Niveau von Eisenbahnstahlrädern ($k_R \approx 0{,}001$) [3].

Reifenrollwiderstände $F_{R,T}$ bzw. deren Beiwerte $k_{R,T}$ werden auf speziellen Prüfständen experimentell ermittelt.

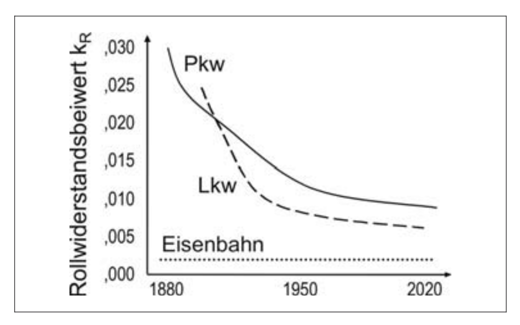


Bild 2-10: Entwicklung der Rollwiderstandsbeiwerte k_R von Reifen im Laufe der letzten 120 Jahre [3]

Im Allgemeinen handelt es sich hierbei um Außentrommel-Reifenprüfstände mit Durchmessern von 1,5 m bis 3,0 m. Die Prüftrommeln verfügen dabei über glatte bzw. definiert texturierte Laufbahnen. Neben der Umgebungstemperatur θ_U sind die thermische Konditionierung, die Aufwärmphase sowie die Prüfgeschwindigkeiten v_W exakt festgelegt. Der Reifendruck p_T wird nicht reguliert. Daher kommt der Aufwärmphase eine hohe Bedeutung zu. Es können vier verschiedene Rollwiderstandsmessverfahren angewendet werden:

- Kraftmessung in der Radnabe,
- Verzögerungsmessung,

- Messung des Trommel-Antriebsmoments sowie
- Messung der Leistungsaufnahme der Trommel-Antriebsmaschine.

Die Messverfahren sind nach ISO 8767 für Pkw-Reifen und nach ISO 9948 für Transporter-, Lkw- und Busreifen genormt [5]. Weitere Rollwiderstandsmessprozeduren sind in den SAE-Normen J 1269 und J 2452 definiert [6].

2.1.1.2 Anteil der Fahrbahn $F_{R,Tr}$

Nach Gl. (2.1) trägt neben dem Reifen auch die Fahrbahn zum Radrollwiderstand F_R bei. Ursache hierfür sind zusätzliche Walk-, Reibungs-, Verdichtungs- und Verdrängungswiderstände durch unebene, nasse und plastische verformbare Fahrbahnen. Für den zusätzlichen Radwiderstand durch Fahrbahneinfluss kann daher geschrieben werden:

$$F_{R,Tr} = F_{R,U} + F_{R,pl} + F_{R,Schwall} \tag{2.12}$$

mit den Anteilen:

- unebene Fahrbahn $F_{R,U}$,
- plastische verformbare Fahrbahn $F_{R,pl}$ und
- Schwallwiderstand $F_{R,Schwall}$.

Auf diese Anteile wird im Folgenden eingegangen.

Widerstand durch unebene Fahrbahn $F_{R,U}$
Kleine Fahrbahnunebenheiten werden vom Reifen aufgefangen, gedämpft und somit als Anregungssignal für vertikale Aufbaubeschleunigungen herausgefiltert. Diese Eigenschaft des Reifens wird auch als „Schluckvemögen" bezeichnet. Darüber hinaus federt zusätzlich das gesamte Rad relativ zur Karosserie über die Aufbau-Feder-Dämpferelemente ein. Dabei wird sowohl im Reifen als auch im Aufbaudämpfer Energie aufgrund der viskoelastischen Eigenschaften (Walken, Dämpfkraft) in Wärme umgewandelt. Die beim Ausfedern von Reifen und Radaufhängung zurückgewonnene Federarbeit des Reifeninnendrucks und der Aufbautragfeder ist um die Dämpfungsarbeit ΔW (Walken, Dämpfkraft) geringer als die zuvor beim Einfedern aufgewendete Arbeit. Diese zusätzliche Dämpfungsarbeit ΔW muss alleine vom Antrieb des Fahrzeugs aufgewendet werden und ergibt, bezogen auf die dabei zurückgelegte Wegstrecke s_T, den Radwiderstandsanteil durch unebene Fahrbahn $F_{R,U}$:

$$F_{R,U} = \frac{\sum_{0}^{s_T} \Delta W}{s_T} \tag{2.13}$$

Widerstand durch plastisch verformbare Fahrbahn
Nur im Gelände spielt der Verformungswiderstand des Untergrunds eine wesentliche Rolle; er kann bei weichem Boden allerdings auch mehr als 15 % der Fahrzeuggewichtskraft $m_{V,t} \cdot g$ betragen [4]. Durch das Fahren auf plastischen Fahrbahnen kann dabei ein Radwiderstand $F_{R,pl}$ entstehen, der das 10- bis 100-fache des eigentlichen Rollwiderstands $F_{R,T}$ beträgt [3].
Bei der Fahrt auf unbefestigtem Gelände (Erde, Sand, Gras oder Schnee) sinkt der Reifen ein. Die Fahrbahn wird dabei bleibend plastisch verformt und es entstehen zusätzliche Reibkräfte zwischen Reifenseitenwand und Fahrbahn [1, 2]. Hierbei wird eine zusätzliche Radwiderstandskraft $F_{R,pl}$ erzeugt (**Bild 2-11**), die sich im wesentlichen aus den drei Hauptanteilen Verdichtungswiderstand $F_{R,pl,dicht}$, Verdrängungs- oder „Bulldozing"-Widerstand $F_{R,pl,Bull}$ sowie der Seitenwandreibung in Spurrillen $F_{R,pl,Spur}$ zusammensetzt:

$$F_{R,pl} = F_{R,pl,dicht} + F_{R,pl,Bull} + F_{R,pl,Spur} \tag{2.14}$$

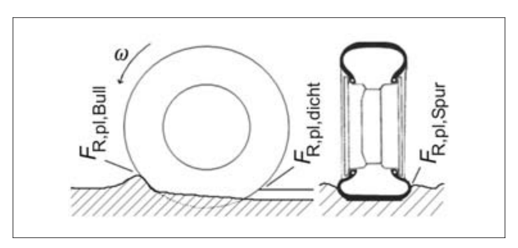


Bild 2-11: Radwiderstände auf plastischer Fahrbahn [1]

Die Energie ΔW_{pl}, die vom Antrieb eines Fahrzeugs aufgewendet werden muss, um die Fahrbahn plastisch zu verformen, sei es durch Verdichtung oder Verdrängung sowie um den Reifen durch eine Spurrille zu treiben, ist den Fahrwiderständen zuzurechnen. Analog zum Radwiderstand auf unebener Fahrbahn $F_{R,U}$ kann daher auch hier geschrieben werden:

$$F_{R,pl} = \frac{\sum_{0}^{s_T} \Delta W_{pl}}{s_T} \tag{2.15}$$

Analog zum Rollwiderstand F_R auf ebener, ideal steifer Fahrbahn kann auch für den zusätzlichen Radwiderstand auf plastisch verformbarem Untergrund ein Widerstandsbeiwert $k_{R,pl}$ definiert werden, da sich ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der Radlast $F_{Z,W}$ und der Widerstandskraft $F_{R,pl}$ einstellt.

$$k_{R,pl} = \frac{F_{R,pl}}{F_{Z,W}} \tag{2.16}$$

Bei Radwiderstandsberechnungen kann der Beiwert $k_{R,pl}$ dem Reifen-Rollwiderstandbeiwert $k_{R,T}$ zugeschlagen werden:

$$F_R = F_{R,T} + F_{R,pl} = F_{Z,W} \cdot (k_{R,T} + k_{R,pl}) \tag{2.17}$$

Der Zusatzwiderstand auf plastischen Fahrbahnen $F_{R,pl}$ steigt im Gegensatz zum Reifen-Rollwiderstand $F_{R,T}$ auf ideal steifem Bodenbelag mit zunehmendem Reifenluftdruck p_T an. Mit zunehmendem Innendruck p_T wird bei konstanter Radlast $F_{Z,W}$ die Reifenaufstandsfläche A_T kleiner. Bei Fahrt auf plastischer Fahrbahn hat dies ein stärkeres Einsinken des Rades in den Boden mit zunehmendem Innendruck p_T zur Folge. **Bild 2-12** zeigt diesen Zusammenhang für verschiedene plastisch verformbare Fahrbahnen.
In **Tabelle 2-1** sind Widerstandsbeiwerte $k_{R,pl}$ für unterschiedliche Fahrbahntypen aufgeführt [1].

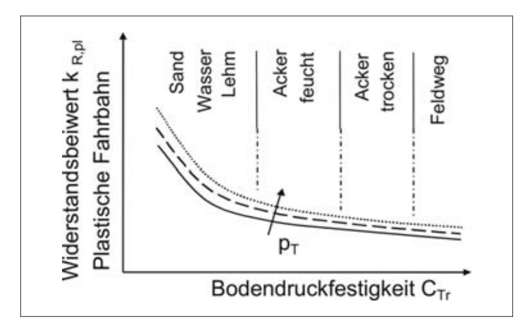


Bild 2-12: Widerstandsbeiwerte für plastische Fahrbahnen [1]

Tabelle 2-1: Widerstandsbeiwerte plastischer Fahrbahnen $k_{R,pl}$ [1]

Fahrbahn	Beiwert $k_{R,pl}$
Fester Asphalt, Beton, Kopfsteinpflaster	0,005 – 0,015
Fester Schotter	0,02 – 0,03
Geteerter Schotter	0,04 – 0,04
Sehr gute Erdwege	0,05 – 0,15
Nasse aufgeweichte Böden, Sand, Lehm	0,15 – 0,35

Widerstand durch nasse Fahrbahn $F_{R,Schwall}$
Um auf nassen Straßen ausreichend Fahrbahnkontakt herstellen zu können, muss der Reifen Wasser verdrängen. Durch die hierfür erforderlichen Verdrängungskräfte erhöht sich der Reifen-Rollwiderstand gegenüber der Fahrt auf trockenem, ideal steifen Fahrbahnbelag um den Schwallwiderstand $F_{R,Schwall}$. Er hängt von dem pro Zeiteinheit zu verdrängenden Wasservolumen ab. Dieses wiederum bestimmt sich aus der Reifenbreite B, der Fahrgeschwindigkeit v_W und der Wasserfilmhöhe H (**Bild 2-13**) [2].
Auf experimentellem Wege ist der folgende empirische Zusammenhang zwischen dem Schwallwiderstand $F_{R,Schwall}$, der Reifenbreite B, der Fahrgeschwindigkeit v_W und der Wasserfilmhöhe H ermittelt worden [1, 2]:

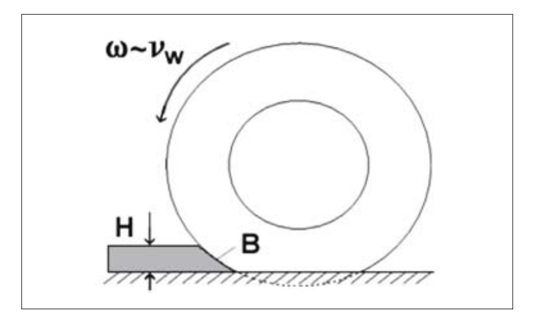


Bild 2-13: Schwallwiderstand infolge Wasserverdrängung [1]

$$F_{R,Schwall} = \frac{B}{10} \cdot \left(\frac{v_W}{N(H)} \right)^{E(H)} \tag{2.18}$$

mit den folgenden Bezeichnungen :

- $F_{R,Schwall}$ Schwallwiderstand [N],
- B Reifenbreite [cm],
- v_W Geschwindigkeit [km/h],
- H Wasserfilmhöhe [mm],
- $N(H)$ empirische Kenngröße als Funktion von H,
- $E(H)$ empirische Kenngröße als Funktion von H.

Reifenbauart, Luftdruck p_T oder Radlast $F_{Z,W}$ haben keinen oder nur sehr geringen Einfluss auf den Schwallwiderstand $F_{R,Schwall}$. **Bild 2-14** zeigt den Zusammenhang zwischen Wasserfilmhöhe H und den empirischen Kenngrößen $N(H)$ und $E(H)$ [1].

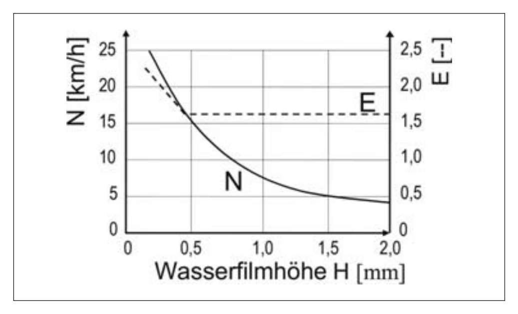


Bild 2-14: Abhängigkeit der Kenngrößen N und E von der Wasserfilmhöhe H [1]

Bei größeren Geschwindigkeiten v_W und Wasserfilmhöhen H sowie bei geringen Profiltiefen ist der Schwallwiderstand $F_{R,Schwall}$ unabhängig von der Fahrgeschwindigkeit v_W, da der Reifen in diesem Fall den Wasserfilm nicht mehr durchdringen kann [2]. Er schwimmt auf. Man spricht in diesem Fall von Aquaplaning. Der resultierende Gesamt-Radwiderstand auf nasser Fahrbahn F_R ergibt sich als Summe aus der

Schwallwiderstandskraft $F_{R,Schwall}$ und dem Reifen-Rollwiderstand $F_{R,T}$ auf trockener Fahrbahn:

$$F_R = F_{R,T} + F_{R,Schwall} \quad (2.19)$$

Anteil durch Schräglauf $F_{R,\alpha}$

In den zuvor angestellten Betrachtungen des Rad- und Reifen-Rollwiderstands ist davon ausgegangen worden, dass sich die Mittelebene des rollenden Rades exakt in Fahrtrichtung erstreckt. Im allgemeinen Fall ist dies nicht zutreffend, da Räder einer Achse aufgrund der Achsgeometrie mit einem gewissen (Gesamt-)Vorspurwinkel $\delta_{V,0}$ zur Fahrzeuglängsachse ausgerichtet sein können. Aufgrund dieses (Gesamt-)Vorspurwinkels werden die Reifen bei Geradeausfahrt in einen (Gesamt-)Schräglaufwinkel α gezwängt, der dann dem (Gesamt-) Vorspurwinkel $\delta_{V,0}$ entspricht.

Rollt ein Reifen mit der Schräglaufsteifigkeit C_α (s. auch Abschnitt 2.2) unter einen Schräglaufwinkel $\alpha/2$, dann erzeugt er eine Seitenkraft $F_{Y,W}$ der Größe:

$$F_{Y,W} = C_\alpha \cdot \frac{\alpha}{2} \quad (2.20)$$

Dieser Zusammenhang ist nur für kleine Winkel α gültig (im Allgemeinen bis $\alpha/2 < 2°$). Die Seitenkraft $F_{Y,W}$ wirkt dabei immer senkrecht zur Reifenmittelebene bzw. im Winkel von $90° - \alpha/2$ zur Rollrichtung des Rades. Bei vektorieller Betrachtung dieser Reifenseitenkraft $F_{Y,W}$ wird daher deutlich, dass auch immer ein Anteil der Reifenseitenkraft $F_{Y,W}$ entgegen der Fahrtrichtung von Rad und Fahrzeug wirkt. Diesen Zusammenhang zeigt **Bild 2-15**.

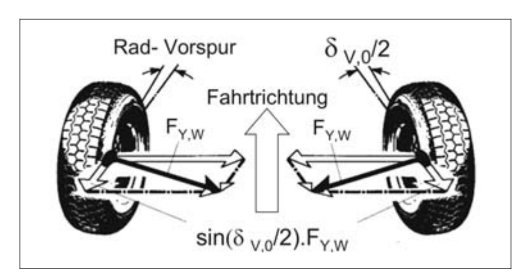


Bild 2-15: Vorspurwiderstand $F_{R,a}$ durch Vorspurwinkel $\delta_{V,0}$ [1]

Die der Bewegungsrichtung entgegenwirkende zusätzliche Rad-Widerstandskraft $F_{R,\alpha}$ erhält man aus den entsprechenden Sinus-Komponenten der Seitenkraft $F_{Y,W}$ und dem Reifenschräglaufwinkel $\alpha/2$ zu [1]:

$$F_{R,a} = \sin(\alpha/2) \cdot F_{Y,W} = \sin(\alpha/2) \cdot C_\alpha \cdot \alpha/2 \quad (2.21)$$

Der Schräglaufwinkel α entspricht in diesem Fall dem Achs-Vorspurwinkel $\delta_{V,0}$. Rad-Vorspurwinkel liegen im Allgemeinen im Bereich sehr kleiner Winkel $\delta_{V,0}/2 < 20'$. Entsprechend kann für den zusätzlichen Radwiderstand $F_{R,\alpha}$ infolge Schräglauf α bzw. Vorspur $\delta_{V,0}$ formuliert werden:

$$F_{R,\alpha} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \cdot C_\alpha = \left(\frac{\delta_{V,0}}{2}\right)^2 \cdot C_\alpha \quad (2.22)$$

Für den Vorspur- bzw. Schräglaufradwiderstand $F_{R,\alpha}$ kann mit der radlastspezifischen Schräglaufsteifigkeit

$$C_\alpha^* = C_\alpha / F_{Z,W} \quad (2.23)$$

wiederum ein Widerstandsbeiwert $k_{R,\alpha}$ definiert werden [1]:

$$k_{R,\alpha} = \frac{F_{R,\alpha}}{F_{Z,W}} = \frac{\left(\frac{\delta_{V,0}}{2}\right)^2 \cdot C_\alpha}{F_{Z,W}} = \left(\frac{\delta_{V,0}}{2}\right)^2 \cdot C_\alpha^* \quad (2.24)$$

Bild 2-16 zeigt ein Streuband für Schräglaufwiderstandsbeiwerte $k_{R,\alpha}$ verschiedener Fahrzeugreifen ausgewertet aus Messungen der Schräglaufsteifigkeit.

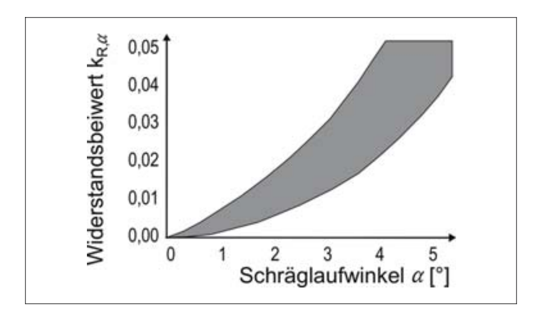


Bild 2-16: Streuband Schräglaufwiderstandsbeiwert $k_{R,\alpha}$ in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel α [1]

Verglichen mit dem Streuband für Reifen-Rollwiderstandsbeiwerte k_R bei Geradeausfahrt ergibt sich, dass Radwiderstände aus Schräglauf bereits ab etwa 2° Schräglaufwinkel die gleiche Größenordnung erreichen können wie die Rollwiderstände bei Geradeausfahrt [1]. Der resultierende Gesamt-Radwiderstand F_R für ein unter Vorspur rollendes Rad ergibt sich als Summe aus der Vorspurwiderstandskraft $F_{R,\alpha}$ und dem Reifen-Rollwiderstand $F_{R,T}$ auf trockener Fahrbahn:

$$F_R = F_{R,T} + F_{R,\alpha} \quad (2.25)$$

Lagerreibung und Restbremsmomente $F_{R,fr}$

Bei der Belastung eines Radlagers mit einer Kraft [2]

$$F_{Lager} = \sqrt{F_{X,W}^2 + F_{Z,W}^2}\ , \quad (2.26)$$

die sich aus einer vertikalen Radkraft $F_{Z,W}$ und einer horizontalen Radkraft $F_{X,W}$ zusammensetzt, ergibt sich zusammen mit

- dem Lagerradius r_{Lager},
- dem Radhalbmesser r_{dyn} und
- dem Lagerreibbeiwert μ_{Lager}

für die zusätzliche Radwiderstandskraft $F_{\text{R,fr}}$ infolge Lagerreibung [2]:

$$F_{\text{R,fr}} = \mu_{\text{Lager}} \cdot \frac{r_{\text{Lager}}}{r_{\text{dyn}}} \sqrt{F_{\text{X,W}}^2 + F_{\text{Z,W}}^2} \tag{2.27}$$

Der Anteil durch Lagerreibung ist gegenüber dem Reifen-Rollwiderstand $F_{\text{R,T}}$ vergleichsweise gering und kann daher im Allgemeinen vernachlässigt werden. Eine Ausnahme tritt an Gleitlagern während des Anfahrvorgangs auf. Dort kann $F_{\text{R,fr}}$ sogar größer als $F_{\text{R,T}}$ werden. Kraftfahrzeuge werden aber fast ausschließlich mit Wälzlagern als Radlager ausgerüstet.
Nicht zu vernachlässigen ist dagegen das Restbremsmoment $M_{\text{B,Re}}$ von – vor allem älteren – Scheibenbremsen. Dieses Moment kann selbst dann anliegen, wenn das hydraulische System nach Lösen des Bremspedals bereits völlig drucklos ist [2]. Die Formel für diese zusätzliche Radwiderstandskraft $F_{\text{R,fr}}$ ist:

$$F_{\text{R,fr}} = \frac{M_{\text{B,Re}}}{r_{\text{dyn}}} \tag{2.28}$$

Bezogen auf die aktuelle Radlast $F_{\text{Z,W}}$ kann daraus ein Widerstandskoeffizient $k_{\text{R,fr}}$ abgeleitet werden:

$$k_{\text{R,fr}} = \frac{F_{\text{R,fr}}}{F_{\text{Z,W}}} = \frac{M_{\text{B,Re}}}{r_{\text{dyn}} \cdot F_{\text{Z,W}}} \tag{2.29}$$

Das **Bild 2-17** zeigt den experimentell ermittelten Widerstandskoeffizienten $k_{\text{R,fr}}$ infolge Restbremsmoment $M_{\text{B,Re}}$ im Vergleich zum Reifen-Rollwiderstandsstreuband aus **Bild 2-16**. Hieraus wird deutlich, dass die Verluste aus $k_{\text{R,fr}}$ nicht zu vernachlässigen sind. Das Schleifen wird durch Schwingungen, die bei Fahrten auf unebenen Straßen oder bei Reifenungleichförmigkeiten auftreten verringert [2].

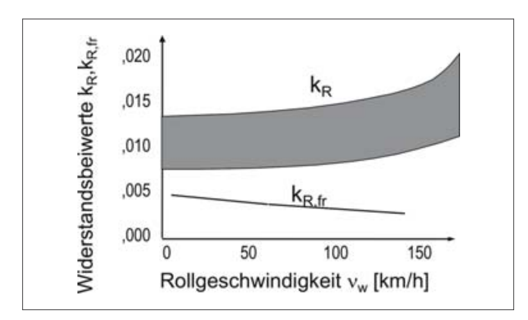


Bild 2-17: Radwiderstand $k_{\text{R,fr}}$ infolge Restbremsmoment im Vergleich zu Rollwiderständen k_{R} [2]

2.1.1.3 Luftwiderstand

Bewegt sich ein geschlossener Körper mit einer konstanten Geschwindigkeit durch eine Flüssigkeit oder ein Gas (Wasser, Luft) so müssen zur Aufrechterhaltung seines Bewegungszustandes Strömungswiderstände überwunden werden. In erster Linie handelt es sich dabei um die Widerstandsformen

- Druckwiderstand und
- Reibungswiderstand.

Da es sich bei einem Kraftfahrzeug nicht um einen geschlossenen Körper handelt, kommt hier noch der

- innere Luftwiderstand

hinzu. Der innere Luftwiderstand beschreibt die Durchströmung (z.B. zur Motorkühlung) des Fahrzeugs. Weiterhin werden durch die Bewegung des Fahrzeugkörpers durch die ihn umgebende Luft Verwirbelungen erzeugt, die zusätzlich als

- induzierter Luftwiderstand

bezeichnet werden.
Beim Druckwiderstand handelt es sich um den hauptsächlich durch den Staudruck p_∞ sowie die Heckabrisszone eines Fahrzeugs erzeugten Luftwiderstand $F_{\text{L},\infty}$. Auch der induzierte Luftwiderstand wird dem Druckwiderstand zugerechnet. Allgemein berechnet sich der Staudruck p_∞ aus der Dichte der Luft ϱ_{L} und der Anströmgeschwindigkeit v_∞ zu:

$$p_\infty = \frac{\varrho_{\text{L}}}{2} \cdot v_\infty^2 \tag{2.30}$$

Bei Luft handelt es sich um ein ideales Gas. Die Dichte der Luft errechnet sich dabei in Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur θ_{U}, dem Umgebungsluftdruck p_{U} und der Gaskonstante von Luft R_{L} zu:

$$\varrho_{\text{L}} = \frac{p_{\text{U}}}{R_{\text{L}} \cdot \theta_{\text{U}}} \tag{2.31}$$

Bei Betrachtung dieses Zusammenhangs wird deutlich, dass der Luftwiderstand eines Fahrzeugs auch von den aktuellen Umgebungsbedingungen abhängt.
Multipliziert man den Staudruck p_∞ mit der Stirnfläche A_{L} des Fahrzeugs und dem dimensionslosen Luftwiderstandsbeiwert c_{w} ergibt sich für den Druckwiderstand $F_{\text{L},\infty}$:

$$F_{\text{L},\infty} = p_\infty \cdot c_{\text{w}} \cdot A_{\text{L}} = \frac{\varrho_{\text{L}}}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot c_{\text{w}} \cdot A_{\text{L}} \tag{2.32}$$

Beim fahrenden Fahrzeug wird die Anströmgeschwindigkeit v_∞ durch die Kombination aus Fahrzeuggeschwindigkeit v_{X} und Windgeschwindigkeit v_{L} beschrieben.

$$v_\infty = v_{\text{X}} \pm v_{\text{L}} \tag{2.33}$$

Das Vorzeichen für die Windgeschwindigkeit v_L ergibt sich aus der Windrichtung: Bei Gegenwind wird die Windgeschwindigkeit v_L addiert, bei Rückenwind subtrahiert. Die Größe der Windgeschwindigkeit v_L beträgt im Mittel $v_L \approx 4{,}7$ m/s = 17 km/h. Die Richtung der Windgeschwindigkeit zur Fahrzeuglängsachse ist zufällig und damit stochastisch verteilt, da sie vom Straßenverlauf und von der Windrichtung abhängt [2].
Durch Einführung des dimensionslosen Luftwiderstandsbeiwertes c_w werden der Reibungs- und der innere Luftwiderstand dem Druckwiderstand zugeschlagen. Der Reibungswiderstand spielt vor allem bei langen Fahrzeugen wie Bussen oder Lkw eine Rolle. Der Luftwiderstandsbeiwert c_w charakterisiert außerdem die jeweilige Karosserieform: Fahrzeuge unterschiedlicher Gestalt aber gleicher Stirnflächengröße A_L erzeugen bei gleichen Umgebungsbedingungen unterschiedliche Luftwiderstandskräfte F_L.
Stirnflächen von Pkw bewegen sich im Bereich von $1{,}5\ m^2 < A_L < 2{,}5\ m^2$ und für Lkw und Busse von $4\ m^2 < A_L < 9\ m^2$. Luftwiderstandsbeiwerte von Pkw-Karosserien liegen zwischen $c_w = 0{,}25$ und $c_w = 0{,}4$. Als Durchschnittswert von Pkw-Aufbauten wurde beispielsweise im Jahr 2002 $c_w = 0{,}32$ ermittelt. Bei Lkw und Bussen betragen die c_w-Werte im Allgemeinen $0{,}4 < c_w < 0{,}9$ [3, 4]. Als Grundgleichung zur Berechnung der Luftwiderstandskraft F_L kann zusammenfassend formuliert werden:

$$F_L = \frac{p_U}{2 \cdot R_L \cdot \theta_U} \cdot \left(v_x \pm v_L\right)^2 \cdot c_w \cdot A_L \tag{2.34}$$

Der Luftwiderstandsbeiwert c_w wird experimentell für jedes Fahrzeug im Windkanal bestimmt.
Eine kurze Darstellung der Entwicklung des Luftwiderstandsbeiwertes c_w von Pkw-Karosserien in den letzten 80 Jahren zeigt **Bild 2-18**.
Aus vielen Grundsatzuntersuchungen ist bekannt, dass mit Körpern in den Hauptabmessungen von Pkws (ohne Betrachtung der Randbedingungen) ein Luftwiderstandsbeiwert von $c_w = 0{,}15$ möglich ist [2].

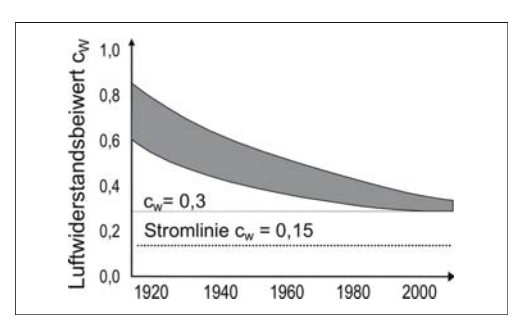


Bild 2-18: Geschichtliche Entwicklung des Luftwiderstandsbeiwertes c_w [2]

2.1.1.4 Steigungswiderstand

Die Straßensteigung p ist definiert als Quotient aus vertikaler und horizontaler Fahrbahnprojektion, dies entspricht dem Tangens des Steigungswinkels α_{St}.
Im Straßenverkehr ist eine Angabe der Steigung in Prozent üblich [1].

$$p = \tan\left(\alpha_{St}\right) \tag{2.35}$$

Beim Befahren von Steigungen bzw. Gefällestrecken wird die Gesamtgewichtskraft $F_{Z,V,t}$ aufgrund der Neigung α_{St} des Fahrzeugs im Erdschwerefeld anteilig zu einer Fahrwiderstandskraft F_{St} bzw. einer zu einer zusätzlichen Antriebskraft F_{St}.

$$F_{Z,V,t} = m_{V,t} \cdot g \tag{2.36}$$

Der Sinusanteil der Gesamtgewichtskraft $F_{Z,V,t}$ wirkt auf Steigungen in Fahrzeuglängsrichtung. Folglich errechnet sich der Steigungswiderstand F_{St} zu:

$$F_{St} = F_{Z,V,t} \cdot \sin\left(\alpha_{St}\right) = m_{V,t} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{St}\right) \tag{2.37}$$

Bei Verwendung der Straßensteigung p an Stelle des Steigungswinkels α_{St} ergibt sich aus den Gln. (2.35) und (2.37):

$$F_{St} = m_{V,t} \cdot g \cdot \sin\left(\arctan\left(p\right)\right) \tag{2.38}$$

Bis zu einer Straßensteigung von $p = 30$ %, dies entspricht in etwa $\alpha_{St} = 17°$, kann in Gl. (2.37) bei einem maximalen Fehler von weniger als 5 % geschrieben werden [2]:

$$\sin\left(\alpha_{St}\right) \approx \tan\left(\alpha_{St}\right) = p \tag{2.39}$$

Der Ausdruck in Gl. (2.38) vereinfacht sich dann zu:

$$F_{St} = m_{V,t} \cdot g \cdot p \quad (\text{mit } p < 30\ \%) \tag{2.40}$$

Bei Berechnung des Steigungswiderstandes auf befestigten Straßen ist diese Vereinfachung zulässig, da die maximale Fahrbahnsteigung auf $p_{max} = 30$ % begrenzt ist. Einen Überblick üblicher Werte für maximale Straßensteigungen gibt die **Tabelle 2-2**.
Im physikalischen Sinne handelt es sich beim Steigungswiderstand F_{St} um eine konservative Kraft, das heißt, dass die Energie W_{St}, die zur Überwindung dieses Widerstands vom Fahrzeugantrieb aufgewendet werden muss, im Gegensatz zum Reifen-Walkwiderstand $F_{R,T,Walk}$ beispielsweise, nicht dissipiert, sondern in Form von potenzieller Energie gespeichert wird und somit wiedergewonnen werden kann. Bei Bergabfahrt steht demnach eine zusätzliche Antriebsenergie in Form der potenziellen Energie der Fahrzeuggesamtmasse $m_{V,t}$ zur Verfügung. Moderne Hybridfahrzeuge machen sich diesen Umstand zu

Nutze und können bei Bergabfahrt eine Rekuperation betreiben, um Kraftstoff einzusparen.

Tabelle 2-2: Zulässige Steigungen [RAS-L1, 1]

Straßenlage	Straßenart	v [km/h]	P_{max} [%]
Straßen außerhalb bebauter Gebiete	Kreisstraße	40	10,0
	Landstraße	60	6,5
	Bundesstraße	80	5,0
		100	4,5
	Bundesautobahn	100	4,5
		120	4,0
		140	4,0
Stadtstraßen	mehrspurig	–	5 – 6
	Anlieger	–	10,0
	Wohnwege	–	10,0
Alpenstraßen		–	30,0

2.1.1.5 Beschleunigungswiderstand

Um den Bewegungszustand eines Fahrzeugs mit der Gesamtmasse $m_{V,t}$ (Leergewicht plus Zuladung) von der Geschwindigkeit v_{x1} auf v_{x2} mit der Beschleunigung $a_x = dv_x / dt$ zu ändern, muss der Trägheits- oder Beschleunigungswiderstand F_C überwunden werden. Bei instationärer Fahrt muss also neben den Fahrwiderständen Rad-, Luft- und Steigungswiderstand ebenfalls den Trägheitskräften F_C Rechnung getragen werden:

$$F_C = F_{C,trans} + F_{C,rot} = \left(m_{V,t} + \frac{\Theta_{red,i}}{r_{dyn}^2} \right) \cdot a_x \qquad (2.41)$$

Neben der translatorischen Beschleunigung a_x der trägen Fahrzeuggesamtmasse $m_{V,t}$ muss ebenfalls eine rotatorische Beschleunigung der sich drehenden Teile des Fahrzeugantriebsstrangs (Räder, Getriebe, Motor) erfolgen. Diese findet in Gl. (2.41) Berücksichtigung durch das auf das Rad reduzierte Massenträgheitsmoment $\Theta_{red,i}$ der gesamten Wuchtgruppe vom Motor über das Getriebe (im Gang i) bis zu den Rädern. Der dabei an den Antriebsrädern zu überwindende rotatorische Trägheitswiderstand $F_{C,rot}$ errechnet sich aus der Drehbeschleunigung am Rad a_R, dem Radhalbmesser r_{dyn} und dem reduzierten Massenträgheitsmoment der Wuchtgruppe $\Theta_{red,i}$ zu:

$$F_{C,rot} = \frac{\Theta_{red,i} \cdot a_R}{r_{dyn}} \qquad (2.42)$$

Die Drehbeschleunigung am Rad a_R kann mit Hilfe von Gl. (2.43) durch die translatorische Beschleunigung a_x und dem den Radhalbmesser r_{dyn} dargestellt werden:

$$a_R = \frac{a_x}{r_{dyn}} \qquad (2.43)$$

Das auf die Antriebsräder eines Fahrzeugs reduzierte Massenträgheitsmoment des gesamten Antriebsstrangs $\Theta_{red,i}$ mit dem im Getriebe eingelegten Gang i wird mit Gl. (2.44) berechnet [1]:

$$\Theta_{red,i} = \Theta_R + i_{h(v)}^2 \cdot \Theta_{Antr} + i_{h(v)}^2 \cdot i_{G,i}^2 \cdot \left(\Theta_{Mot} + \Theta_K + \Theta_{G,i} \right) \qquad (2.44)$$

mit:

- dem Massenträgheitsmoment aller vier Fahrzeugräder Θ_R,
- dem Massenträgheitsmoment der Antriebswellen Θ_{Antr},
- dem Massenträgheitsmoment des Motors Θ_{Mot},
- dem Massenträgheitsmoment der Kupplung Θ_K,
- der Getriebeübersetzung $i_{G,i}$ im Gang i,
- der Achsgetriebeübersetzung $i_{h(v)}$, mit h für Hinterachs- und v für Vorderachsantrieb.

Die Gl. (2.44) kann weiter vereinfacht werden, indem man das reduzierte Massenträgheitsmoment $\Theta_{red,i}$ im Gang i durch einen so genannten Massenfaktor e_i im Gang i der Fahrzeugleermasse $m_{V,ul,0}$ zuschlägt. Die Fahrzeuggesamtmasse $m_{V,t}$ muss hierzu in seine Anteile Leermasse und Zuladung zerlegt werden:

$$m_{V,t} = m_{V,ul,0} + m_{zu} \qquad (2.45)$$

Der Massenfaktor e_i im Gang i wird definiert als:

$$e_i = \frac{\Theta_{red,i}}{m_{V,ul,0} \cdot r_{dyn}^2} + 1 \qquad (2.46)$$

Durch Einsetzen der Gln. (2.46) und (2.45) in Gl. (2.41) ergibt sich für den Beschleunigungswiderstand F_C [1]:

$$F_C = \left(e_i \cdot m_{V,ul,0} + m_{zu} \right) \cdot a_x \qquad (2.47)$$

Da die Getriebeübersetzung i_G in die Ermittlung des reduzierten Massenträgheitsmomentes $\Theta_{red,i}$ quadratisch eingeht, kann der Massenfaktor e_i in einem breiten Bereich streuen. So ist beispielsweise bei Gelände- oder Nutzfahrzeugen mit extrem hoch übersetztem Kriechgang (*Crawler*) ein höherer Kraftbedarf für die Beschleunigung α der rotierenden Massen erforderlich, als für die rein translatorische Beschleunigung a_x des Fahrzeugs [1]. Abschließend zeigt **Bild 2-19** den Streubereich von Massenfaktoren e_i für verschiedene Pkw in verschiedenen Gängen i.

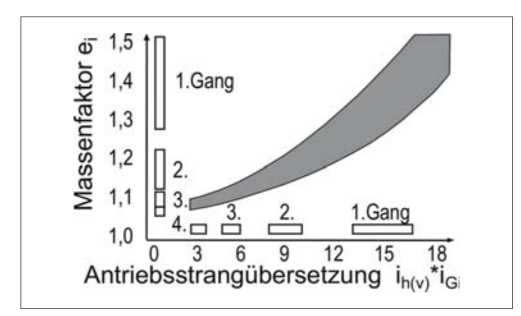


Bild 2-19: Streubereich für Massenfaktoren e_i bei Pkw-Antrieben in Abhängigkeit von Antriebsstrangübersetzung und gewähltem Fahrgang *i* [2]

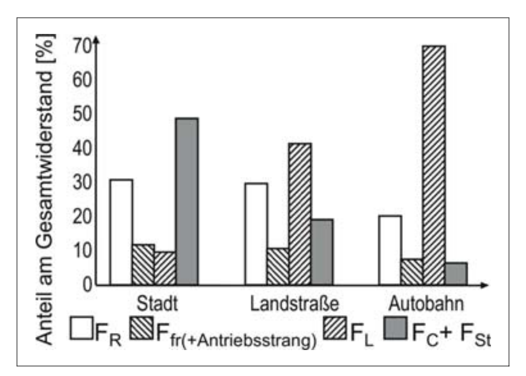


Bild 2-20: Typische Anteile der Einzelfahrwiderstände am Gesamtfahrwiderstand bei Fahrt auf unterschiedlichen Straßengattungen [3]

Genau wie beim Steigungswiderstand F_{St} handelt es sich auch beim Beschleunigungswiderstand F_C um eine konservative Kraft. Die zum Beschleunigen des Fahrzeugs und seiner rotatorischer Massen erforderliche Energie W_C wird in Form kinetischer Energie W_{kin} im aktuellen Bewegungszustand gespeichert.

$$W_C = W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \left(e_i \cdot m_{V,ul,0} + m_{zu}\right) \cdot v_x^2 \tag{2.48}$$

Durch Rekuperation kann diese Energie W_{kin} bei Abbremsung des Fahrzeugs wiedergewonnen und dem Antrieb für den nächsten Anfahrvorgang zur Verfügung gestellt werden. Moderne Hybridfahrzeuge machen sich diesen Umstand zu Nutze und können regenerativ Bremsen, indem die elektrische Antriebsmaschine als Generator verwendet wird. Die dabei zurückgewonnene Energie kann in Supercaps, Batterien oder im Schwungrad zwischengespeichert werden.

2.1.1.6 Gesamtfahrwiderstand

Der Gesamtfahrwiderstand F_{Bed} eines Fahrzeugs setzt sich aus den Anteilen Luftwiderstand F_L, Gesamt-Radwiderstand F_R (4 Räder), Steigungswiderstand F_{St} und Beschleunigungswiderstand F_C zusammen.

$$F = F_{Bed} = F_L + F_R + F_{St} + F_C \tag{2.49}$$

Diese Einzelwiderstände haben bei Fahrten auf verschiedenen Straßengattungen unterschiedliche starke Anteile am Gesamtfahrwiderstand. Eine typische Verteilung auf den Straßentypen „Stadt“, „Landstraße“ und „Autobahn“ zeigt nachfolgend das Diagramm in **Bild 2-20**.

Setzt man die in den Abschnitten 2.1.1.1 bis 2.1.1.4 hergeleiteten Zusammenhänge für die einzelnen Fahrwiderstandsanteile in Gl. (2.49) ein, erhält man die Grundgleichung zur Fahrwiderstandsberechnung:

$$\begin{aligned} F_{Bed} = & \frac{p_U}{2 \cdot R_L \cdot \theta_U} \cdot \left(v_x \pm v_L\right)^2 \cdot c_w \cdot A_L \\ & + \sum_j k_{R,j} \cdot F_{Z,V,t} + m_{V,t} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{St}\right) \\ & + \left(e_i \cdot m_{V,ul,0} + m_{zu}\right) \cdot a_x \end{aligned} \tag{2.50}$$

Multipliziert mit der aktuellen Fahrgeschwindigkeit v_x ergibt sich aus Gl. (2.50) die Leistung P_{Bed}, die an den Antriebsrädern des Fahrzeugs zur Verfügung stehen muss, um den Fahrzustand aufrecht zu erhalten.

$$P_{Bed} = \begin{pmatrix} \dfrac{p_U}{2 \cdot R_L \cdot \theta_U} \cdot \left(v_x \pm v_L\right)^2 \cdot c_w \cdot A_L \\ + \sum_j k_{R,j} \cdot F_{Z,V,t} + m_{V,t} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{St}\right) \\ + \left(e_i \cdot m_{V,ul,0} + m_{zu}\right) \cdot a_x \end{pmatrix} \cdot v_x \tag{2.51}$$

2.1.2 Seitenwindkräfte

Die Seitenwindempfindlichkeit eines Kraftfahrzeugs ist seit jeher Untersuchungsgegenstand in den Entwicklungsabteilungen der Automobilindustrie. Vielfach musste aber eine Reduktion der Seitenwindempfindlichkeit der Berücksichtigung anderer kritischer Fahrsituationen Platz machen, die in ihrer Bedeutung höher eingestuft wurden [7, 8]. Die Reaktion von Fahrzeugen als Folge von einwirkendem Seitenwind, kurz als Seitenwindempfindlichkeit bezeichnet [9], betrifft in erster Linie das Geradeauslaufverhalten und damit den Spurbreitenbedarf eines Kraftfahrzeugs. Fahrstabilität und Fahrsicherheit werden aus diesem Grund maßgeblich durch die Seitenwindempfindlichkeit beeinflusst. Der bei Test auf öffentlichen Straßen auftretende natürliche Seitenwind lässt sich als Grundströmung mit überlagerten stochastischen Anteilen beschreiben (**Bild 2-21**) [9].

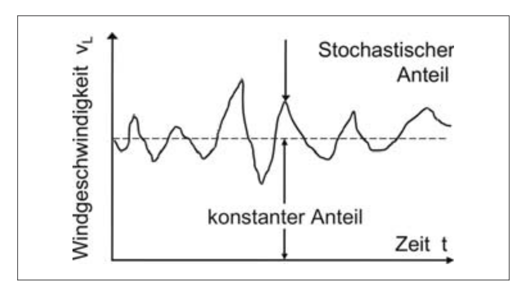


Bild 2-21: Erscheinungsbild der Windgeschwindigkeit v_L bei natürlichem Seitenwind bestehend aus einem konstanten und einem überlagerten Anteil [7, 10].

Die Seitenwindempfindlichkeit wird auch heute noch vielfach durch Vorbeifahrt an Seitenwindanlagen auf Teststrecken untersucht. Diese Versuche werden so durchgeführt, dass das Lenkrad in Geradeausstellung festgehalten wird, während der Seitenwind mit konstanter Geschwindigkeit auf das untersuchte Fahrzeug einwirkt. Hierbei handelt es sich um ein Open-Loop-Manöver. Daneben werden aber auch Untersuchungen zum Closed-Loop-Verhalten durchgeführt, um z.B. eine Unterscheidung hinsichtlich des Fahrerlenkaufwands zur Korrektur der Seitenwindstörung treffen zu können [9].
Typische Windgeschwindigkeiten in Deutschland und deren jährliche Vorkommensdauer zeigt **Bild 2-22**.

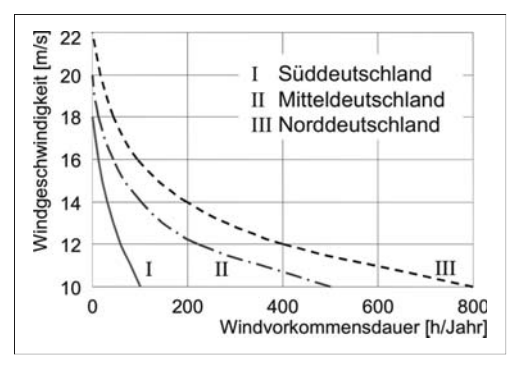


Bild 2-22: Natürliches Windaufkommen in verschiedenen Regionen Deutschlands [7]

Die Vorbeifahrt an einer Seitenwindanlage testet das Fahrzeugverhalten vor allem nur bei sehr geringen Störfrequenzen, weshalb die Aussagekraft derartiger Versuche nicht besonders groß ist [8].
Messungen unter wechselnden Windverhältnissen, wie sie bei natürlichem Seitenwind auftreten, beinhalten größere Windrichtungsänderungen, so dass hier eine größere Spanne von Anströmwinkeln τ durchlaufen wird, auf die Fahrzeuge in unterschiedlichem Ausmaß reagieren können. Deshalb stellt die Untersuchung der Seitenwindempfindlichkeit von Fahrzeugen bei natürlichem Seitenwind unter realen Verkehrsbedingungen, gerade im Hinblick auf die Fahrsicherheit, die beste Annäherung an die Erfordernisse der Praxis dar. Komplexe Fahrmanöver wie beispielsweise das Vorbeifahren an Lkws oder das Unterfahren von Brücken unter Seitenwindeinfluss werden hier am besten berücksichtigt [8].
Aus diesen Erkenntnissen kann bereits ein Beurteilungsmaßstab für die Seitenwindempfindlichkeit abgeleitet werden: Wesentlich sind bei der Seitenwindempfindlichkeit von Fahrzeugen vor allem Störungen mit höheren Frequenzen. Da besonders Situationen zu Unfällen führen, bei denen sich der Windangriffspunkt Dp und damit das Windgiermoment M_{Lz} stark ändert, ist der Schwerpunkt der Untersuchungen auf die Fahrzeug-Gierreaktion zu legen [9].

Rechnerische Grundlagen
In erster Linie verursacht ein auf ein Fahrzeug einwirkender Seitenwind ein Giermoment M_{Lz} und eine Querkraft F_{Lz}. Werden keine Korrekturen z.B. durch eine Lenkwinkeländerung des Fahrers vorgenommen, erfährt das Fahrzeug hierbei eine Seiten- und Winkelabweichung vom vorgegebenen Kurs. Hierdurch entstehen an den Reifen windverursachte Querkräfte, die der Gierbewegung des Fahrzeugs entgegenwirken. Inwieweit sich das windverursachte Giermoment M_{Lz} auswirkt, hängt im Wesentlichen von der Fahrwerksauslegung des Fahrzeugs und der Lage von Schwerpunkt Sp und Wind-Druckpunkt Dp zueinander ab [9].
Das in **Bild 2-23** dargestellte Einspurmodell stellt die geometrischen Beziehungen bezüglich des Angriffspunktes Dp einer Windseitenkraft F_{Ly} dar. Die Reaktion eines Fahrzeugs auf seitlich angreifende Luftkräfte hängt von der Lage des Druckmittelpunktes Dp und der Größe der Kraft F_{Ly} ab. Die auf das Fahrzeug wirkende Luftseitenkraft wird, wie in **Bild 2-23** gezeigt, als Resultierende im Druckmittelpunkt dargestellt. Dieser befindet sich in einem Abstand e_{Sp} vor dem Fahrzeugschwerpunkt. Hieraus resultiert das Windgiermoment M_{Lz} um die Fahrzeug z-Achse [10].

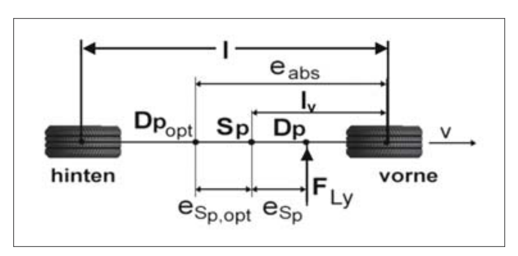


Bild 2-23: Geometrische Druck- und Schwerpunktverhältnisse am Einspurmodell eines Fahrzeugs [10]

Bei einer in Fahrtrichtung verlaufenden Anströmung hat die in Fahrzeuglängsrichtung wirkende Windkraft keinen direkten Einfluss auf die Kurshaltung. Bei Schräganströmung folgt aus der Vektoraddition der Fahrzeuggeschwindigkeit v_x und der Windgeschwindigkeit v_L (**Bild 2-24**) eine Anströmgeschwindigkeit v_{res} mit einem Anströmwinkel τ_L zur Symmetrieachse des Fahrzeugs.

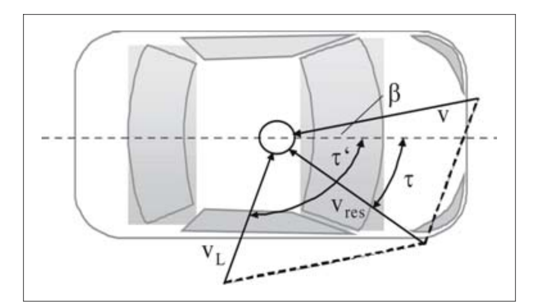


Bild 2-24: Anströmverhältnisse an einem Fahrzeug bei Geradeausfahrt und angreifendem Seitenwind [7]:
v: Fahrgeschwindigkeit, v_L: Absolutgeschwindigkeit, v_{res}: Relativgeschwindigkeit, τ': Anströmwinkel des Absolutwinds, τ: relativer Fahrzeuganströmwinkel, β: Schwimmwinkel,

Die auf das Fahrzeug wirkenden Kräfte F_{Ly} und Momente M_{Lz} werden durch folgende Gleichungen ausgedrückt [7, 9]:

$$F_{Ly} = c_y(\tau_L) \cdot A_{quer} \cdot \frac{\varrho_L}{2} v_{res}^2 \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned} M_{Lz} &= F_{Ly} \cdot e_{Sp} = c_y(\tau_L) \cdot A_{quer} \cdot \frac{\varrho_L}{2} v_{res}^2 \cdot e_{Sp} \\ &= c_{Mz}(\tau_L) \cdot A_{quer} \cdot l \cdot \frac{\varrho_L}{2} v_{res}^2 \end{aligned} \tag{2.53}$$

mit:
- ♦ e_{Sp} Abstand zwischen Sp und Dp
- ♦ A_{quer} Querspantfläche
- ♦ ϱ_L Dichte der Luft
- ♦ v_{res} resultierende Anströmgeschwindigkeit
- ♦ τ_L Anströmwinkel
- ♦ c_y aerodynamischer Seitenwindkraftbeiwert als Funktion von τ_L
- ♦ c_{Mz} aerodynamischer Seitenwindgiermomentbeiwert als Funktion von τ_L

Messtechnisch ermittelte Seitenwindbeiwerte c_y und c_{Mz} für ein Beispielfahrzeug zeigt **Bild 2-25**.
Hier sieht man deutlich, dass bis zu einem Wert von $\tau_L \approx 20°$ der Anstieg des Luftbeiwertes c_y über dem Anströmwinkel τ_L linearisiert werden kann [9].

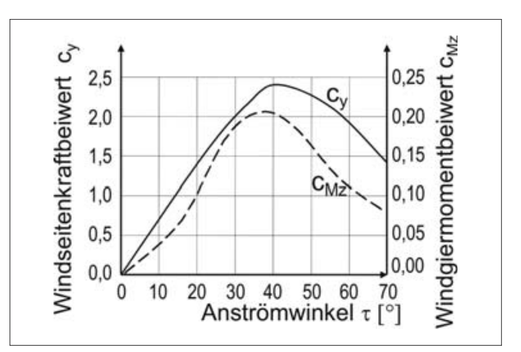


Bild 2-25: Seitenwindbeiwerte c_y und c_{Mz} in Abhängigkeit des Anströmwinkels τ_L [7]

$$c_y(\tau_L) = c_y \cdot \tau_L \tag{2.54}$$

Damit vereinfachen sich die Beziehungen der seitlich angreifenden Luftkraft F_{Ly} und das Moment M_{Lz} um die Hochachse bezüglich des Fahrzeugschwerpunktes Sp zu:

$$F_{Ly} = c_y \cdot \tau_L \cdot A_{quer} \cdot \frac{\varrho_L}{2} v_{res}^2 = k_y \cdot \tau_L \cdot v_{res}^2 \tag{2.55}$$

$$M_{Lz} = F_{Ly} \cdot e_{Sp} = k_y \cdot \tau_L \cdot v_{res}^2 \cdot e_{Sp} \tag{2.56}$$

$$k_y = c_y \cdot A_{quer} \cdot \frac{\varrho_L}{2} \tag{2.57}$$

Die Größen k_y und e_{Sp} sind charakteristische Fahrzeugkonstanten. Damit ist der Ausdruck

$$\tau_L \cdot v_{res}^2 \tag{2.58}$$

ein Maß für die von außen wirkende Windstörung.
Der Windgiermomentbeiwert c_{Mz} kann ebenfalls bis zu $\tau_L \approx 20°$ ohne relevante Genauigkeitseinbußen linearisiert werden. Aus den Gln. (2.52) und (2.53) ergeben sich für den Momentenbeiwert:

$$c_y(\tau_L) \cdot e_{Sp} = c_{Mz}(\tau_L) \cdot l \tag{2.59}$$

Diese Beziehung liefert für verschiedene Anströmwinkel den oben beschriebenen Druckpunktabstand e_{Sp}, der bis zu einem Anströmwinkel von $\tau_L = 20°$ ungefähr konstant bleibt und anschließend mit weiter zunehmendem Anströmwinkel in Richtung Fahrzeugheck wandert.
Zur Untersuchung des Fahrzeuggierverhaltens im gesamten Seitenwind-Anregungsspektrum wird das Gierübertragungsverhalten herangezogen. Es ist definiert als:

$$\left| \frac{\dot{\Psi}}{\tau_L \cdot v_{res}^2} \right| \tag{2.60}$$

Bild 2-26 zeigt ein typisches Gierübertragungsverhalten im Frequenzspektrum bei Seitenwindanregung mit Fahrereinfluss (Closed-Loop) und ohne Fahrereinfluss (Open-Loop).

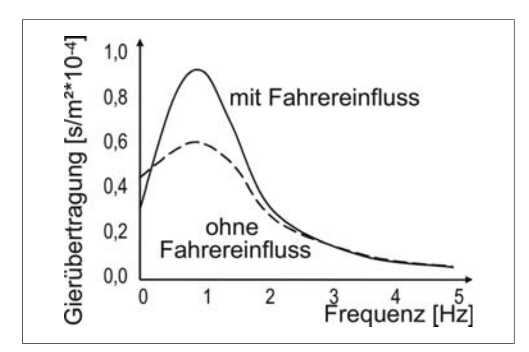


Bild 2-26: Gierübertragungsverhalten (Amplitudenspektrum) ohne und mit Fahrerlenkeinfluss bei einer Geschwindigkeit von v_x = 150 km/h [9]

Bei Betrachtung des Gierübertragungsverhaltens wird deutlich, dass sich der Fahrereinfluss bis ca. 0,5 Hz Seitenwindanregung positiv auswirkt, während er im Bereich des Fahrzeuggiereigenfrequenz um ca. 1,0 Hz die Fahrzeug-Gierreaktionen deutlich verstärkt. Ab ca. 1,5 Hz ist kein nennenswerter Fahrereinfluss mehr feststellbar.

Die c_w-Optimierung führt bei modernen Fahrzeugen (insbesondere bei Fließheckfahrzeugen) teils zu einer Vergrößerung der Giermomentenbeiwerte c_{Mz}. Hierbei verändert sich das Seitenwindverhalten und kann zu einer größeren Seitenwindempfindlichkeit und damit verbundener erhöhter Giergeschwindigkeitsreaktion führen, die aus subjektiver Sicht des Fahrers eine negative Fahrzeugeigenschaft darstellt.

Da lediglich das Zeitverhalten der Gierbewegung und nicht das Giergeschwindigkeitsmaximum ausschlaggebend ist, führt eine Vergrößerung der Gierträgheit nur zu einer geringfügigen Verbesserung des Seitenwindverhaltens.

Großen Einfluss hat die Heckform eines Fahrzeugs auf das Seitenwindverhalten. Bei einem Fahrzeug mit Vollheck tritt im Heckbereich ein größerer Druckunterschied zwischen der dem Wind zugewandten und der dem Wind abgewandten Seite auf als bei einem Fließheckfahrzeug. Das Vollheckfahrzeug besitzt eine größere seitliche Kraftangriffsfläche im hinteren Bereich, wodurch sich der Kraftangriffspunkt e_{Sp} in Richtung Heck verlagert (der Druckpunkt Dp liegt in der Regel vor dem Fahrzeug-Schwerpunkt Sp). Hieraus resultieren eine größere, hintere Seitenkraft und ein reduziertes Giermoment. Das Fließheckfahrzeug weist dementsprechend eine geringere auftretende Seitenkraft, jedoch ein größeres Giermoment auf. Ein Stufenheckfahrzeug kann nach [11] bezüglich des Seitenwindverhaltens zwischen Vollheck und Fließheck eingestuft werden.

Selbst bei einer großen c_w-Reduzierung bei Vollheckfahrzeugen ist kein wesentlich stärkeres Seitenwindverhalten zu erwarten [11]. Eine c_w- (bzw. c_x-) Optimierung stellt sich bei Vollheckfahrzeugen schwieriger dar als bei Fließheckfahrzeugen. [9]

2.1.3 Leistungs- und Energiebedarf

Die Grundgleichung zur Berechnung der zur Aufrechterhaltung eines beliebigen Fahrzustands erforderlichen Gesamtantriebskraft F_{Bed} ergibt sich gemäß Gl. (2.61):

$$\begin{aligned} F_{Bed} = & \frac{p_U}{2 \cdot R_L \cdot \theta_U} \cdot \left(v_x \pm v_L\right)^2 \cdot c_w \cdot A_L \\ & + \sum_j k_{R,j} \cdot F_{Z,V,t} + m_{V,t} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{St}\right) \\ & + \left(e_i \cdot m_{V,ul,0} + m_{zu}\right) \cdot a_x \end{aligned} \quad (2.61)$$

Geht man von einer Fahrt bei Windstille (v_L = 0 km/h) aus, auf einer Straße mit einer maximalen Steigung von p = 30 %, einem unbeladenen Fahrzeug (m_{zu} = 0 kg) sowie der Verwendung von vier Reifen gleichen konstanten Rollwiderstands k_R, dann kann Gl. (2.61) vereinfacht formuliert werden als:

$$\begin{aligned} F_{Bed} = & \frac{\varrho_L}{2} \cdot v_x^2 \cdot c_w \cdot A_L \\ & + m_{V,t} \cdot g \cdot \left(k_R + p + e_i \frac{a_x}{g}\right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

Während der Fahrt legt das Fahrzeug die Wegstrecke s_x zurück. Zur Überwindung der dabei in Abhängigkeit der Streckenkoordinate s auftretenden Fahrwiderstände $F_{Bed}(s)$ ist an den Antriebsrädern die Energie E_{Bed} umgewandelt worden:

$$E_{Bed} = \int_0^{s_x} F_{Bed}\left(s\right) \cdot \mathrm{d}s \quad (2.63)$$

Da sich die Fahrwiderstände F_{Bed} zu einem Teil aus konservativen und zum anderen Teil aus nicht konservativen Kräften zusammensetzen, kann ein Teil $E_{Bed,konserv}$ der an der Rädern umgesetzten Antriebsenergie E_{Bed} durch Rekuperation zurückgewonnen werden. Der Rest $E_{Bed,dissip}$ dissipiert:

$$E_{Bed} = E_{Bed,konserv} + E_{Bed,dissip} \quad (2.64)$$

$$E_{Bed,konserv} = \int_0^{s_x} \left[F_{St}\left(s\right) + F_C\left(s\right)\right] \cdot \mathrm{d}s \quad (2.65)$$

$$E_{\text{Bed,dissip}} = \int_0^{s_x} \left[F_L(s) + F_R(s) \right] \cdot \mathrm{d}s \tag{2.66}$$

Die rekuperierbare Energie $E_{\text{Bed,konserv}}$ kann durch die kinetische und die potenzielle Energie der gesamten Fahrzeugmassenträgheit (translatorische und rotatorische Massen) bei der Fahrgeschwindigkeit v_x und der überwundenen Höhendifferenz h im Erdschwerefeld g ausgedrückt werden:

$$E_{\text{Bed,konserv}} = \frac{e_i \cdot m_{\text{V,ul,0}} + m_{\text{zu}}}{2} \cdot v_x^2 + m_{\text{V,t}} \cdot g \cdot h \tag{2.67}$$

Da sich das Fahrzeug mit einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit v_x bewegt, muss der Fahrwiderstand F_{Bed} mit dieser Geschwindigkeit v_x überwunden werden. Hierfür ist an den Antriebsrädern die Leistung P_{Bed} aufzubringen:

$$P_{\text{Bed}} = \frac{\mathrm{d}\left(E_{\text{Bed}}(t)\right)}{\mathrm{d}t} = F_{\text{Bed}}(v_x) \cdot v_x \tag{2.68}$$

Unter Verwendung von Gl. (2.61) erhält man:

$$\begin{aligned} P_{\text{Bed}} = & \frac{p_U}{2 \cdot R_L \cdot \theta_U} \cdot \left(v_x \pm v_L\right)^3 \cdot c_w \cdot A_L \\ & + \sum_j k_{\text{R,j}} \cdot F_{\text{Z,V,t}} \cdot v + m_{\text{V,t}} \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{\text{St}}\right) \cdot v_x \\ & + \left(e_i \cdot m_{\text{V,ul,0}} + m_{\text{zu}}\right) \cdot a_x \cdot v_x \end{aligned} \tag{2.69}$$

Mit den Vereinfachungen in Gl. 2.62 lässt sich der Leistungsbedarf an den Antriebsrädern P_{Bed} folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned} P_{\text{Bed}} = & \frac{\varrho_L}{2} \cdot v_x^3 \cdot c_w \cdot A_L \\ & + m_{\text{V,t}} \cdot g \cdot \left(k_R + p + e_i \frac{a_x}{g} \right) \cdot v_x \end{aligned} \tag{2.70}$$

Mit Hilfe des aktuellen Leistungsbedarf P_{Bed} der Antriebsräder kann für die nach der Fahrtzeit t_x am Rad umgewandelte Gesamtenergie E_{Bed} (Gl. (2.63)) geschrieben werden:

$$E_{\text{Bed}} = \int_0^{s_x} F_{\text{Bed}}(s) \cdot \mathrm{d}s = \int_0^{t_x} P_{\text{Bed}}(t) \cdot \mathrm{d}t \tag{2.71}$$

Der Leistungsbedarf ist dabei ebenfalls abhängig von der aktuellen Streckenkoordinate s bzw. der Zeitkoordinate t. Diese sind von einander abhängig und damit ineinander überführbar.
Bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten, beispielsweise im Stadtverkehr, spielen der Beschleunigungswiderstand F_C und ggf. der Steigungswiderstand F_{St} die Hauptrolle. Da es sich hierbei um konservative Kräfte handelt, wird eine Rekuperation besonders interessant. Durch den überproportionalen Einfluss der Fahrgeschwindigkeit v_x ($P_L \sim v^3$) auf die Fahrwiderstandsleistung wird der Luftwiderstand F_L bei Konstantfahrten auf Autobahnen und Landstraßen zum hauptsächlichen Fahrwiderstand. Auch die überproportionale Zunahme des Reifenrollwiderstands F_R auf Grund der Deformationswellenbildung und dem damit verbundenen zusätzlichen Walkwiderstand (s. **Bild 2-3**) trägt dazu bei, dass bei hohen Fahrgeschwindigkeiten große Antriebsleistungen erforderlich werden. Die zur Überwindung des Luft- und des Rollwiderstands aufgewendete Leistung dissipiert in Form von Wärme [3].

2.1.4 Kraftstoffverbrauch

Um die Fahrwiderstände F_{Bed} überwinden und den damit verbundenen Leistungsbedarf P_{Bed} abdecken zu können, muss das Fahrzeug mit der Energie E aus einer entsprechenden Energiequelle versorgt werden. Aufgrund der sehr hohen Energiedichte (Energieeinheit pro Masseneinheit) haben sich in der Kraftfahrzeugtechnik fossile Brennstoffe in Form flüssiger Kohlenwasserstoffverbindungen durchgesetzt. Diese lassen sich heute noch kostengünstig aus Erdöl herstellen und sind weltweit verfügbar, obwohl in absehbarer Zeit die Erdölreserven verbraucht sein werden.
Im Einzelnen handelt es sich bei den flüssigen Kohlenwasserstoffverbindungen um so genannte Otto-Kraftstoffe („Normal-Benzin" und „Super") bzw. Diesel-Kraftstoffe. Die Energie ist in chemischer Form in den Atombindungen der Kohlenwasserstoff-Moleküle gespeichert. Diese wird bei Oxidation des Brennstoffs mit Sauerstoff als Wärme freigesetzt. Als Nebenprodukte entstehen Wasser H_2O und CO_2. Das Treibhausgas CO_2 wird zu einem großen Teil mitverantwortlich für die globale Klimaerwärmung gemacht. Die EU-Gesetzgebung hat deshalb einen Flotten-CO_2-Emissionsgrenze von 130 g/km für die Autohersteller bis 2012 vorgeschrieben [12]. Sowohl aus Gründen der Ressourcenknappheit und Wirtschaftlichkeit als auch zur Klimaschonung ist es ein Ziel bei der Entwicklung von Fahrzeugen, den Kraftstoffverbrauch so niedrig wie möglich zu halten. Dies kann einerseits durch Reduktion der Fahrwiderstände (z.B. durch rollwiderstandsarme Reifen oder geringe c_w-Luftwiderstandsbeiwerte) als auch durch die Optimierung der motorinternen Prozesse sowie Verbesserung der Wirkungsgrade des Antriebsstrangs erzielt werden. Darüber hinaus kann über den Einsatz alternativer Energieträger nachgedacht werden.
Beispiele für weitere Energieträger- und Energiespeichermöglichkeiten sowie deren Energiedichte zeigt die **Tabelle 2-3** [1, 3, 4].

Tabelle 2-3: Energiespeicherdichte verschiedener Medien [1, 3, 4]; 1 Wh = 3600 J

Energiespeicher	***Energiedichte [Wh/kg]***
Einfache Brennstoffe	
Wasserstoff	33326
Kohlenstoff	9101
Fossile Brennstoffe (Kohlenwasserstoffe)	
Otto-Kraftstoffe	12080
Diesel-Kraftstoff	11800
Flüssiggas (LPG)	12185
Methanol	5450
Elektrische Speicher	
Blei-Säure-Akku	30-50
Nickel-Metallhydrid-Akku	60-80
Nickel-Cadmium-Akku	40-60
Natrium-Nickel-Chlorid-Akku	80-100
Lithium-Ionen-Akku	90-120
Lithium-Polymer-Akku	150
Zink-Luft-Akku	100-220
Superkondensator	1-7
Brennstoffzelle	>1000
Mechanische Speicher	
Schwungrad	5-11
Hydraulische/pneumatische Speicher	
Druckspeicher	<0.7
Wärmespeicher	
Salz-Kristallisation	>30

Auf Basis der Energiedichte eines Speichermediums kann der Kraftstoffverbrauch B [kg] eines Fahrzeugs berechnet werden. Im Allgemeinen wird ein spezifischer Kraftstoffverbrauch angegeben. Dieser ist bezogen auf die Fahrtstrecke s_x [m] und wird mit B_e [kg/m] bezeichnet.
Die Energie E_{Bed}, [J] die zur Zurücklegung der Fahrstrecke s_x [m] benötigt ist, berechnet sich bei Kenntnis der Fahrwiderstände F_{Bed} bzw. der Bedarfsleistung P_{Bed} [W] zu [4]:

$$E_{Bed} = \int_0^{s_x} F_{Bed}(s) \cdot ds = \int_0^{t_x} P_{Bed}(t) \cdot dt \qquad (2.72)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Streckenverbrauch B_e [kg/m] und der aufgewendeten Arbeit E_{Bed} [J] bestimmt sich bei Verwendung einfacher oder fossiler Brennstoffe über den massenspezifischen Heizwert H_u [J/kg] des jeweiligen Energieträgers. Die Heizwerte von Otto- und Dieselkraftstoff sowie weiterer fossiler Kraftfahrzeug-Treibstoffe zeigt die **Tabelle 2-4**.

Tabelle 2-4: Massen- und volumenspezifische Heizwerte und Dichten fossiler Brennstoffe [13]

Kraftstoff	Otto	Diesel	LPG	Erdgas
Heizwert pro kg:				
[J/kg]	43500	42500	46100	47700
[Wh/kg]	12080	11800	12185	13240
Kraftstoffdichte:				[kg/m^3]
[kg/l]	0,755	0,845	0.540	0,654
Heizwert pro l:				[x/m^3]
[J/l]	32800	35900	24900	31200
[Wh/l]	9120	9970	6920	8660

Die Umwandlung und Übertragung der chemisch im Kraftstoff gespeicherten Energie in mechanische Antriebsenergie an den Rädern des Fahrzeugs ist verlustbehaftet. Einerseits entstehen prozess-, reibungs- und kühlungsbedingte Verluste im Verbrennungsmotor des Fahrzeugs, andererseits müssen Reibungsverluste im Antriebsstrang (Getriebe, Lager) hingenommen werden. Zur Berechnung des Kraftstoffverbrauchs B werden mittlere Verlustwerte angenommen, die durch den mittleren Motorwirkungsgrad $\eta_{med,M}$ und den mittleren Antriebsstrangwirkungsgrad $\eta_{med,A}$ beschrieben werden. Typische Verluste im Antriebsstrang eines Fahrzeugs zeigt **Bild 2-27**.

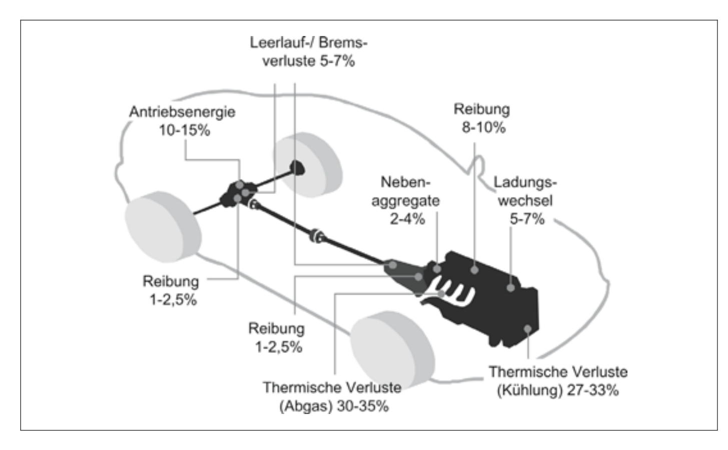


Bild 2-27:
Verluste im Fahrzeugantriebsstrang [1]

Daraus wird deutlich, dass das Produkt aus mittlerem Motorwirkungsgrad $\eta_{\text{med,M}}$ und mittlerem Antriebsstrangwirkungsgrad $\eta_{\text{med,A}}$ lediglich ca. 10 – 15 % beträgt. Von der im Kraftstoff chemisch gespeicherten Energie können demnach nur ca. 10 – 15 % zur Überwindung der Fahrwiderstände genutzt werden.
Aus der für den Personennahverkehr eingesetzten Primärenergie entstehen durchschnittlich nur ca. 9,5 % mechanischer Antriebsenergie, die tatsächlich zur Überwindung der Fahrwiderstände genutzt werden [1]. Der Rest dissipiert größtenteils als Wärme.
Damit den Antriebsrädern die geforderte Energiemenge E_{Bed} zur Überwindung der Fahrwiderstände F_{Bed} auf der Strecke s_x Verfügung gestellt werden kann (s. Gl. (2.72)), muss im Motor die Kraftstoffmasse B mit dem Heizwert H_u eingesetzt werden [2].

$$E_{\text{Bed}} = \eta_{\text{med,M}} \cdot \eta_{\text{med,A}} \cdot B \cdot H_u \tag{2.73}$$

Der streckenspezifische Verbrauch B_e berechnet sich daher zu [13]:

$$B_e = \frac{B}{s_x} = \frac{1}{\eta_{\text{med,M}} \cdot \eta_{\text{med,A}} \cdot H_u \cdot s_x} \cdot E_{\text{Bed}} \tag{2.74}$$

Die geforderte Radantriebsenergie E_{Bed} bestimmt sich aus dem Fahrwiderständen F_{Bed} (s. Gl. (2.69)). Ein Teil der Fahrwiderstandskräfte sind konservative Kräfte (Steigungs- und Beschleunigungswiderstand). Der Anteil der Radantriebsenergie, der für die Überwindung dieser Kräfte aufgewendet werden muss, ist im Bewegungszustand und der aktuellen Position des Fahrzeugs gespeichert und zwar in Form kinetischer und potenzieller Energie. Bei Abbremsung des Fahrzeugs kann die kinetische Energie

$$E_{\text{Bed,kin}} = \frac{e_i \cdot m_{\text{V,ul,0}} + m_{\text{zu}}}{2} \cdot v_x^2 \tag{2.75}$$

durch Rekuperation zurückgewonnen werden und nach Zwischenspeicherung, beispielsweise in einem Schwungrad, einem Superkondensator oder einem Akkumulator, dem Fahrzeug für den nächsten Anfahrvorgang wieder zur Verfügung gestellt werden.
Dies ist eine Möglichkeit zur Kraftstoffeinsparung. Weitere Verbrauchseinsparpotenziale während des Fahrzeugbetriebs bieten folgende Maßnahmen:

- hoher Antriebsstrangwirkungsgrad η_A ,
- großer Motorwirkungsgrad η_M ,
- Betrieb des Motors bei optimalem Wirkungsgrad,
- Ausschalten von Nebenverbrauchern (z.B. Klimaanlage, Heckscheibenheizung),
- Abschalten des Motors bei stehendem Fahrzeug,
- Verwendung rollwiderstandsarmer Reifen,
- Fahrt mit hohem Reifenfülldruck p_T ,
- Einstellung der korrekten Achsgeometrie,
- Fahrt auf trockener, befestigter Straße mit möglichst wenigen, kleinen Bodenunebenheiten,
- Verwendung sauberer, geschmierter Radlager,
- Einstellung großen Bremsenlüftspiels,
- möglichst geringes Fahrzeuggesamtgewicht $m_{V,t}$,
- unnötige Zuladung m_{zu} vermeiden,
- möglichst geringe rotatorische Massenträgheiten Θ_{red} sowie kleine Massenfaktoren e_i ,
- Fahrt in der jeweils höchsten Gangstufe i,
- Vermeidung zu hoher Geschwindigkeiten,
- gleichmäßige Fahrt bei möglichst konstanter Geschwindigkeit,
- Fahrzeug mit kleinem Luftwiderstand $[c_w \cdot A_L]$,
- Verzicht auf unnötige Anbauteile.

Die Verwendung von Kraftstoffen mit höherer Energiedichte führt nur zu einem geringeren Massenverbrauch, nicht jedoch zu einem niedrigeren Energieverbrauch.

2.2 Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn

Der Reifen ist eine entscheidende Komponente für das längs-, quer- und vertikaldynamische Fahrzeugfahrverhalten. Abgesehen von Windkräften (siehe die Abschnitte 2.1.2 und 2.1.1.2) werden sämtliche Kräfte und Momente, die auf den Fahrzeugaufbau einwirken, an dieser Kontaktzone von der Fahrbahn über die Reifen auf das Fahrzeug übertragen. Den Aufbau eines Luftreifens zeigt **Bild 2-28**.
Die Eigenschaften des Reifens hängen stark von den lokalen Effekten in der Reifen-Fahrbahnkontaktzone ab [14]. Die Kraftübertragung findet dabei reibschlüssig statt. Verantwortlich ist das Zusammenspiel der Reibungspartner Straße und Reifenlaufstreifen.
Man unterscheidet zwischen zwei hauptsächlichen Reibungsvorgängen, die die Kraftübertragung zwischen Fahrbahn und Reifen ermöglichen:

- Adhäsionsreibung (intermolekulare Haftkräfte),
- Hysteresereibung (Verzahnungskräfte).

Kohäsions- und Viskosereibung spielen keine Rolle.
Die Hyteresereibungseigenschaften, also das Verzahnungsverhalten zwischen Reifenlaufstreifen und Fahrbahnrauhigkeiten, werden durch das viskoelastische Werkstoffverhalten von Gummi bestimmt (s. auch Abschnitt 2.1.1.1). Eine große Dämpfung im Gummiwerkstoff des Laufstreifens führt zu einem hohen Hysteresereibungskoeffizienten. Adhäsionsreibung findet auf molekularer Ebene statt (Größenordnung 10^{-5} mm [19]) und erfordert einen direkten Kontakt der beiden Reibungspartner Straße und Reifenlaufstreifen.

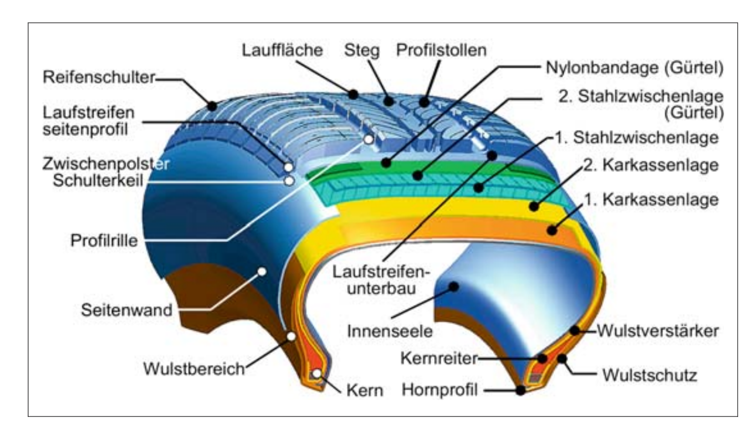


Bild 2-28: Aufbau eines modernen Pkw-Reifens [19]

Auf trockener Fahrbahn ist die Adhäsionskomponente maßgeblich. **Bild 2-29** zeigt anschaulich den Unterschied zwischen Hysterese- und Adhäsionskräften im Reifenlatsch.

Liegt ein viskoses Zwischenmedium vor, wie beispielsweise Wasser oder Öl, das den direkten Kontakt der Gummimoleküle mit dem Straßenbelag verhindert, so können keine intermolekularen Haftkräfte und somit keine Adhäsionsreibung aufgebaut werden. In diesem Fall überträgt ausschließlich die Hysteresereibung Kräfte zwischen Rad und Fahrbahn. Um die Hysteresekomponente nutzen zu können, muss eine ausreichende Straßenrauhigkeit vorliegen. Diese liegt normalerweise in der Größenordnung von 10 mm bis 0,001 mm [3]. Der Einfluss der Adhäsionsreibungskomponente bei nasser Fahrbahn wird durch die Laufstreifenprofilierung sowie Drainageeigenschaften der Straße vergrößert. Verdrängen diese den Wasserfilm zwischen Laufstreifen und Fahrbahn, können die intermolekularen Kräfte wirken.

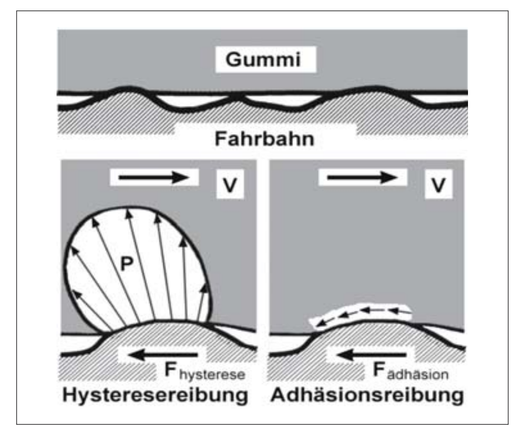


Bild 2-29: Hysterese- und Adhäsionsreibung: vergrößerte Darstellung des Fahrbahnkontaktes [14, 19]

Bei sehr niedrigen Umgebungstemperaturen und Fahrt auf Schnee und Eis spielen wiederum Adhäsionskräfte die Hauptrolle, da der Gummiwerkstoff hier nahezu Glastemperatur erreicht hat und daher nicht mehr ausreichend viskoelastisch ist, um die Verzahnung zum Untergrund aufrechtzuerhalten. Abhilfe kann hier eine spezielle Profilierung des Laufstreifens schaffen (beispielsweise durch Lamellenprofilierung). Die Werkstoffeigenschaften des Reifengummis sind in hohem Maße abhängig von der Temperatur und der Belastungsfrequenz. Darüber hinaus spielen der lokale Druck und die lokale Gleitgeschwindigkeit eine wichtige Rolle. Den typischen Zusammenhang zwischen der Flächenpressung im Profilstollen und dem Kraftschlussbeiwert zeigt **Bild 2-30**. Dort ist ein µ-Streuband für verschiedene Profilgummimischungen auf Safety-Walk-Belag gezeigt.

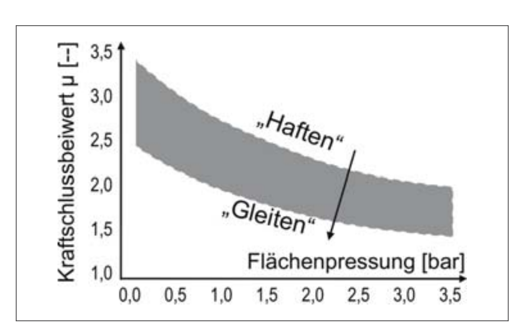


Bild 2-30: Streubereich der Kraftschlussbeiwerte μ für Laufstreifengummimischungen in Abhängigkeit der lokalen Flächenpressung; ermittelt an Gummiproben auf Safety-Walk-Belag [16, 17]

Der Übergang von „Haften“ in „Gleiten“ wird durch die Gleitgeschwindigkeit zwischen Profil und Fahrbahn bestimmt. Den entsprechenden Zusammenhang zwischen Kraftschlussbeiwert und lokaler Gleitgeschwindigkeit zeigt das Diagramm in **Bild 2-31**. Flächenpressung und Gleitgeschwindigkeit sollen zur

Erzielung eines möglichst großen Kraftschlussbeiwerts μ gleichmäßig verteilt sein und sich auf niedrigem Niveau bewegen.

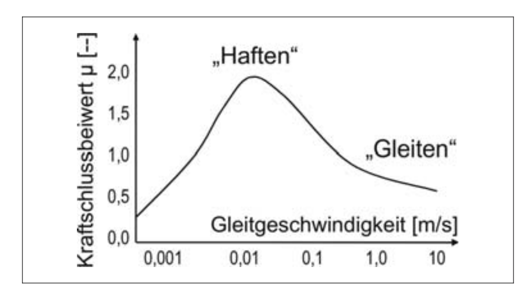


Bild 2-31: Einfluss der Gleitgeschwindigkeit auf den Kraftschlussbeiwert μ [17, 18]

Für ein optimales Funktionieren muss daher der (Gummi-)Werkstoff des Reifens an die im normalen Fahrbetrieb auftretenden Umgebungstemperaturen, die Druckbelastung, Fahrgeschwindigkeiten und Anregungsfrequenzen genau angepasst werden.

Neben der reibschlüssigen Kraftübertragung zwischen Laufstreifen und Fahrbahn wird das Kraftübertragungsverhalten von Fahrzeugreifen durch Profilstollendeformationen in Längs- und Querrichtung, bestimmt. Die Summe der Deformationskräfte an den Profilstollen wirkt auf den Reifengürtel, der sich dadurch ebenfalls deformiert und seine Lage relativ zur Felge ändert. Aufgrund dieser Wirkungskette liegt es nahe, die Deformationen in

- lokale Profildeformationen und
- globale Reifen-(Gürtel)-Deformationen

zu unterteilen. Da sich die Kraftübertragungsmechanismen in den unterschiedlichen Betriebszuständen voneinander unterscheiden, bietet es sich ferner an, zwischen

- vertikaler Belastung,
- freiem Rollen,
- Bremsen/Antreiben und
- Kurvenfahren

zu unterscheiden. Für diese Betriebszustände werden die grundsätzlichen Kraftübertragungsmechanismen nachfolgend beschrieben [14].

Die Übertragung von Kräften in der Aufstandsfläche des rollenden Reifens ist demnach immer mit einer Deformation des Reifens in Form elastischer Profil- und Strukturdeformationen verbunden.

Diese Reifendeformationen sind für fahrdynamische Betrachtung von Bedeutung. Sie dienen, neben den Parametern Radlast, Temperatur, Fülldruck und Fahrgeschwindigkeit als Eingangsgröße für das Kraftübertragungselement Fahrzeugreifen. In Abhängigkeit dieser „Eingangsgrößen“ erzeugt der Reifen die zur Fortbewegung und Spurhaltung des Fahrzeugs erforderlichen Kräfte zwischen Laufstreifen und Fahrbahn.

Die beiden nachfolgenden Abschnitte beschäftigen sich detaillierter mit der Kraftübertragung im Reifenlatsch und den globalen Reifenkräften sowie deren rechentechnischer Abbildung, die für fahrdynamische Betrachtungen von Bedeutung ist.

2.2.1 Physik der Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn

Während der Fahrt erfährt der Reifen vier verschiedene Belastungsarten, die im allgemeinen Fall kombiniert auftreten. Hierbei handelt es sich um

- freies Rollen,
- vertikale Kraftübertragung,
- Bremsen/Antreiben und
- Kurvenfahrt (Schräglauf / Sturz).

Freies Rollen

Im Falle des freien Rollens wirken in erster Linie Rollwiderstandskräfte auf den Reifen. Dies ist bereits in Abschnitt 2.1.1.1 behandelt worden.

Vertikale Kraftübertragungseigenschaften

Die vertikale Belastung des Reifens erfolgt selbstverständlich auch im Falle des freien Rollens. An dieser Stelle soll jedoch auf die statischen und höherdynamischen vertikalen Federungseigenschaften eines Reifens eingegangen werden.

Bei Luft- und Vollgummireifen handelt es sich um elastische Bauteile. Eine Belastung $F_{Z,W}$ in vertikaler Richtung z wird der Reifen mit einer entsprechenden globalen Deformation s_T in derselben Richtung beantworten. Der Reifen kann als Feder beschrieben werden. Die Federsteifigkeit c_T ist dabei abhängig vom Fülldruck p_T, dem konstruktiven Aufbau des Reifens, der Rollgeschwindigkeit v_W, der Radlast $F_{Z,W}$ und der Frequenz f der Reifenbelastung. **Bild 2-32** zeigt beispielhaft die Anteile der Lastaufnehmenden Komponenten der Reifenstruktur als Funktion der Eindrückung s_T. Die Komponente I entspricht dem Tragkraftanteil $F_{T,Strukt}$ des festen Gummi-Gewebe-Körpers infolge einer elastischen Formänderung. Die Komponente II stellt die so genannte Rundhaltekraft $F_{T,Rund}$ der Pressluft p_T dar, die den Reifen in seinen Wandungen versteift. Die Komponente III stellt den sehr geringen Anteil der Luftkompression $F_{T,press}$ dar. Die Komponente IV stellt den Hauptanteil dar, der auf Anpassung der Bodenaufstandsfläche A_T an die vertikale Belastung $F_{Z,W}$ beruht und als „Tragkraft der Luft“ bezeichnet werden kann [15]:

$$F_{Z,W} = p_T \cdot A_T + F_{T,press} + F_{T,Strukt} + F_{T,Rund} \quad (2.76)$$

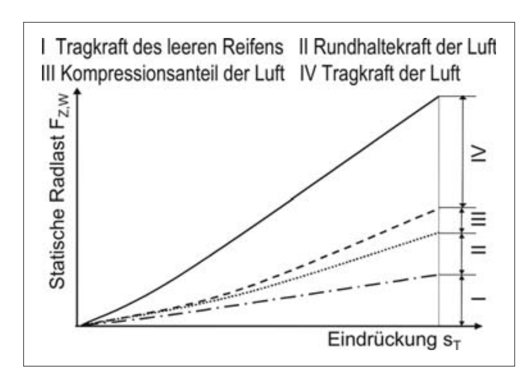


Bild 2-32: Schematischer Aufbau der Federkennlinie eines Luftreifens [15]
I Tragkraft des leeren Reifens, II Rundhaltekraft der Luft, III Kompressionsanteil der Luft, IV Tragkraft der Luft

Die Latschfläche A_T beschreibt die gesamte von der Umrandung des Latsches eingefasste Fläche. Je nach Profilpositivanteil $\iota_{T,pos}$ von 60 bis 80 % kann die tatsächliche Profilaufstandsfläche $A_{T,tat}$ sehr viel kleiner ausfallen. Der lokale Druck auf die Profilstollen kann daher höher als der Reifeninnendruck p_T werden. Der mittlere Druck im tatsächlichen Kontaktbereich kann dabei 1 bis 2 bar über dem Fülldruck liegen. Einen weiteren Beitrag zur Erhöhung des lokalen Drucks im Reifenlatsch leistet die Rauhigkeit der Straße. Die tatsächliche Kontaktfläche kann hierdurch nochmals auf ca. 7 bis 60 % des Profilpositivanteils absinken. Dies führt zu lokalen Druckspitzen von bis zu 45 bar bei Pkw-Reifen [3]. Je größer die Radlast $F_{Z,W}$, umso mehr vergrößert sich der Reifenlatsch A_T. Mit abnehmendem Innendruck p_T vergrößert sich die Latschfläche ebenfalls. Die Größe, insbesondere Länge der Latschfläche A_T ist direkt an die Reifeneinfederung s_T gekoppelt.
Eine typische Druckverteilung im Reifenlatsch zeigt **Bild 2-33**.

Die genaue Ausformung des Druckgebirges im Reifenlatsch wird durch die Radlast $F_{Z,W}$, den Fülldruck p_T, die Struktureigenschaften und die Profilgestaltung bestimmt. Deutlich zu sehen ist der Einfluss der Reifenseitenwände auf das Druckgebirge. Je gleichmäßiger die Druckverteilung und je geringer das Druckniveau in der Aufstandsfläche sind, desto größer ist das Kraftübertragungspotenzial des Reifens (s. auch **Bild 2-30**).
Den Einfluss des Reifenfülldrucks p_T auf die vertikale Federkennlinie eines Pkw Reifens zeigen qualitativ die **Bilder 2-34** und **2-35**. Die Federkennlinien weisen im Arbeitsbereich einen linearen Verlauf auf. Aus der Änderung der Vertikallast $F_{Z,W}$ als Funktion der Einfederung s_T (Absenkung der Radachse) lässt sich die Federkonstante des Reifens c_T ermitteln:

$$c_T = \frac{\mathrm{d}\left(F_{Z,W}\left(s_T\right)\right)}{\mathrm{d}s_T} \tag{2.77}$$

Im Arbeitsbereich des Reifens ist der Zusammenhang zwischen Vertikalkraft $F_{Z,W}$ und Reifeneinfederung s_T nahezu linear. Dort kann vereinfacht mit einer konstanten Reifenfedersteifigkeit c_T gerechnet werden.
Zusammen mit den ungefederten Radmassen $m_{U,R}$ (Felge, Radträger, Anteile der Lenker und des Reifens) ergibt sich aus der Reifenfedersteifigkeit c_T und der jeweiligen Aufbaufederrate c ein schwingfähiges Feder-Masse-Teilsystem. Seine Eigenfrequenz liegt im Allgemeinen bei 10 bis 15 Hz. Der Reifenfülldruck p_T beeinflusst diese Eigenfrequenz. Bei Fahrbahnanregungen im diesem Frequenzbereich kommt es zu Resonanzerscheinungen. Diese müssen vom Aufbaudämpfer bedämpft werden, um die resultierenden dynamischen Radlastschwankungen so gering wie möglich zu halten. Geschieht dies nicht, reduzieren sich der Fahrkomfort und das Kraftübertragungspotenzial des Reifens.

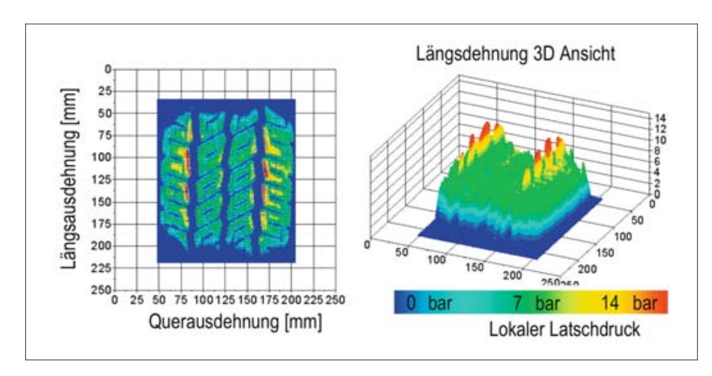


Bild 2-33:
Typische Druckverteilung in der Reifenaufstandsfläche [19]

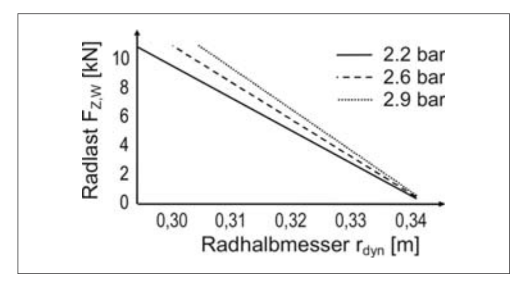


Bild 2-34: Einfluss verschiedener Fülldrücke p_T auf die vertikale Federkennlinie eines Pkw-Reifens

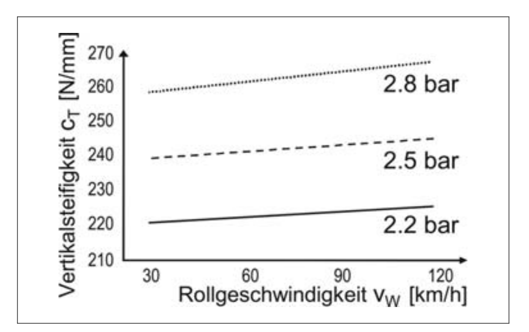


Bild 2-35: Einfluss verschiedener Fülldrücke p_T und verschiedener Rollgeschwindigkeiten v_W auf die vertikale Reifenfedersteifigkeit c_T eines Pkw-Reifens

Typische Vertikalfedersteifigkeiten c_T von Pkw-Luftreifen liegen im Bereich von 200 bis 350 N/mm. Neben dem Reifenfülldruck p_T hat ebenfalls die aktuelle Rollgeschwindigkeit v_W einen Einfluss auf die vertikale Reifenfedersteifigkeit c_T. Mit steigender Raddrehzahl ω nehmen die an der Masse des Reifengürtels angreifenden Beschleunigungskräfte zu. Diese führen zu einer „Versteifung“ des Reifens. **Bild 2-35** zeigt den Einfluss von Fülldruck p_T und Rollgeschwindigkeit v_W auf die Vertikalfedersteifigkeit eines Pkw-Reifens.

Aufgrund des viskoelastischen Verhaltens des Gummiwerkstoffs und somit der Reifenstruktur verfügt der Reifen neben den Federungs- auch über Dämpfungseigenschaften. Diese sind wiederum von verschiedenen Rand- und Betriebsbedingungen abhängig. Da diese Dämpfungsbeiwerte im Vergleich zum Aufbauschwingungsdämpfer des Fahrzeugs sehr klein ausfallen, können sie entweder durch eine Konstante $k_{D,T}$ angenähert oder für bestimmte Betrachtungen sogar vernachlässigt werden. Für $k_{D,T}$ kann im Bereich normaler Betriebsbedingungen näherungsweise ein Wert von 50 bis 100 Ns/m angenommen werden. Relevanz hat die Reifendämpfung $k_{D,T}$ bei Betrachtung des Reifenrollwiderstands $F_{R,T}$ (s. Abschnitt 2.1.1.1) und bei der Zunahme der Reifenfedersteifigkeit c_T bei dynamischer Anregung.

Die bisherige Betrachtung der vertikalen Reifenkräfte bezog sich auf die Einfederung des gesamten Reifenlatsches, also auf Bodenunebenheiten, die mindestens der Länge des Latsches entsprechen. Fahrbahnunebenheiten bzw. Fahrbahnhindernisse können allerdings auch sehr viel kleiner ausfallen. Aufgrund der Elastizität des Reifengürtels, des Profils und der Seitenwände ist der Reifen in der Lage, Unebenheiten, die im Vergleich zur Latschlänge klein sind zu „schlucken“, ohne dass eine globale Rad- bzw. Achseinfederung erforderlich ist. Diese Eigenschaft verbessert den Abroll- und Fahrkomfort des Fahrwerks.

Relevant für den Fahrkomfort ist neben dem Schluckvermögen eines Reifens auch sein Eigenschwingverhalten. Der Reifengürtel ist massebehaftet und ergibt daher mit den entsprechenden Steifigkeiten der Reifenstruktur (Fülldruck, Seitenwände, Biegesteifigkeit des Gürtels selbst) ein schwingfähiges Feder-Masse-System. Die Eigenfrequenzen des Reifens müssen daher mit den Eigenfrequenzen des Fahrwerks abgestimmt werden, um komfortmindernde Resonanzen zu vermeiden. Die Eigenfrequenzen des Fahrwerks werden maßgeblich durch die Gummilager und die Massen der einzelnen Bauteile bestimmt.

Messtechnisch untersucht werden die Komforteigenschaften eines Reifens, also sein Schluckvermögen und das Eigenschwingverhalten durch Hindernisüberfahrten (Schlagleisten) und Modalanalysen. Durch impulsförmige bzw. breitbandige Anregungen wird die Reifenstruktur in Schwingungen versetzt. Diese werden in Form von Kraft- oder Beschleunigungsmessungen ausgewertet und auf die Anregungssignale bezogen.

Schlagleistenüberfahrten werden im Allgemeinen auf Trommelprüfständen durchgeführt. Der vertikale Bewegungsfreiheitsgrad des Rades wird nach Einstellung der korrekten Radlast festgesetzt, so dass lediglich die Reifenstruktur elastisch verformt wird, ohne dass das gesamte Rad einfedert. Auf der Lauftrommel wird eine Metallleiste definierter Abmessungen senkrecht oder schräg zur Laufrichtung befestigt.

Bild 2-36 zeigt ein typisches Messergebnis einer Schlagleistenüberfahrt im Zeit- und Frequenzbereich für die drei Reifenkräfte $F_{X,W}$, $F_{Y,W}$ und $F_{Z,W}$. Auf der einen Seite kann hiermit das Schluckvermögen durch die Höhe des ersten Kraftpeaks beurteilt werden, andererseits erhält man Auskunft über das Eigenschwingverhalten der Struktur durch Betrachtung der abklingenden Vibration nach Verlassen des Fahrbahnhindernisses.

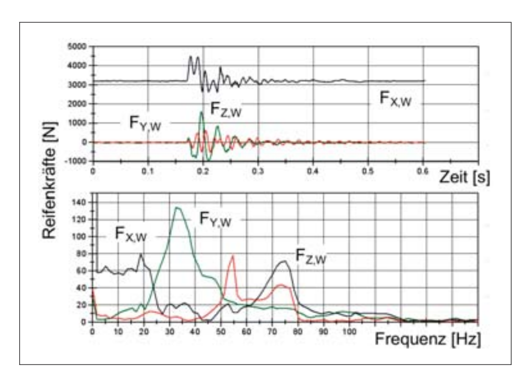


Bild 2-36: Ergebnis einer Schlagleistenüberfahrt im Zeit- und Frequenzbereich

Im direkten Zusammenhang mit den Hindernisüberfahrten des Reifens stehen die Ergebnisse einer Reifenmodalanalyse. Aus dieser lassen sich direkt die Frequenzen und Dämpfungen der einzelnen charakteristischen Modalformen ablesen.
Dargestellt sind in **Bild 2-37** beispielhaft die ersten Eigenschwingformen eines unbelasteten Luftreifens. Es handelt sich um so genannte „Starrkörpermoden“, da der Reifengürtel als starrer Körper relativ zur Felge schwingt und sich dabei nicht selbst verformt.
Sie sind auch direkt bei Auswertung der Schlagleistenüberfahrten zu erkennen und hauptverantwortlich für das Nachschwingen des Reifens nach Verlassen des Hindernisses. Die Frequenzen der Starrkörpermoden liegen je nach Reifengröße und Fülldruck zwischen 30 und 100 Hz. Die höherfrequenten Eigenmoden eines Reifens beruhen auf elastischen Gürtelverformungen in axialer, radialer und tangentialer Richtung, spielen aber bei fahrdynamischen Betrachtungen keine Rolle. Sie betreffen vielmehr die akustischen Reifeneigenschaften, wie z.B. das Abrollgeräusch.

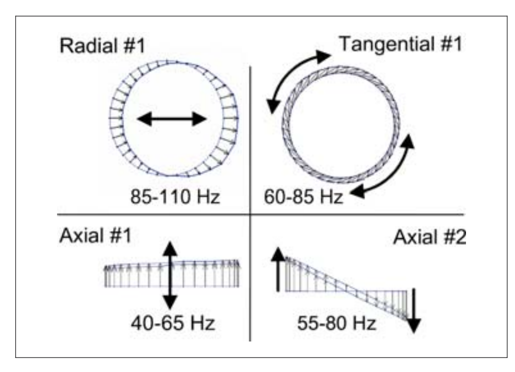


Bild 2-37: Typische Starrkörperschwingformen eines Pkw-Reifens

2.2.1.1 Bremsen und Antreiben

Die Übertragung einer horizontalen Kraft $F_{X,W}$ oder $F_{Y,W}$ in der Radaufstandsfläche A_T ist aufgrund der Reifenelastizitäten (Profil, Struktur) und des aktuellen Reibwertes zwischen Straße und Laufstreifen immer mit Schlupf verbunden. Dieser setzt sich aus Formschlupf (Profilstollendeformation bei haftendem Rad) und Gleitschlupf (Relativbewegung zwischen Reifen und Straße) zusammen. **Bild 2-38** zeigt die Schubspannungsverteilung τ_{Brems} im Reifenlatsch infolge Profilstollendeformation unter Einwirkung einer Bremskraft $F_{X,W}$. Dargestellt ist ein Schlupfzustand, bei dem Teilgleiten auftritt. Wird die lokal durch den jeweiligen Haftreibwert μ_{Haft} und die lokale Flächenpressung p_{lokal} maximal übertragbare Schubspannung τ_{max} überschritten, steht zur weiteren Kraftübertragung nur noch der Gleitreibwert μ_{Gleit} zur Verfügung.

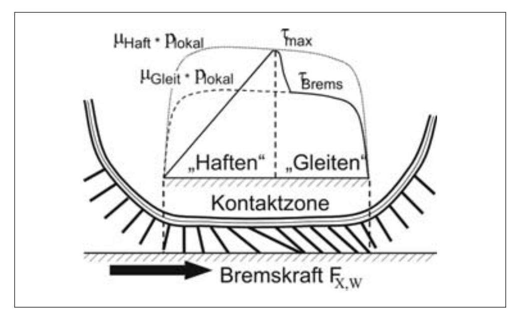


Bild 2-38: Profilstollendeformation und resultierende Schubspannungsverteilung τ_{Brems} im Reifenlatsch [14, 19]

Die gesamt übertragbare Bremskraft ist die Summe aller Schubspannungen τ_{Brems} im Reifenlatsch. Je größer der gesamte Reifenschlupf κ, desto größer werden die Gleit- gegenüber den Deformationsschlupfanteilen. Den Zusammenhang zwischen Reifenschlupf κ und Kraftschlussbeiwert μ mit den jeweiligen Gleit- und Deformationsschlupfanteilen zeigt **Bild 2-39**.

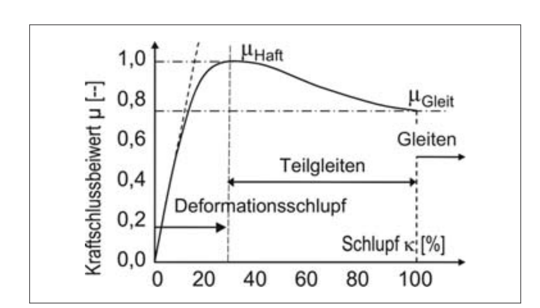


Bild 2-39: Teilgleiten und Gleiten bestimmen den Verlauf des Kraftschlussbeiwerts μ

In der Praxis bzw. bei fahrdynamischen Betrachtungen wird zwischen den beiden Schlupfarten nicht unterschieden. Es wird ein globaler Reifenschlupf jeweils für die Reifenlängs- und -querrichtung definiert.
Bei der Übertragung von Längskräften unterscheidet man noch zwischen Antriebsschlupf κ_A und Bremsschlupf κ_B.

$$\kappa_A = \frac{\omega_W \cdot r_{dyn} - v_x}{\omega_W \cdot r_{dyn}} \tag{2.78}$$

$$\kappa_B = \frac{\omega_W \cdot r_{dyn} - v_x}{v_x} \tag{2.79}$$

Der Bremsschlupf κ_B ist nach dieser Definition immer negativ, der Antriebsschlupf κ_A immer positiv. Unter Antriebsschlupf κ_A dreht das Rad immer schneller, als es der aktuellen Fahrgeschwindigkeit v_x entsprechen würde, bei Bremsschlupf κ_B immer langsamer. Bei betragsmäßig kleinen Schlupfwerten κ überwiegt der Formschlupf- bzw. Haftreibungsanteil $\mu_{X,W}$, bei betragsmäßig großen Schlupfwerten κ der Gleitschlupf- bzw. Gleitreibungsanteil $\mu_{X,W,lo}$. Der maximale Kraftschlussbeiwert μ_{Haft} des Reifens wird im Schlupfbereich des Teilgleitens erreicht (ca. 10 bis 30 %).
Genau genommen gibt es nicht einen Haftreibungsbeiwert μ_{Haft} und einen Gleitreibungsbeiwert μ_{Gleit}, sondern eine Kraftschlusskurve, die den globalen Reifen-Längskraftschlussbeiwert μ in Abhängigkeit der Radlast $F_{Z,W}$, des Innendrucks p_T, der Fahrgeschwindigkeit v_x, des Schlupfes κ und des Fahrbahnbelages beschreibt. **Bild 2-40** zeigt den Streubereich des Reifen-Längskraftschlussbeiwerts μ bei verschiedenen Fahrbahnbelägen und -zuständen in Abhängigkeit des Bremsschlupfs κ_B.
Darüber hinaus sind in der **Tabelle 2-5** die Kraftschlussbeiwerte verschiedener unbefestigter Fahrbahnen aufgelistet. Auf unbefestigten Fahrbahnen beeinflusst die Strukturfestigkeit des Untergrunds maßgeblich den Kraftschlussbeiwert μ.

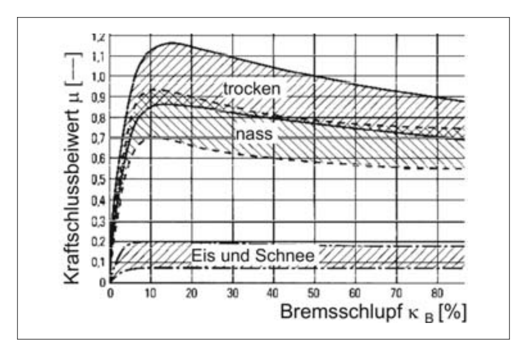


Bild 2-40: Zusammenhang zwischen Umfangsschlupf und Kraftschlussbeiwert [13]

Tabelle 2-5: Kraftschlussbeiwerte μ nicht befestigter Fahrbahnen [13]

Fahrbahn	*Kraftschlussbeiwert µ*
Grasnarbe feucht	0.55 – 0.25
Lehm trocken bis nass	0.45 – 0.50
Lehm/Ton trocken bis nass	0.55 – 0.30
Mutterboden trocken - nass	0.40 – 0.30
Kiesweg fest bis locker	0.35 – 0.30
Sandweg fest bis locker	0.30 – 0.35

Den Einfluss verschiedener Fahrgeschwindigkeiten v_x auf den Kraftschlussbeiwert μ zeigt das Diagramm in **Bild 2-41**. Je höher die Fahrgeschwindigkeit v_x wird, desto größer wird die Relativgeschwindigkeit im Gleitbereich des Reifenlatsches. Infolge dessen sinkt dort der Gleitreibungsbeiwert μ_{Gleit}.

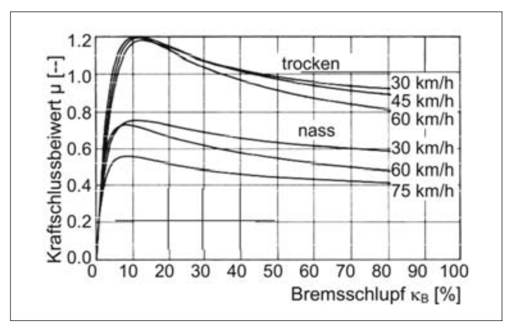


Bild 2-41: Zusammenhang zwischen Umfangsschlupf κ_B und Kraftschlussbeiwert μ für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten v_x (Streubereiche) bei konstanter Radlast $F_{Z,W}$ [13]

Der Einfluss der Fahrgeschwindigkeit v_x macht sich daher im Bereich hoher Schlupfwerte (Teilgleiten und Gleiten, **Bild 2-39**) bemerkbar. Bei genauer Kenntnis der μ-Schlupf-Kurve lässt sich die für den jeweiligen Fahrzustand übertragbare Längskraft $F_{X,W}$ in Abhängigkeit vom Schlupf κ für den untersuchten Reifen berechnen:

$$F_{X,W}\left(\mu, F_{Z,W}, \kappa\right) = \mu\left(\kappa, F_{Z,W}\right) \cdot F_{Z,W} \tag{2.80}$$

Ein typisches Bremskraft $F_{X,W}$ Bremsschlupf κ_B Kennfeld bei unterschiedlichen Radlasten $F_{Z,W}$, aufgenommen auf einem Reifenprüfstand mit Außentrommellaufbahn zeigt **Bild 2-42**. In erster Näherung, besonders bei nicht laufrichtungsgebundenem Laufstreifenprofil, kann von Symmetrie zwischen Bremskraft- und Antriebskraftübertragungscharakteristiken eines Reifens ausgegangen werden.

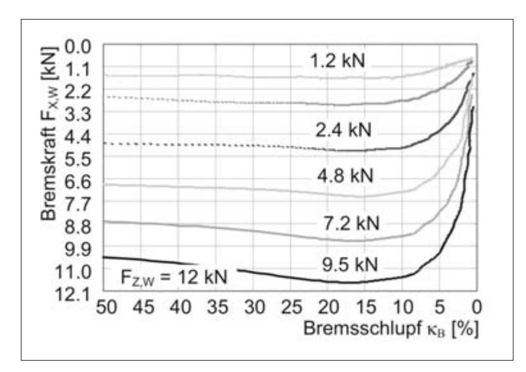


Bild 2-42: Bremskraft-Bremsschlupf-Kennfeld für einen Pkw-Luftreifen bei verschiedenen Radlasten

2.2.1.2 Kurvenfahrt

Die Übertragung einer Seitenkraft $F_{Y,W}$ in der Radaufstandsfläche A_T erfolgt in ähnlicher Weise, wie die einer Kraft in Umfangsrichtung. Aufgrund der Profil- und Struktur-Elastizitäten in Reifenquerrichtung kann die Kraftübertragung nur bei gleichzeitiger elastischer Verformung des Reifens erfolgen. Diese macht sich in Form eines Querschlupfes S_α bemerkbar. Der Querschlupf S_α wird auch als Schräglaufwinkel α bezeichnet, da das Rad bei Kurvenfahrt unter Seitenkraft $F_{Y,W}$ um den Winkel α abweichend schräg zur Fahrzeug-, bzw. Rad-Rollrichtung v_x bzw. v_W läuft. Die Skizze in **Bild 2-43** verdeutlicht diesen Zusammenhang.

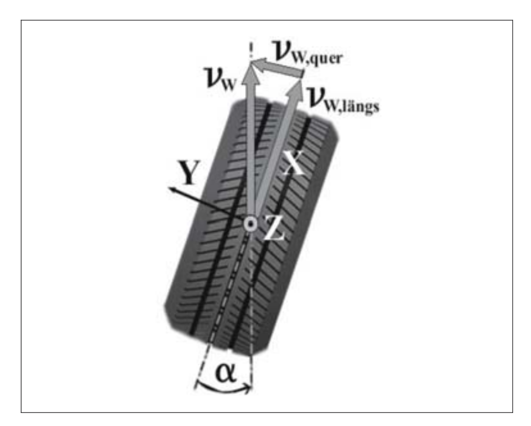


Bild 2-43: Definition des Schräglaufwinkels α

Ähnlich Längs- und Umfangsschlupf kann auch ein Querschlupf S_α definiert werden: Diese durch die Seitenkrafteinwirkung hervorgerufene Quergeschwindigkeitskomponente $v_{W,quer}$ wird zur kräftefreien Rollgeschwindigkeit $v_{W,längs}$ ins Verhältnis gesetzt:

$$S_\alpha = \frac{v_{W,quer}}{v_{W,längs}} = \frac{v_W \cdot \sin(\alpha)}{v_W \cdot \cos(\alpha)} = \tan(\alpha) \qquad (2.81)$$

Ein unter $\alpha = 45°$ Schräglauf rollendes Rad hätte demnach den Querschlupf $S_\alpha = 100\,\%$. Diese Betrachtungsweise ermöglicht einen Vergleich der Kraftübertragungsmechanismen in Längs- und Querrichtung des Reifens. In der Praxis allerdings werden die Seitenkräfte $F_{Y,W}$ und die Rückstellmomente $M_{Z,W}$ über dem Schräglaufwinkel α und nicht über dem Querschlupf S_α aufgetragen. Dies hat mehrere Gründe:

- Theoretisch sind Schräglaufwinkel größer als $\alpha = 45°$ denkbar (querrutschendes Rad).
- Die Messung von Reifencharakteristiken und Kraftschlussbeiwerten [2] bei großen Schräglaufwinkeln ($|\alpha| > 20°$) ist schwer reproduzierbar.
- Der im „normalen" Fahrbetrieb auftretende Schräglaufwinkel ist selten größer als $|\alpha| > 12°$.

Wie erfolgt nun im Einzelnen die Kraftübertragung in Reifenquerrichtung bei einem mit Schräglauf rollenden Reifen?

Entsprechend der Analogie zwischen Längs- und Querschlupf, kann auch die zum Aufbau der Reifenseitenkräfte $F_{Y,W}$ verantwortliche Profilstollenverformung mit resultierender Schubspannungsverteilung in der Reifenaufstandsfläche mit der zum Kraftaufbau der Radumfangskraft $F_{X,W}$ verglichen werden. **Bild 2-44** skizziert die Profilstollenverformung bei Einwirken einer Seitenkraft $F_{Y,W}$ am rollenden Rad:

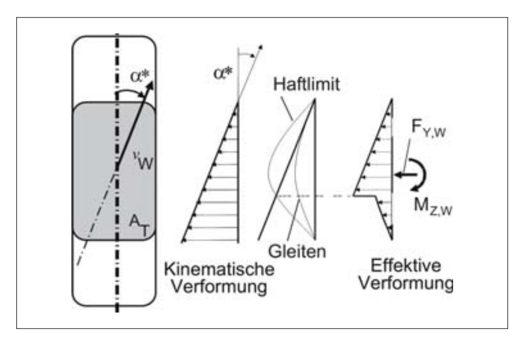


Bild 2-44: Profilverformung im Latsch bei Schräglauf: Haft- und Gleitreibung [14]; die Profilverformung findet mit einem vom eigentlichen Schräglauf α abweichenden Profilschräglaufwinkel α^* statt [1, 3, 17, 19]

Bei Einlauf des Profilstollens in den Reifenlatsch A_T haftet dieser zunächst bedingt durch den lokalen Bodendruck p_{lokal} und den Kraftschlussbeiwert μ_{Haft} auf der Fahrbahn und folgt dabei der Fahrtrichtung v_W kinematisch. Aufgrund des Schräglaufwinkels α zwischen Fahrtrichtung v_W und Reifenmittelebene wird der Profilstollen dabei relativ zur Reifenmittelebene und somit zum Reifengürtel, an dem er befestigt ist, ausgelenkt. Diese elastische Auslenkung ruft eine Schubspannung τ_α im Gummiwerkstoff des Stollens hervor. Der Profilstollen unterliegt Deformationsschlupf. Je weiter er den Latsch durchläuft, desto größer wird die kinematische Auslenkung und somit die

wirkende Schubspannung τ_α. Diese Spannung τ wird einerseits durch die Befestigung des Stollens an der Reifenstruktur andererseits durch den Kraftschluss μ zur Fahrbahn abgestützt. Der Kraftschluss zur Straße kann dabei nur eine maximale Schubspannung $\tau_{\alpha,\max}$ bis zum Haftlimit übertragen. Limitiert wird diese durch den maximalen Kraftschlussbeiwert μ_{Haft} und den lokalen Bodendruck p_{lokal}. Wird dieser „Abrisspunkt" der maximal übertragbaren Schubspannung $\tau_{\alpha,\max}$ auf der „Haftlimit"-Kurve erreicht, verlässt er den Haftbereich und geht ins vollständige Gleiten über („Gleitlimit"). Da der Gleitreibwert μ_{Gleit} kleiner als der Haftreibwert μ_{Haft} ausfällt, ist die entsprechende Schubspannung τ_α und somit die Profilstollenauslenkung kleiner als im Haftbereich. Summiert man die in der Reifenaufstandsfläche A_T bei einem unter Schräglauf α rollenden Rad wirkenden Schubspannungen $\tau_\alpha(A)$ über der Fläche A_T auf, so erhält man die Seitenkraft $F_{Y,W}$:

$$F_{Y,W} = \int_{A_T} \tau_\alpha(A) \cdot dA \tag{2.82}$$

Für sehr kleine Schräglaufwinkel (α < 2 bis 3°) entspricht die Form der Schubspannungsverteilung τ_α einem Dreieck, da der Abrisspunkt auf der „Haftlimit"-Kurve noch nicht erreicht wird und reiner Deformationsschlupf vorliegt. Der Zusammenhang zwischen Seitenkraft $F_{Y,W}$ und Schräglaufwinkel α ist linear. Bei zunehmendem Schräglaufwinkel wird der Gleitanteil am Gesamtschlupf jedoch immer größer. Die Dreieckform der Schubspannungsverteilung im Haftbereich wird durch einen Teil ergänzt, der in seiner Form der Vertikaldruckverteilung im Gleitbereich entspricht. Der Verlauf der Seitenkraft $F_{Y,W}$ bei großen Schräglaufwinkeln wird daher zunehmend degressiv, bis er schließlich auf ein konstantes Niveau bei reinem Gleiten abfällt. **Bild 2-45** zeigt ein typisches Kennlinienfeld für die Seitenkraft $F_{Y,W}$ und dem Schräglaufwinkel α für einen Pkw-Reifen.

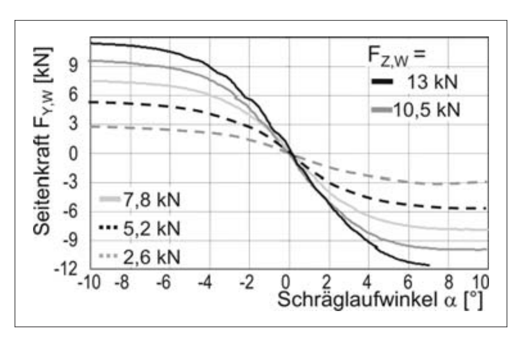


Bild 2-45: Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Kennfeld für einen Pkw-Reifen bei verschiedenen Radlasten $F_{Z,W}$

Auf trockener Fahrbahn ist der Zusammenhang zwischen der Seitenkraft $F_{Y,W}$ und dem Schräglaufwinkel α im Bereich bis $|\alpha| < 3°$ nahezu linear (dies entspricht in etwa einer Fahrzeugquerbeschleunigung von $a_y = 0{,}4\,g$ [2]). Die Berechnung der Seitenkraft $F_{Y,W}$ aus dem wirkenden Schräglaufwinkel α kann im linearen Bereich mit Hilfe der (radlastabhängigen) Schräglaufsteifigkeit c_α erfolgen:

$$c_\alpha = \left.\frac{d(F_{Y,W})}{d\alpha}\right|_{\alpha=0°} \tag{2.83}$$

$$F_{Y,W} = c_\alpha \cdot \alpha \quad \text{mit} \quad |\alpha| < 3° \tag{2.84}$$

Aufgrund der zur Reifenquer- bzw. Drehachse (*Y*-Achse) asymmetrischen Schubspannungsverteilung im Reifenlatsch ist die Erzeugung einer Seitenkraft $F_{Y,W}$ immer mit der Entstehung eines Rückstellmoments $M_{Z,W}$ um die Reifenhochachse *Z* verbunden. Die Seitenkraft $F_{Y,W}$ greift im Schwerpunkt der Fläche der Schubspannungsverteilung an. Dieser ist um den so genannten Reifennachlauf n_T zur Reifenquerachse versetzt. Die Seitenkraft $F_{Y,W}$ greift dabei hinter der Reifen-Querachse *Y* im Latsch an. Dies führt zu dem Rückstellmoment $M_{Z,W}$, welches das Bestreben hat, den Schräglaufwinkel des Rades aufzuheben und es gerade in Fahrtrichtung zustellen.
Führt man einen Hebelarm $x_T(A)$ ein, an dem die lokale Schubspannung $\tau_\alpha(x_T,A)$ relativ zur Reifenhochachse *Z* angreift, so lässt sich das Rückstellmoment $M_{Z,W}$ berechnen:

$$M_{Z,W} = \int_{A_T} \tau_\alpha(x_T, A) \cdot x_T(A) \cdot dA \tag{2.85}$$

Dividiert man das Rückstellmoment $M_{Z,W}$ durch die Seitenkraft $F_{Y,W}$ erhält man den Reifennachlauf n_T für den aktuellen Betriebszustand.

$$n_T = \frac{M_{Z,W}}{F_{Z,W}} \tag{2.86}$$

Bild 2-46 zeigt das zum Seitenkraftkennfeld in **Bild 2-45** gehörende Rückstellmoment $M_{Z,W}$ Schräglauf α Kennfeld für einen Pkw-Reifen. Der Kurvenverlauf des Rückstellmoments $M_{Z,W}$ hat ein ausgeprägtes Maximum bei ca. α = 3 bis 6° Schräglaufwinkel.
Die weitere Zunahme der Seitenkraft $F_{Y,W}$ reicht nicht aus, um die Verkürzung des Reifennachlaufs n_T zu kompensieren. Bei sehr großen Schräglaufwinkeln α kann das Rückstellmoment das Vorzeichen wechseln und so zu einem Zustellmoment werden, welches das Bestreben hat, die Räder weiter einzuschlagen.

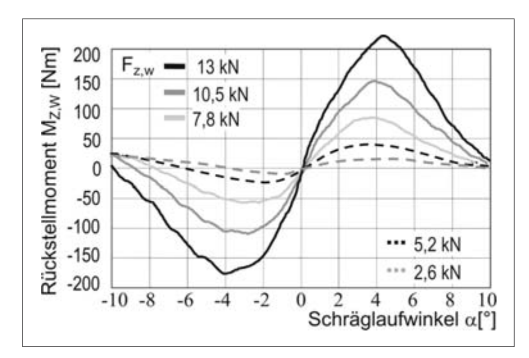


Bild 2-46: Rückstellmoment-Schräglauf-Kennfeld für einen Pkw-Reifen bei verschiedenen Radlasten $F_{Z,W}$

Einfluss eines Sturzwinkels

Seitenkräfte $F_{Y,W}$ in der Reifenaufstandsfläche können ebenfalls erzeugt werden, indem das rollende Rad in seiner Längsebene relativ zur Straße geneigt wird. Man spricht vom Stürzen des Rades. Der Sturzwinkel γ ist als Winkel zwischen Reifenlängsebene und der Fahrbahnnormalen definiert (**Bild 2-47**). Die Sturzseitenkraft wirkt dabei immer in Neigungsrichtung des Rades. Im „normalen" Betrieb liegt bis ca. $\gamma = 10°$ Sturzwinkel ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der Seitenkraft $F_{Y,W}$ und dem Sturzwinkel γ vor. Ursache sind die relativ kleinen Profilverformungen und die damit verbundenen geringeren Schubspannungen τ_γ. Beim geradeaus rollenden, gestürzten Rad liegt fast ausschließlich Deformationsschlupf und kein Gleiten vor. Die durch einen bestimmten Sturzwinkel γ erzeugbaren Seitenkräfte $F_{Y,W}$ sind bei Schräglauf α gleicher Größe für einen Pkw-Reifen ca. 5 bis 10-fach höher.

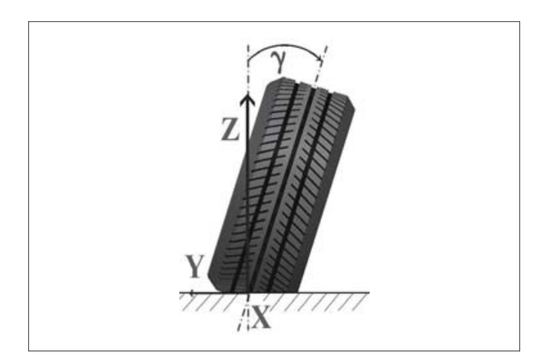


Bild 2-47: Definition des Sturzwinkels γ

Sturzseitenkräfte entstehen folgendermaßen: Bei Einlauf in den Reifenlatsch haftet der Profilklotz auf der Fahrbahn und folgt kinematisch der Fahrzeugbewegung. Verantwortlich hierfür sind wiederum der lokale Bodendruck p_{lokal} und der Kraftschlussbeiwert μ_{Haft}, die dem Stollen auf der Fahrbahn haften lassen. Beim Durchlaufen des Reifenlatsches folgt der Profilstollen fortwährend der Bewegungsrichtung des Fahrzeugs. Durch die Neigung der Reifenstruktur (der Reifengürtel ist bei Seitenansicht kreisförmig) relativ zur Straße verformt sich diese elastisch relativ zu den auf der Fahrbahn haftenden Profilklötzen. Es entsteht eine Schubspannungsverteilung $\tau_\gamma(A)$, die immer symmetrisch zur Reifenhochachse ausgebildet ist. Summiert man die Schubspannungsverteilung τ_γ im Reifenlatsch A_T auf, so erhält man die Sturzseitenkraft $F_{Y,W}$:

$$F_{Y,W} = \int_{A_T} \tau_\gamma(A) \cdot \mathrm{d}A \tag{2.87}$$

Obwohl die Sturzseitenkraft $F_{Y,W}$ immer in Latschmitte auf Höhe der Radhochachse angreift, wirkt bei gestürztem Rad dennoch ein Moment $M_{Z,W}$ um die Hochachse Z (hier: Fahrbahnnormale). Dies resultiert aus der Verdrehung der Stollen relativ zum Gürtel bei Durchlaufen des Reifenlatsches.

Wirken Schräglauf- und Sturzwinkel gleichzeitig, so müssen die aus beiden Einzeleffekten resultierenden Schubspannungsverteilungen τ_α und τ_γ unter Berücksichtigung der maximal übertragbaren Schubspannung $\tau_{\max}(p_{\text{lokal}}, \mu_{\text{Haft}})$ superpositioniert werden. Die **Bilder 2-48** und **2-49** zeigen den Einfluss der Radlast $F_{Z,W}$ auf ein Schräglauf-Seitenkraft-Kennfeld bei einem konstanten Reifensturzwinkel.

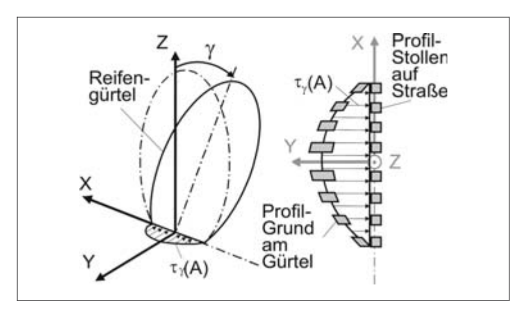


Bild 2-48: Profilstollenverformung $\tau_\gamma(A)$ im Reifenlatsch A bei Sturzwinkel γ

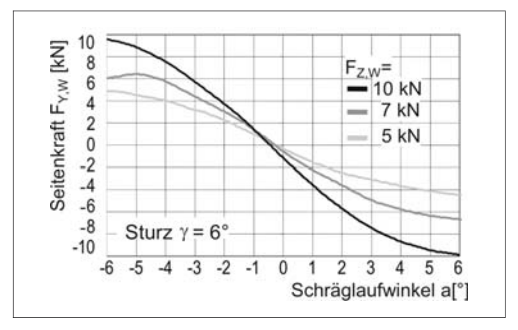


Bild 2-49: Seitenkraft-Schräglauf-Kennfeld für einen Pkw-Luftreifen bei verschiedenen Radlasten $F_{Z,W}$ und konstantem positivem Sturzwinkel γ

Die Seitenkraftkurven $F_{Y,W}$ werden in erster Näherung (Schräglaufwinkel im Bereich bis ca. $|\alpha| < 8°$) durch Sturzeinfluss mit einen Kraftoffset versehen. Gleiches gilt für das Rückstellmoment $M_{Z,W}$, hier jedoch für den gesamten Schräglaufwinkelbereich.
Bei betragsmäßig großen Schräglaufwinkeln kann mit einem entsprechenden überlagerten Sturzwinkel (positiv bei negativem Schräglauf, negativ bei positivem Schräglauf) die maximal übertragbare Seitenkraft $F_{Y,W}$ geringfügig erhöht werden. Dies gilt für trockene Straße, zum Teil für Nässe, nicht jedoch für vereiste Fahrbahn (**Bild 2-50**) [2].

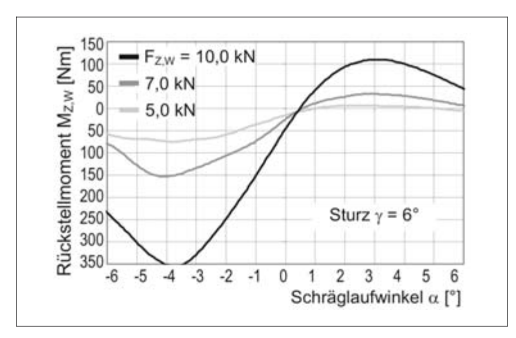


Bild 2-50: Rückstellmoment, Schräglauf-Kennfeld für einen Pkw-Luftreifen bei verschiedenen Radlasten $F_{Z,W}$ und konstantem positivem Sturzwinkel γ

Kombinierter Schlupf

„Kombinierter Schlupf" bezeichnet den Betriebszustand des Reifens, in dem Längs- und Querkräfte gleichzeitig übertragen werden müssen. Denkbare Fahrzustände hierbei wären „beschleunigte Kurvenfahrt" oder „Bremsen in der Kurve".
Die dabei vom Reifen erzeugten Längs- und Querkräfte lassen sich wiederum durch Überlagerung der aus den Einzeleffekten resultierenden Schubspannungsverteilungen τ_α (Schräglaufseitenkraft), τ_γ (Sturzseitenkraft) und τ_{Brems} bzw. $\tau_{Antrieb}$ (Umfangskräfte) unter Berücksichtigung der maximal übertragbaren Schubspannung $\tau_{max}(p_{lokal}, \mu_{Haft})$ bestimmen.
Vereinfacht kann dieser Zustand dargestellt werden, wenn man davon ausgeht, dass in der Reifenaufstandsfläche in horizontaler Ebene eine maximale Kraft $F_{H,W}$ übertragen werden kann, die von der aktuellen Radlast $F_{Z,W}$ und dem maximalen Kraftschlussbeiwert μ_{Haft} abhängt und sich vektoriell aus Umfangskraft $F_{X,W}$ und Seitenkraft $F_{Y,W}$ zusammensetzt:

$$F_{H,W}\left(F_{Z,W}, \mu\right) = \sqrt{F_{X,W}^2 + F_{Y,W}^2} \tag{2.88}$$

Dieser Zusammenhang lässt sich grafisch im **Bild 2-51** gezeigten Kammschen Kreis verdeutlichen.

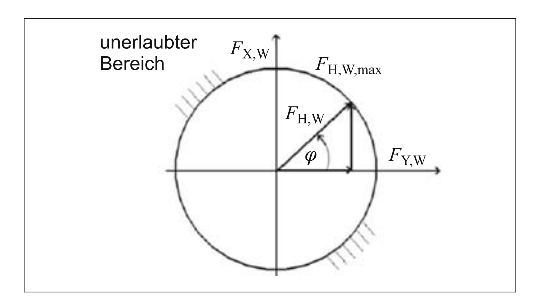


Bild 2-51: Kombinierter Längs- und Querschlupf (Kammscher Kreis) [3, 19]

Der Kammsche Kreis kann dabei als Einhüllende der Längskraft/Querkraft-Kennlinien bei kombiniertem Schlupfzustand verstanden werden. Diese Reifenkennlinien werden bei Bremsversuchen mit konstantem Schräglaufwinkel α ermittelt (**Bild 2-53**). Trägt man die Seitenkräfte $F_{Y,W}$ aus dem in **Bild 2-52** über den Umfangskräften $F_{X,W}$ auf, ergibt sich das Diagramm nach Krempel (**Bild 2-53**). Zeichnet man eine Einhüllende um die Kraftkennlinien ein, ergibt sich der Kammsche Kreis $F_{H,W,max}$ aus **Bild 2-51**.

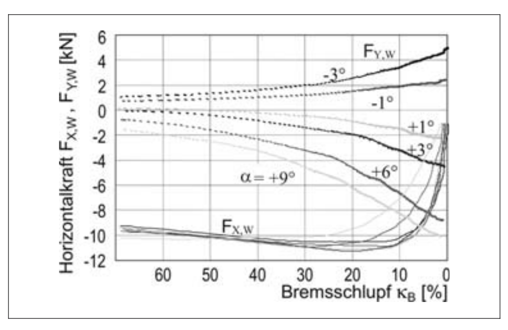


Bild 2-52: Kombinierter Längs- und Querschlupf: Umfangskräfte $F_{X,W}$ und Seitenkräfte $F_{Y,W}$ bei verschiedenen konstanten Schräglaufwinkeln α in Abhängigkeit des Längsschlupfs κ bei konstanter Radlast $F_{Z,W}$

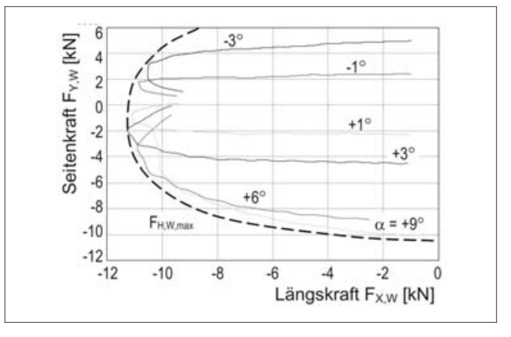


Bild 2-53: Kombinierte Längskräfte $F_{X,W}$ und Querkräfte $F_{Y,W}$ mit Einhüllender zur Darstellung der maximal übertragbaren horizontalen Kraft $F_{H,W,max}$ in der Reifenaufstandsfläche

Transientes Reifenverhalten
Die zuvor angestellten Betrachtungen zum Reifenkraft-Übertragungsverhalten gelten genau genommen nur für stationäre bzw. quasistationäre Fälle in denen die Größen Schräglauf, Sturz, Umfangsschlupf sowie Reifenkräfte und Momente zeitlich konstant bleiben bzw. sich nur mit geringer Geschwindigkeit ändern.
Bei Untersuchung dynamischer Vorgänge im Reifenlatsch (z.B. Lenkwinkel- bzw. Schräglaufwinkelsprung, ABS-Bremsung), bei denen sich der Schräglauf $\alpha(t)$ und der Umfangsschlupf $\kappa(t)$ als Funktion der Zeit schnell ändern, muss der zeitlich verzögerte Aufbau der entsprechenden Radkräfte $F_{X,W}$ und $F_{Y,W}$ und Momente $M_{X,W}$ und $M_{Z,W}$ Berücksichtigung finden. Dies kann durch einen Verzögerungsansatz erster Ordnung geschehen. Aus regelungstechnischer Sicht verhält sich ein Reifen damit wie PT_1-Glied. Die entsprechenden Differenzialgleichungen, die den zeitlich Aufbau der Kräfte beschreiben zeigen für $F_{Y,W}$ die Gl. (2.89) und für $F_{X,W}$ die Gl. (2.90).

$$\frac{c_\alpha}{c_y \cdot v_x} \cdot \frac{dF_{Y,W}}{dt} + F_{Y,W} = F_{Y,W,stat.} \tag{2.89}$$

$$\frac{c_\kappa}{c_x \cdot v_x} \cdot \frac{dF_{X,W}}{dt} + F_{X,W} = F_{X,W,stat.} \tag{2.90}$$

Die dabei verwendeten Variablen beschreiben folgende Reifenparameter und Betriebsgrößen:

- Schräglaufsteifigkeit c_α mit

$$c_\alpha = \left. \frac{d\left(F_{Y,W}\right)}{d\alpha} \right|_{\alpha=0°}$$

- statische Reifenseitensteifigkeit c_y
- stationäre Seitenkraft $F_{Y,W}$ bei α
- Längsschlupfsteifigkeit c_κ mit

$$c_\kappa = \left. \frac{d\left(F_{X,W}\right)}{d\kappa} \right|_{\kappa=0\%}$$

- statische Reifenlängssteifigkeit c_x
- stationäre Längskraft $F_{X,W}$ bei κ
- Fahrgeschwindigkeit v_x

Der verzögerte Aufbau der Kräfte ist wegabhängig. Dieser Umstand wird durch die jeweiligen Einlauflängen σ_α für die Seitenkraft $F_{Y,W}$ und σ_κ für die Umfangskraft $F_{X,W}$ charakterisiert:

$$\sigma_\alpha = \frac{c_\alpha}{c_y} \quad \text{und} \quad \sigma_\kappa = \frac{c_\kappa}{c_x} \tag{2.91}$$

Die Einlauflängen σ beschreiben den Weg, den der Reifen zurücklegen muss, um ca. 2/3 der geforderten Reifenkraft aufzubauen.

Bei Vorgabe eines Schräglaufwinkelsprungs $\alpha_0(t)$ gemäß **Bild 2-54** für die Differenzialgleichung in Gl. (2.87) antwortet ein Reifen mit der Schräglaufsteifigkeit c_α und der Einlauflänge σ_α bei einer Fahrgeschwindigkeit v_x mit einem Kraftaufbau $F_{Y,W}(t)$, der sich durch eine exp-Funktion beschreiben lässt:

$$F_{Y,W}(t) = c_\alpha \cdot \alpha_0 \cdot \left(1 - e^{-\left(v_x \cdot t / \sigma_\alpha\right)}\right) \tag{2.92}$$

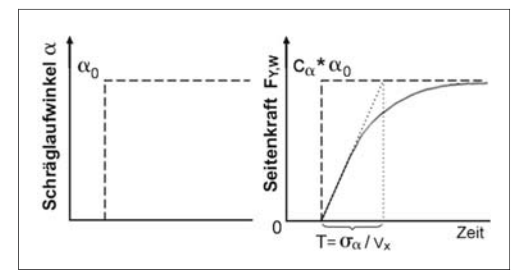


Bild 2-54: Zeitverlauf der Seitenkraft $F_{Y,W}$ bei Schräglaufwinkelsprungvorgabe α

2.2.2 Reifenkräfte im Detail

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die grundsätzlichen Zusammenhänge der Entstehung der Kräfte in der Reifenaufstandsfläche sowie deren wesentliche Einflussparameter erläutert wurden, soll nun eine detaillierte Berechnung der Kräfte und Momente ermöglicht werden.
Aufgrund der Vielzahl von Wirkparametern, angefangen bei den Basisgrößen wie Radlast $F_{Z,W}$, Schräglaufwinkel α, Sturzwinkel γ, Umfangsschlupf κ und Fülldruck p_T bis hin zu Einflüssen wie Reifentemperatur θ_T, Profiltiefe und -gestaltung, Fahrbahnbeschaffenheit und Reibwert μ sowie Rollgeschwindigkeit v_W ist die detaillierte Abbildung der Reifeneigenschaften nur mit komplexen Rechenmodellen möglich. Hinzu kommt das ausgeprägt nichtlineare Verhalten der Kraftübertragungseigenschaften von Fahrzeugreifen. Mit Hilfe einfacher linearer Gleichungen kann lediglich das Reifenverhalten bei kleinen Schräglauf-, Sturzwinkeln, Umfangsschlupfwerten sowie Radlastvariationen in der Nähe des eigentlichen Betriebspunktes des Reifens abgebildet werden. Die Reifenkräfte und Momente werden in diesem Fall basierend auf linearisierten „Steifigkeiten" bzw. Beiwerten berechnet:

$$F_{Z,W} = c_T \cdot s_T \tag{2.93}$$

$$F_{Y,W} = c_\alpha \cdot \alpha + c_\gamma \cdot \gamma \tag{2.94}$$

$$F_{X,W} = c_\kappa \cdot \kappa + k_R \cdot F_{Z,W} \tag{2.95}$$

$$M_{Z,W} = c_{Mz,\alpha} \cdot \alpha + c_{Mz,\gamma} \cdot \gamma \tag{2.96}$$

Für rechentechnische Grundsatzuntersuchungen der Fahrzeug-Querdynamik mit dem linearisierten Einspurmodell ist diese Beschreibung des Reifenverhaltens zunächst ausreichend. Die entsprechenden „Steifigkeiten“ und Beiwerte müssen messtechnisch ermittelt oder können aus Datenbanken basierend auf Erfahrungswerten verwendet werden.

Sollen Berechnungen den Grenzbereich der Fahrdynamik eines Fahrzeugs untersuchen, kommt man nicht umhin, die nichtlinearen Reifeneigenschafen mit hoher Genauigkeit abzubilden.

Dies ist theoretisch mit der Hinterlegung von gemessenen Reifen-Kennfeldern möglich. Will man allerdings echtzeitfähige Berechnungen, beispielsweise im Rahmen einer Fahrdynamikregelung durchführen, ist dieses Verfahren weniger gut geeignet. Außerdem lassen kennfeldbasierte Rechnungen keine Extrapolation über die gemessenen Größen hinaus zu. Hohe Genauigkeiten erfordern einen hohen Messaufwand. Darüber hinaus ist es praktisch unmöglich, die Reifenkennfelder auf allen denkbaren Fahrbahntypen, Reibwertzuständen und bei allen möglichen Reifenfülldrücken messtechnisch zu erfassen und in Kennfeldern abzulegen. Aus diesem Grunde bedient man sich bei simulationstechnischen Fahrdynamikuntersuchungen so genannter Reifenmodelle (**Bild 2-55**), die sich je nach Anwendungsfall (z.B. Berechnung des Eigenlenkverhaltens oder Bestimmung von Betriebslasten) in verschiedenen Detaillierungsgraden und Komplexitäten voneinander unterscheiden.

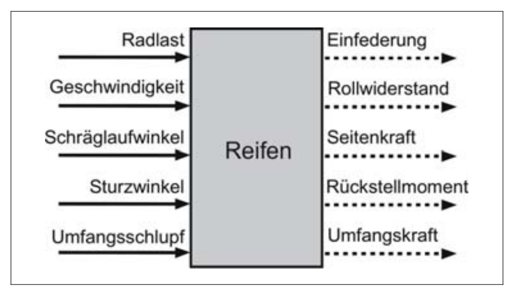


Bild 2-55: Modellierung des Reifenverhaltens: Eingangs- und Ausgangsgrößen

Modellierung des Reifenverhaltens

Zur rechnerischen Untersuchung des fahrdynamischen Verhaltens von Gesamtfahrzeugen ist die modelltechnische Abbildung der Kraftübertragungseigenschaften der verwendeten Reifen von großer Bedeutung. Aufgrund vieler Einflussparameter und der starken Nichtlinearität des Reifenverhaltens ist eine sehr komplexe simulationstechnische Abbildung erforderlich. Für diesen Fall kann der Reifen als „Black-Box“ betrachtet werden, die in Abhängigkeit bestimmter Eingangsgrößen wie Radlast $F_{Z,W}$, Schlupf κ, Schräglauf α und Sturz γ die entsprechenden Reifenkräfte und Momente realistisch berechnen kann (**Bild 2-56**). Mit zunehmendem Detaillierungsgrad können die Reifenmodelle die Reifenkräfte nicht nur im quasistationären Bereich sondern auch bei höherfrequenten Anregungen auf Basis der modalen Schwingungsformen der Reifenstruktur berechnen (Abschnitt 2.2). Dadurch werden Komfort-, Schlechtweg- und Betriebslastensimulationen möglich.

Die „einfachsten“ Reifenmodelle berechnen die Reifenkräfte auf Basis von linearen „Steifigkeiten“ und Beiwerten. Die Gln. (2.93) bis (2.96) stellen daher bereits ein einfaches Reifenmodell dar, das sich für Fahrdynamikuntersuchungen mit dem linearen Einspurmodell eignet.

Die nächste Stufe zunehmender Detaillierung stellen mathematische bzw. empirische Reifenmodelle dar. Diese können vielfach sämtliche Kräfte und Momente berechnen und dabei bereits Nichtlinearitäten im Kraftverlauf berücksichtigen. Kombinierter Schlupf und der Einfluss von Sturzwinkeln wird ebenfalls erfasst. Auch das transiente Reifenverhalten ist vielfach enthalten. Diese Modelle sind mit freien Parametern ausgestattet, die an zuvor durchgeführte Reifenmessungen angepasst werden müssen. Die Parameter stehen dabei im Allgemeinen nicht für die physikalische Reifeneigenschaften sondern sind eher abstrakter Natur. Je größer der durchgeführte Messumfang, desto höher die Genauigkeit des Reifenmodells, da auch hier die Extrapolationseigenschaften begrenzt sind.

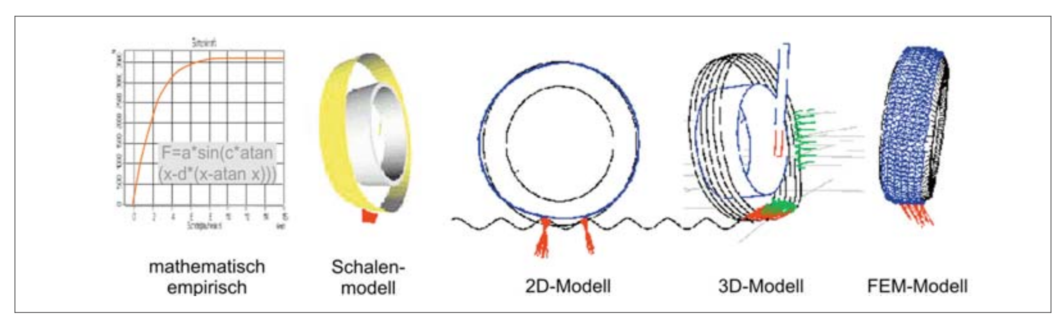


Bild 2-56: Modellierungsansätze zur simulationstechnischen Abbildung des Reifenverhaltens [20]

Der Rechenaufwand dieser Modelle ist eher gering. Sie sind vielfach echtzeitfähig. Ausführungsbeispiele für Reifenmodelle dieser Art sind „Magic Formula“, „HSRI“, „TMeasy“ und „UA-Tire“.
Um Schwingungseigenschaften von Fahrzeugreifen berechnen zu können, ist ein zunehmender Detaillierungsgrad erforderlich. Reifenmodelle dieser Art werden auch als physikalische Modelle bezeichnet, da ihr Modellierungsansatz die Feder-Masse-Dämpfungseigenschaften der Reifenstruktur abbildet. Diese Modelle sind derart aufgebaut, dass sie den Reifengürtel als starren oder flexiblen, massebehafteten Körper über Feder-Dämpfer-Elemente an die ebenfalls starre Felge anbinden. Hierdurch wird beispielsweise die Berechnung der Starrkörpermoden möglich. Physikalische Reifenmodelle können dabei beispielsweise die Überfahrt von Fahrbahnhindernissen mit anschließendem Nachschwingen der Reifenstruktur simulieren. Rollwiderstandsberechnungen werden ebenfalls möglich. Der Rechenaufwand dieser Modelle ist deutlich größer, als bei mathematischen bzw. empirischen Modellen. Echtzeitfähigkeit ist im Allgemeinen nicht mehr möglich. Ausführungsbeispiele sind FTire, RMOD-K, SWIFT und CDTire.
Abschließend sollen an dieser Stelle noch FEM-Reifenmodelle erwähnt werden. Diese spielen allerdings für fahrdynamische Untersuchungen keine Rolle. Sie werden im Entwicklungsprozess der Reifen eingesetzt. Einen Überblick verschiedener Reifenmodelle gibt eine Tabelle von Bösch, die in [20] zu finden ist. Bösch hat hier einen Vergleich charakteristischer Reifenmodell-Eigenschaften angestellt. Dieser beinhaltet in erster Linie Einsatzbereiche, Genauigkeiten, Rechenzeitbedarf sowie Echtzeitfähigkeit.

Koordinatensysteme zur Beschreibung des Reifenverhaltens

Um die verschiedenen Reifenmodelle in verschiedenen Simulationsumgebungen verwenden zu können und um Messungen der Reifeneigenschaften miteinander vergleichen zu können, ist ein Datenaustauschstandard entwickelt worden. Dieses *„Tyre Data Exchange Format“* wird durch das Akronym „TYDEX“ bezeichnet. Im Rahmen von TYDEX sind beispielsweise die Einheiten der Messgrößen genormt. Weiterhin gibt es standardisierte Messkoordinatensysteme, die eine Vergleichbarkeit der Simulations- und Messergebnisse untereinander gewährleisten sollen. Es wurden drei verschiedene Reifen-Koordinatensysteme definiert, die sich durch die Lage des Ursprungs und der Bewegung des Koordinatensystems bei Reifenbewegungen voneinander unterscheiden:

- *TYDEX-W*: Ursprung in der Mitte des Reifenlatsches auf der Fahrbahn, schwenkt bei Schräglauf mit, bleibt bei Sturz senkrecht zur Fahrbahn;
- *TYDEX-C*: Ursprung in Radmitte, schwenkt bei Sturz und Schräglauf mit;
- *TYDEX-H*: Ursprung in Radmitte, schwenkt bei Schräglauf mit, bleibt bei Sturz senkrecht zur Fahrbahn.

2.3 Längsdynamik

2.3.1 Anfahren und Bremsen

Beim Anfahren und Bremsen wirken äußere Kräfte auf ein Kraftfahrzeug. Antriebs- oder Bremskräfte wirken als Radumfangskräfte, während das Gesamtfahrzeug der Trägheit unterliegt und daher die Trägheitskraft im Gesamtschwerpunkt angreift.
Bei modernen Fahrzeugen wird die Gesamtbremskraft auf Vorder- und Hinterachse gemäß einer Bremskraftverteilung aufgeteilt, so dass die Umfangskräfte an allen Rädern angreifen. Beim Antreiben ist nur die angetriebene Achse zu betrachten. Handelt es sich um ein allradgetriebenes Fahrzeug, so wird die Gesamtantriebskraft gemäß der Antriebskraftverteilung aufgeteilt.
Zusammen mit dem Abstand des Fahrzeugschwerpunktes zur Fahrbahn ergibt sich beim Anfahren und Bremsen ein Nickmoment, welches durch Radlastverschiebungen kompensiert wird.
Somit stehen Trägheitskraft, Reifenumfangskräfte sowie die resultierenden Radlastdifferenzen im statischen Gleichgewicht.
Beim Bremsen findet eine Radlastverschiebung nach vorn statt, während beim Beschleunigen die hinteren Radlasten ansteigen.
Eine steigende Radlast bringt zunächst eine verbesserte Kraftübertragung mit sich, wenn man den Coulomb’schen Reibungskoeffizienten und somit den linearen Zusammenhang zwischen der Vertikal- und Horizontalkraft betrachtet. Da die Reifeneigenschaften einen degressiven Verlauf über steigender Radlast bis hin zu einer Sättigung der übertragbaren Kraft zeigen, führt eine Radlasterhöhung im Grenzbereich des Reifens nicht notwendigerweise zu einer erhöhten übertragbaren Umfangskraft (s. Abschnitt 2.3.1.1).
Die entstehenden Radlastdifferenzen beim Antreiben und Bremsen führen im Allgemeinen zu einer Nickbewegung des Aufbaus, die allerdings durch geeignete Maßnahmen im Bereich der Fahrwerkkinematik abgeschwächt bzw. gar kompensiert werden kann. Diese Maßnahmen werden als Anfahr- bzw. Bremsnickausgleich bezeichnet (s. Abschnitt 1.3.3.3).

2.3.1.1 Bremsnickausgleich

Beim Bremsen greift die Trägheitskraft im Gesamtschwerpunkt an und zeigt in Fahrtrichtung nach vorn.

$$F_{\text{Träg}} = m \cdot a_{\text{y}} \tag{2.97}$$

Diese Trägheitskraft resultiert aus der Summe der wirksamen Bremskräfte in Umfangsrichtung am Reifenlatsch.

$$F_{\text{Träg}} = F_{\text{Brems,ges}} = F_{\text{Brems,v}} + F_{\text{Brems,h}} \quad (2.98)$$

Die Bremskräfte stehen im Verhältnis der Bremskraftverteilung zueinander, die bei älteren Fahrzeugen starr durch die Querschnittsverhältnisse im Bremskraftverteiler vorgegeben ist und bei modernen Fahrzeugen mittlerweile elektronisch beeinflusst wird.

$$k_{\text{Brems}} = \frac{F_{\text{Brems,v}}}{F_{\text{Brems,h}}} \quad (2.99)$$

Aus der Trägheitskraft und den Bremskräften in Radumfangsrichtung resultiert die Radlastverschiebung ΔG, die jeweils in die dargestellte Richtung zeigt.
Das System Fahrzeug ist damit statisch bestimmt. Um sich interne Vorgänge im Fahrwerk beim Bremsvorgang anzuschauen, wird eine Bilanz um den Radmittelpunkt formuliert (**Bild 2-57**).

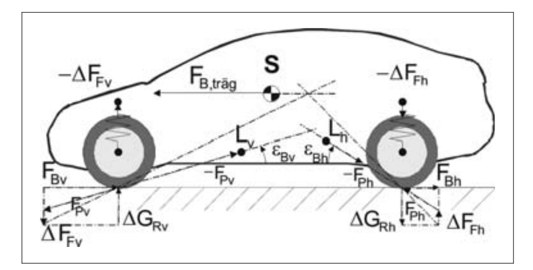


Bild 2-57: Kräfteplan beim Bremsen

Die Resultierende aus Bremskraft sowie Radlastdifferenz greift im Reifenaufstandspunkt (Latsch) an. Die Wirkungslinie dieser Resultierenden zeigt den optimalen Bremsabstützwinkel $\varepsilon_{\text{Brems}}$ zur Horizontalen an.
Liegt der tatsächliche Nickpol einer Achse außerhalb dieser Wirkungslinie, so verursacht die Resultierende im Reifenlatsch ein Moment, welches über eine Federkraftänderung ΔF_{F} kompensiert werden muss.
Die resultierende Reifenkraft teilt sich also auf in einen Anteil, der direkt von der Radaufhängung gestützt wird, sowie eine Kraftkomponente, die in Richtung der Aufbaufeder wirkt und daher für eine Federbewegung verantwortlich ist.
Der optimale Bremsabstützwinkel wird geometrisch sowie über ein Momentengleichgewicht beschrieben:

$$\tan\left(\varepsilon_{\text{opt,v}}\right) = \frac{h}{l}\cdot\left(1+\frac{1}{F_{\text{Bv}}/F_{\text{Bh}}}\right) \quad (2.100)$$

$$\tan\left(\varepsilon_{\text{opt,h}}\right) = \frac{h}{l}\cdot\left(1+F_{\text{Bv}}/F_{\text{Bh}}\right) \quad (2.101)$$

Eine Momentenbilanz um den tatsächlichen Längspol einer Achse, der sich aus der Konstruktion und der kinematischen Lage ergibt, zeigt den Grad des Bremsnickausgleichs an. [15]

$$X\cdot\Delta G_{\text{v}}\cdot l_{\text{v}} = F_{\text{bv}}\cdot h_{\text{v}} \quad (2.102)$$

$$X = \frac{F_{\text{Bv}}}{\Delta G_{\text{v}}}\cdot\frac{h_{\text{v}}}{l_{\text{v}}} = \frac{\tan\left(\varepsilon_{\text{tats}}\right)}{\tan\left(\varepsilon_{\text{opt}}\right)}\cdot 100\% \quad (2.103)$$

Eine analoge Berechnung gilt für die Hinterachse.
Für den Bremsnickausgleich X werden also der tatsächlich sowie der optimale Bremsabstützwinkel in Relation gesetzt. Der optimale Bremsabstützwinkel ist dabei eine Größe, die über Fahrzeugparameter charakterisiert wird, während der tatsächlich Bremsabstützwinkel einen kinematischen Kennwert einer Achse darstellt.

2.3.1.2 Anfahrnickausgleich

Für das Anfahren gelten prinzipiell die gleichen Betrachtungen wie beim Bremsen. Allerdings wird das Antriebsmoment in der Regel über eine Antriebswelle zum Rad übertragen und somit direkt über den Antriebstrang an der Karosserie abgestützt. Im Gegensatz zum Bremsvorgang wird also beim Antreiben kein Moment in den Radträger eingeleitet.
Bei der Kräftebilanz analog zu **Bild 2-57** wird dem Rechnung getragen, indem das Kräftepaar in den Radaufstandspunkt verschoben wird. Das am Reifenlatsch entstehende Antriebsmoment wird nicht am Radträger abgestützt, so dass die Fahrwerkkomponenten nur die horizontalen Kraftanteile abzustützen haben [15].
Somit wird zunächst über die globale Kräftebilanz des Fahrzeugs die Wirkungslinie der resultierenden Kraft aus Antriebskraft und Radlastdifferenz berechnet. Diese Wirkungslinie wird in den Radmittelpunkt verschoben. Von dort aus finden die gleichen Betrachtungen wie beim Bremsvorgang statt. Der Winkel zwischen der Wirkungslinie der Resultierenden und der Fahrbahn wird als optimaler Anfahrabstützwinkel bezeichnet und kann über die Fahrzeugdaten berechnet werden, wobei analog zur Bremskraftverteilung die Verteilung des Anfahrmomentes auf Vorder- und Hinterachse bekannt sein muss.

$$\tan\left(\varepsilon_{\text{An,opt,v}}\right) = \frac{h}{l}\cdot\left(1+\frac{1}{M_{\text{An,v}}/M_{\text{An,h}}}\right) \quad (2.104)$$

$$\tan\left(\varepsilon_{\text{An,opt,h}}\right) = \frac{h}{l}\cdot\left(1+M_{\text{An,v}}/M_{\text{An,h}}\right) \quad (2.105)$$

Auch beim Anfahrvorgang kann ein Momentengleichgewicht um den tatsächlichen Längspol aufgestellt werden, womit sich der Anteil des Anfahrnick-

ausgleichs berechnen lässt. Die Komponente der resultierenden Kraft im Reifenlatsch, welche nicht direkt über den Längspol und damit über das Fahrwerk abgestützt wird, verursacht eine resultierende Federkraftänderung und damit einen Federweg, der das Fahrzeug nicken lässt.

$$X_{\mathrm{v}} = \frac{\tan\left(\varepsilon_{\mathrm{An,tats,v}}\right)}{\tan\left(\varepsilon_{\mathrm{An,opt,v}}\right)} \cdot 100\% \qquad (2.106)$$

Durch einen hohen Nickausgleich beim Anfahren oder Bremsen kann gewährleistet werden, dass auch auf schlechten Fahrbahnen hohe Umfangskräfte übertragen werden können, ohne dass die Federung durchschlägt. Damit kann die Feder weiterhin gemäß den Auslegungszielen weich dargestellt werden. Weiterhin führt eine reduzierte Nickneigung des Aufbaus zu einer erhöhten Fahrsicherheit und Erhöhung des Komforts bei längsdynamischen Vorgängen [21]. Die dynamischen Achslastverschiebungen bleiben durch Maßnahmen zum Nickausgleich allerdings unberührt.

2.3.1.3 Lastwechsel bei Geradeausfahrt

Ähnliche Aspekte wie bei einer Bremsung des Fahrzeugs sind auch bei einem Lastwechsel bei Geradeausfahrt zu sehen. Als Lastwechsel wird der Moment bezeichnet, in dem der Fahrer das Gaspedal verlässt bzw. dieses ruckartig drosselt. Wenn dabei der Triebstrang noch mit den Antriebsrädern verbunden ist (eingekuppelt), wirkt das Schlepp- und Reibmoment des Motors als Bremsmoment auf die angetriebenen Räder. Dieses Bremsmoment sorgt für eine Verzögerung, dadurch kommt es wie bei einem Bremsvorgang durch die Bremsanlage zu dynamischen Radlastverschiebungen nach vorn sowie zu einer Nickbewegung des Aufbaus. Besondere Bedeutung kommt diesem Lastwechsel bei Kurvenfahrt zu, was in Abschnitt 2.6.1 erläutert wird.
Wie beschrieben, verursacht ein Brems- oder Beschleunigungsvorgang Federbewegungen an der Vorder- und Hinterachse. Dabei kann es zu kinematischen Einflüssen der Radaufhängung kommen, vor allem, wenn z.B. durch Beschleunigen in der Kurve die kinematischen Bewegungen auf der Innen- und Außenseite nicht identisch sind. So kann ein unterschiedlicher Sturzwinkel für zusätzliche und asymmetrische Seitenkräfte sorgen. Ein unterschiedlicher Nachlauf an einer angetriebenen Vorderachse kann zu mitunter störenden zusätzlichen Lenkmomenten führen.

2.4 Vertikaldynamik

Durch Fahrbahnunebenheiten, durch dynamische Wank- und Nickvorgänge des Fahrzeugs bei Quer- und längsdynamischen Manövern oder aber durch interne Anregungen (Antriebstrang, Rad-Reifen) werden vertikale Kräfte erzeugt, die zwischen Fahrwerk und Aufbau wirken. Vor allem die resultierenden Kräfte aus Fahrbahnunebenheiten erzeugen vertikale Störgrößeneinträge in das Fahrzeugschwingsystem. Ziele einer gelungenen Vertikaldynamik sind unter anderem geringe Aufbaubeschleunigungen, geringe Wank- und Nickbewegungen, geringe dynamische Radlastschwankungen sowie ein beladungsunabhängiges Fahrzeugschwingungsverhalten [4].
Die Vertikalkräfte bestehen im Wesentlichen aus Feder- und Dämpferkräften, die dafür sorgen, dass der Aufbau relativ zum Fahrwerk abgestützt wird sowie die Bewegungen des Fahrzeugs relativ zur Fahrbahn in Grenzen gehalten werden.
Zur Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Kraftfahrzeugen werden geeignete Ersatzmodelle erstellt, auf die die allgemeinen Methoden der Schwingungslehre anwendbar sind. In diesem Kapitel sollen Schritt für Schritt gängige Ersatzmodelle vorgestellt werden, mit denen sich die unterschiedlichen Anwendungsfälle berechnen lassen.
Die untersuchten Modelle bestehen aus verschiedenen Massen, die ggf. trägheitsbehaftet sind, und enthalten jeweils Feder- und Dämpferelemente. Aus den Modellen lassen sich so Schwingungsgleichungen, Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße ableiten. Zunächst werden die Komponenten der Schwingungsmodelle beschrieben.

2.4.1 Aufbaufedern

Unter Aufbaufedern werden hier die Teile der Radaufhängungen von Kraftfahrzeugen behandelt, die bei einer elastischen Verformung Rückstellkräfte liefern. Neben den konventionellen Schrauben-, Blatt- und Torsionsstabfedern können dies auch Gasfedern sein. Die verschiedenen Bauteile werden in Abschnitt 3.5 detailliert dargestellt. Allen Aufbaufedern ist gemeinsam, dass sich abhängig von der Einfederung Δz eine rückstellende Federkraft F_{Feder} ergibt [15] (**Bild 2-58**).

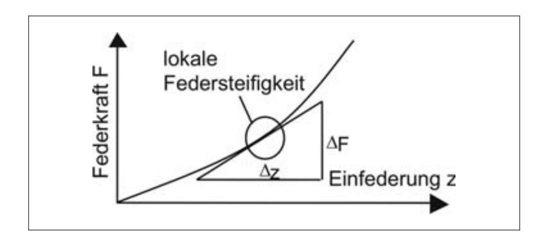


Bild 2-58: Definition der Federsteifigkeit c_{Feder} (Gl. 2.107)

Aus dieser Darstellung lässt sich die Federkonstante ableiten. Ist der Federkraftverlauf nicht linear, ist die Federkonstante nur für den jeweiligen Arbeitspunkt gültig und ergibt sich aus dem Gradienten:

$$c_{\text{Feder}} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} \quad (2.107)$$

Schraubenfedern weisen generell einen linearen Verlauf auf, es sei denn, es werden besondere konstruktive Merkmale wie veränderliche Schraubensteigung, veränderlicher Windungsdurchmesser oder Ähnliches eingestellt. Dann sind auch mit Schraubenfedern nichtlineare Federkennungen erreichbar.
Für die Gleichungen der Schwingungslehre wird für Fahrzeuge mit Schraubenfedern oftmals vereinfachend eine konstante Federsteifigkeit verwendet. Damit gilt mit dem Einfederweg Δf:

$$F_{\text{Feder}} = c_{\text{Feder}} \cdot \Delta f_{\text{Feder}} \quad (2.108)$$

2.4.1.1 Federübersetzung

Generell sind die Aufbaufedern in die Radaufhängung integriert. Im Normalfall stützt sich die Feder einerseits gegen den Aufbau und andererseits gegen den Lenker oder direkt am Radträger ab, an dessen achsseitigem Ende die Radlast als äußere Kraft angreift.
In Abhängigkeit von der Kinematik der Radaufhängung und der Federanordnung besteht zwischen einer Einfederbewegung des Radaufstandspunktes Δz_{R} und der entsprechenden Zusammendrückung der Aufbaufeder Δf bei Einzelradaufhängungen ein Übersetzungsverhältnis i:

$$i = \frac{\Delta f}{\Delta z_{\text{R}}} \quad (2.109)$$

Das Federübersetzungsverhältnis i ist in der Regel kleiner als 1 und nicht konstant, sondern von der momentanen Lage der als Getriebeglieder aufzufassenden Radaufhängungsbauteile, also vom momentanen Einfederungszustand abhängig. In der Literatur ist die Definition nicht einheitlich. Daher sind Übersetzungsverhältnisse größer als 1 anzutreffen, wenn Gl. (2.109) reziprok verwendet wird. Es ist aus dem Kontext zu entscheiden, wie das Übersetzungsverhältnis definiert ist. Das Übersetzungsverhältnis kann sowohl analytisch für einen Punkt, oder aber aus einem Kinematikberechnungsprogramm rechnergestützt ermittelt werden.
Zwischen der Radlast F_{R} und der Federkraft F_{F} besteht mit dieser Hebelübersetzung i folgendes Gleichgewicht:

$$F_{\text{F}} = \frac{F_{\text{R}}}{i} \quad (2.110)$$

Ähnlich wie bei der Bestimmung der Federsteifigkeit kann nun also über das Übersetzungsverhältnis auch die radbezogene Federsteifigkeit als lokale Steigung der resultierenden Federkraft über dem Federweg berechnet werden, denn (nur) diese fließt in die schwingungstechnischen Gleichungen ein. Bei gegebenem Übersetzungsverhältnis gilt für einen bestimmten Einfederungszustand z_{R} [15]:

$$\begin{aligned} c_{\text{radbezogen}} &= \frac{\mathrm{d}F_{\text{R}}}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} = \frac{\mathrm{d}(F_{\text{F}} \cdot i)}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \\ &= \frac{\mathrm{d}F_{\text{F}}}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \cdot i + \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \cdot F_{\text{F}} \\ &= \frac{\mathrm{d}F_{\text{F}}}{\mathrm{d}f} \cdot \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \cdot i + \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \cdot F_{\text{F}} \\ &= c \cdot i^2 + \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}z_{\text{R}}} \cdot F_{\text{F}} \end{aligned} \quad (2.111)$$

Eine progressive Kennlinie der Federung kann also unter Umständen auch durch entsprechende kinematische Auslegung der Radaufhängung erzielt werden.

2.4.1.2 Eigenfrequenzen

Interessante Erkenntnisse zeigt der Vergleich der prinzipbedingten Eigenfrequenzen der verschiedenen Federarten vor allem unter veränderlicher Beladung.
Mit Hilfe der allgemeinen Berechnung der Eigenfrequenz können die einzelnen Federn näher charakterisiert werden.

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (2.112)$$

Im allgemeinen Fall weisen Stahlfederbauarten eine konstante Federsteifigkeit auf. Eine steigende Beladung geht über die anteilig zu berücksichtigende Masse m linear in die Berechnung ein, so dass effektiv die Eigenfrequenz bei steigender Beladung mit der Quadratwurzel der Beladung sinkt.
Bei der Luftfeder kann diese Varianz der Eigenfrequenz prinzipbedingt nahezu verhindert werden. Dazu wird die Federsteifigkeit der Luftfeder ermittelt sowie die Beladung durch den Luftfederinnendruck ausgedrückt [15].

$$\omega_{\text{e}} = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c \cdot g}{\left(p - p_{\text{a}}\right) \cdot A}} \quad (2.113)$$

Mit

$$c(f) = A \cdot n \cdot p(f) \cdot \frac{l}{h_{\text{th}}} \quad (2.114)$$

und der theoretischen Federhöhe

$$h_{\text{th}} = \frac{V(f)}{A} \quad (2.115)$$

ergibt sich

$$\omega_e = \sqrt{\frac{g \cdot n \cdot p}{h_{th} \cdot (p - p_a)}} \tag{2.116}$$

Bei verhältnismäßig kleinen Federdurchmessern wird $p >> p_a$, so dass die Eigenfrequenz nur durch konstante Ausdrücke beschrieben wird:

$$\omega_e \approx \sqrt{\frac{g \cdot n}{h_{th}}} \tag{2.117}$$

Dadurch ist die Eigenfrequenz der Luftfeder (nahezu) konstant. Dieses gilt nicht für eine Gasfeder mit konstantem Gasgewicht (z.B. hydropneumatische Feder), da sich die Federsteifigkeit unterschiedlich darstellt. Den prinzipiellen Vergleich zeigt **Bild 2-59**. Der Abschnitt 3.5 enthält detaillierte Inforomationen über die Feder.

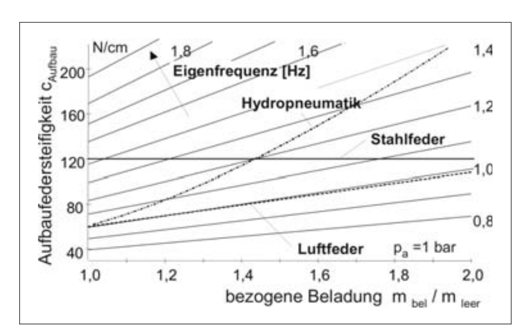


Bild 2-59: Vergleich der Eigenfrequenzen verschiedener Federn [15]

2.4.2 Schwingungsdämpfer

Ein weiteres, wichtiges Element der schwingungstechnischen Ersatzmodelle ist der Schwingungsdämpfer. Er dient sowohl dazu, die Fahrsicherheit eines Fahrzeugs zu gewährleisten, als auch dazu, den Fahrkomfort zu optimieren.

Die Fahrsicherheit wird stark durch die Bodenhaftung der Räder beeinflusst. Die Radmassen zusammen mit den anteiligen Massen der Radaufhängung werden als ungefederte Massen bezeichnet, da sie nur über die Reifenfeder und nicht über die Aufbaufedern ($c_R >> c_A$) abgefedert sind. Die Schwingungen der nicht gefederten Massen sind daher nach Möglichkeit zu minimieren, d.h. stark zu bedämpfen (**Bild 2-60**).

Ein zufrieden stellender Fahrkomfort erfordert zwar einerseits kleine Aufbauschwingungsamplituden, andererseits aber auch geringe Aufbaubeschleunigungen, die auch von den Dämpferkräften verursacht werden, was eher eine schwache Dämpfung bedingt.

Bei der Dämpferauslegung ist daher ein optimaler Kompromiss zwischen harter Sicherheitsdämpfung und weicher Komfortdämpfung anzustreben.

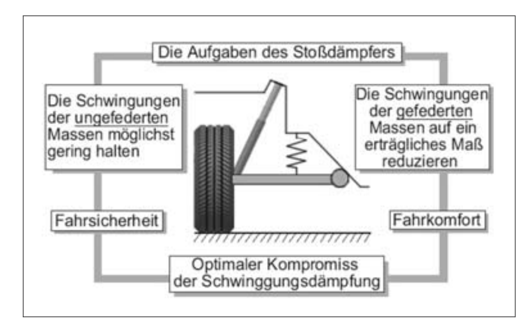


Bild2-60: Aufgaben des Stoßdämpfers [15]

Schwingungsdämpfer oder auch Stoßdämpfer unterscheiden sich grundsätzlich durch die Art der Reibung, die die Umwandlung von Schwingungsenergie in Wärme bewirkt (**Bild 2-61**).

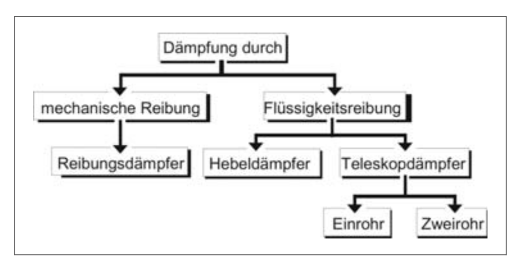


Bild 2-61: Verschiedene physikalische Dämpfungsmöglichkeiten [15]

Die unterschiedlichen Dämpferkonzepte und -bauarten werden im Abschnitt 3.6 detailliert erläutert.

Dämpferkonstante

Wie ein Federelement aus Abschnitt 2.4.1 werden Dämpfer in die Radführung integriert und stützen sich zumeist zwischen einem Fahrwerkelement und dem Aufbau ab. Dadurch ist auch hier die Umrechnung der Dämpferkonstanten vom reinen Komponentenkennwert auf einen für die Schwingungslehre nutzbaren Kennwert notwendig. Dazu muss der Kennwert wie eine Federkonstante auf das Rad bezogen werden, man spricht auch hier von einer radbezogenen Dämpferkonstante. Diese Umrechnung unterliegt den gleichen Bedingungen wie die im Abschnitt 2.4.1 für die Aufbaufedern beschriebenen.

Im Abschnitt 3.6 über Dämpfer wird sichtbar, dass analog zu den verschiedenen Federbauarten der Schwingungsdämpfer im Regelfall eine nicht konstante bzw. nicht lineare Charakteristik aufweist. Dennoch wird für allgemeine Schwingungsuntersuchungen ein konstanter Wert für die Dämpfungseigenschaft angenommen. Im Gegensatz zur Aufbaufederung ist die entstehende Dämpferkraft nicht proportional vom Verfahrweg (Radhub) abhängig sondern folgt der vereinfachten Gleichung:

$$F_{\text{Dämpfer}} = k_{\text{Dämpfer}} \cdot \Delta\dot{f}_{\text{Dämpfer}} \tag{2.118}$$

Somit ist die Dämpferkraft geschwindigkeits- bzw. frequenzabhängig, während die Aufbaufederkraft stets wegabhängig ist.

2.4.3 Fahrbahn als Anregung

Die Fahrbahnunebenheiten stellen im Frequenzbereich bis etwa 30 Hz die intensivste Erregerquelle für das Schwingungssystem Kraftfahrzeug dar. Die Fahrbahn regt einerseits durch Unebenheiten Vertikalbewegungen an und wird andererseits als deren Wirkung durch Radlastschwankungen beansprucht [15].
Im Allgemeinen treten Fahrbahnunebenheiten als Anregung mit unterschiedlicher Amplitude und Wellenlänge in unregelmäßigen Abständen auf. Man spricht von einer stochastischen Fahrzeuganregung. Um die Wirkung der Fahrbahnunebenheiten auf das Schwingungssystem Kraftfahrzeug untersuchen zu können, müssen diese zunächst mathematisch beschrieben werden [15].
Da die Beschreibung stochastischer Unebenheitsanregungen bis hin zur spektralen Leistungsdichte leider nur wenig anschaulich ist, wird zunächst die generelle Vorgehensweise dargestellt.



Bild 2-62: Schrittweise Herleitung der Beschreibung von Fahrbahnunebenheiten

2.4.3.1 Harmonische Anregungen

Geht man im einfachsten Fall von einem harmonischen (sinusförmigen) Unebenheitsverlauf aus, bei dem die Fahrbahnunebenheiten mit der Amplitude $\hat{h}$ in gleichen Abständen L aufeinander folgen, so ergibt sich ein Unebenheitsverlauf gemäß **Bild 2-63**.
Diese Unebenheitshöhe lässt sich beschreiben:

$$h(x) = \hat{h} \cdot \sin(\Omega x) \tag{2.119}$$

mit $\Omega = \Pi / L$ als Wegkreisfrequenz und der Wellenlänge L. Der Zusammenhang zwischen dem Weg x und der Zeit t wird durch $x = vt$ beschrieben.
Für weiterführende Betrachtungen wird die komplexe Schreibweise eingeführt

$$h(x) = \hat{h} \cdot \sin(\Omega x) = \underline{\hat{h}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega x} \tag{2.120}$$

Beim Befahren dieser Fahrbahn mit konstanter Geschwindigkeit v lässt sich der wegabhängige Unebenheitsverlauf in einen zeitabhängigen umformulieren:

$$h(t) = \hat{h} \cdot \sin(\omega t) \tag{2.121}$$

mit: ω als Zeitkreisfrequenz.

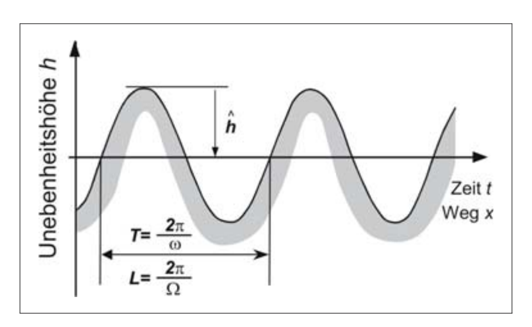


Bild 2-63: Sinusförmiger Unebenheitsverlauf [15]

In komplexer Schreibweise ergibt sich:

$$h(t) = \hat{h} \cdot \sin(\omega t) = \underline{\hat{h}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{2.122}$$

Da die gleiche Unebenheit beschrieben wird, gilt die Gleichheit von $h(x)$ und $h(t)$. Es ergibt sich nach Gleichsetzen von Gl. (2.120) und Gl. (2.122):

$$\omega t = \Omega x \tag{2.123}$$

und mit der Beziehung

$$x = vt \tag{2.124}$$

folgt die Zeitkreisfrequenz zu:

$$\omega = v \cdot \Omega = 2\pi \frac{v}{L} \tag{2.125}$$

2.4.3.2 Periodische Unebenheiten

Der nächste Schritt bei der Beschreibung der Fahrbahnunebenheiten ist der Übergang zu einem nicht mehr rein sinusförmigen, aber dennoch periodischen Unebenheitsverlauf, **Bild 2-64** [15].

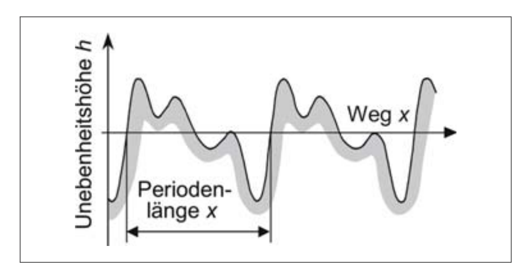


Bild 2-64: Periodischer Unebenheitsverlauf [15]

Solche periodische Anregungsfunktionen lassen sich als Summe einzelner Sinusschwingungen beschreiben. Diese wird als Fourier-Reihe bezeichnet. Die wegabhängige Unebenheitsfunktion lautet nach [2].

$$\begin{aligned} h(x) = h_0 + \hat{h}_1 \cdot \sin(\Omega x + \varepsilon_1) \\ + \hat{h}_2 \cdot \sin(2\Omega x + \varepsilon_2) + \ldots \\ + \hat{h}_k \cdot \sin(k\Omega x + \varepsilon_k) + \ldots \end{aligned} \tag{2.126}$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$h(x) = h_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{h}_k \cdot \sin(\Omega x + \varepsilon_k) \tag{2.127}$$

Aus der wegabhängigen ergibt sich wieder die zeitabhängige Unebenheitsfunktion für periodische Anregungen

$$\begin{aligned} h(t) = h_0 + \hat{h}_1 \cdot \sin(\omega t + \varepsilon_1) \\ + \hat{h}_2 \cdot \sin(2\omega t + \varepsilon_2) + \ldots \\ + \hat{h}_k \cdot \sin(k\omega t + \varepsilon_k) + \ldots \end{aligned} \tag{2.128}$$

$$h(t) = h_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{h}_k \cdot \sin(\omega t + \varepsilon_k) \tag{2.129}$$

mit:
$\hat{h}_k$ Amplitude
ε_k Phasenverschiebung
$\Omega = \Pi / X$, $\omega = v \cdot \Omega$
X Periodenlänge

Die Erregungen durch periodische Fahrbahnunebenheiten können auch in komplexer Schreibweise formuliert werden [13].

$$h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \underline{\hat{h}}_k \cdot e^{jk\Omega x} \tag{2.130}$$

bzw. im Zeitbereich

$$h(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \underline{\hat{h}}_k \cdot e^{jk\omega t} \tag{2.131}$$

Trägt man die einzelnen Amplituden $\hat{h}_k$ der Fourier-Reihe über der Frequenz auf, ergibt sich das zu dem periodischen Unebenheitsverlauf gehörende diskrete Amplitudenspektrum (Linienspektrum) **Bild 2-65** [15].

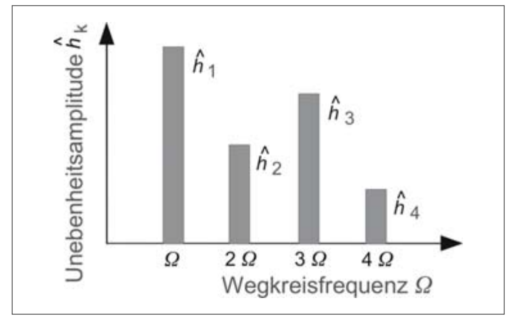


Bild 2-65: Amplitudenspektrum eines periodischen Unebenheitsverlaufs [15]

2.4.3.3 Stochastische Unebenheiten

Auf realen Fahrbahnen gibt es im Allgemeinen keinen periodischen Unebenheitsverlauf. Um dennoch die soeben beschriebenen Funktionen der periodischen Anregungen zu verwenden, muss man die Periodenlänge X stark anwachsen lassen. Im Grenzfall wird die Periodenlänge unendlich groß, dadurch wird der Schritt von der regelmäßigen, periodischen Unebenheitsfunktion zur völlig unregelmäßigen, stochastischen Unebenheitsfunktion vollzogen [2].
Im Grenzfall der unendlich großen Periodenlänge X wird aus der Summenformel ein Integral [22].

$$h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}(\Omega) \cdot e^{j\Omega x} d\Omega \tag{2.132}$$

Daraus ergibt sich das kontinuierliche Amplitudenspektrum

$$\underline{\hat{h}}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega x} \mathrm{d}x \qquad (2.133)$$

Die zeitabhängige Unebenheitsfunktion erhält man wieder durch Einsetzen der Verknüpfungen aus Gl. (2.124) und Gl. (2.125) [13].

$$\begin{aligned} h(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}(\Omega) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, \mathrm{d}\Omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}(\Omega) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \cdot \frac{1}{v} \mathrm{d}\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}(\omega) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}\omega \end{aligned} \qquad (2.134)$$

Daraus sind folgende Zusammenhänge ersichtlich:

$$\underline{\hat{h}}(\Omega)\mathrm{d}\Omega = \underline{\hat{h}}(\omega)\mathrm{d}\omega \qquad (2.135)$$

$$\underline{\hat{h}}(\omega) = \frac{1}{v} \cdot \underline{\hat{h}}(\Omega) \qquad (2.136)$$

Es ist also wichtig, dass zwischen dem wegfrequenzabhängigen Spektrum und dem zeitfrequenzabhängigen Spektrum ein Unterschied besteht.

2.4.3.4 Spektrale Dichte der Fahrbahnunebenheiten

Für theoretische Untersuchungen der durch Fahrbahnunebenheiten verursachten Fahrzeugschwingungen ist die Kenntnis des Unebenheitsverlaufs als Funktion der Zeit oder des zurückgelegten Weges in der Regel weniger wichtig. Es interessiert vielmehr, welche Anregungen beim Befahren einer unebenen Fahrbahn im statistischen Mittel bei bestimmten Fahrbahnen auftreten, d.h. welche Amplituden und welche Häufigkeit Fahrbahnunebenheiten haben, die in bestimmten festen Abständen aufeinander folgen. Man bildet dazu den quadratischen Mittelwert, der im Allgemeinen wie folgt definiert ist:

$$\overline{g}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T g^2(t)\, \mathrm{d}t \qquad (2.137)$$

Setzt man nun Gl. (2.134) in diese Gleichung ein und führt einige Umformungen durch [2], so ergibt sich der quadratische Mittelwert der Fahrbahnunebenheiten.

$$\overline{h}^2 = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega)\right)^2 \mathrm{d}\omega \qquad (2.138)$$

Die hier auftretenden Grenzwerte besagen, dass diese einfachen Ausdrücke nur für sehr große Zeitspannen T bzw. Weglängen X gelten. Die Integrandenfunktion

$$\Phi_\mathrm{h}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega)\right)^2 \qquad (2.139)$$

wird als Leistungsdichtespektrum für Unebenheiten bezeichnet. Um eine Aussage über die Unebenheitscharakteristik zu erhalten, ist die bisher hergeleitete spektrale Dichte wegkreisfrequenzabhängig zu definieren, da ansonsten Aussagen über die Fahrgeschwindigkeit enthalten sind. Es gilt analog [13]:

$$\Phi_\mathrm{h}(\Omega) = \lim_{X\to\infty} \frac{4\pi}{X} \left(\hat{h}(\Omega)\right)^2 \qquad (2.140)$$

$$\hat{h}(\omega) = \frac{1}{v} \cdot \hat{h}(\Omega) \qquad (2.141)$$

$$X = v \cdot T \qquad (2.142)$$

Eingesetzt in Gl. (2.140) ist ersichtlich, dass zwischen der wegkreisfrequenzabhängigen sowie der zeitabhängigen spektralen Leistungsdichte der folgende Zusammenhang gilt (**Bild 2-66**):

$$\Phi_\mathrm{h}(\Omega) = v \cdot \Phi_\mathrm{h}(\omega) \qquad (2.143)$$

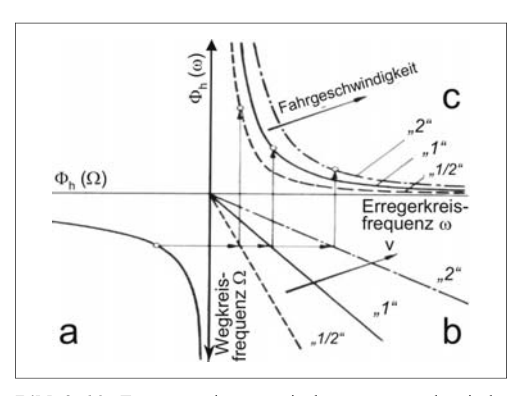


Bild 2-66: Zusammenhang zwischen weg- und zeitabhängiger spektraler Leistungsdichte [2]

Die wegkreisfrequenzabhängige spektrale Dichte (a) kann anhand verschiedener Fahrgeschwindigkeiten (b) in die zeitkreisfrequenzabhängige spektrale Dichte (c) überführt werden. Diese ist dann abhängig von der Erregerkreisfrequenz sowie der Fahrgeschwindigkeit.

2.4.3.5 Gemessene, reale Fahrbahnunebenheiten

Misst man die Leistungsdichtespektren $\Phi_\mathrm{h}(\Omega)$ verschiedener Straßen und trägt diese in doppeltlogarithmischem Maßstab auf, so ergeben sich für alle Fahrbahnen ähnliche Verläufe (**Bild 2-67**).

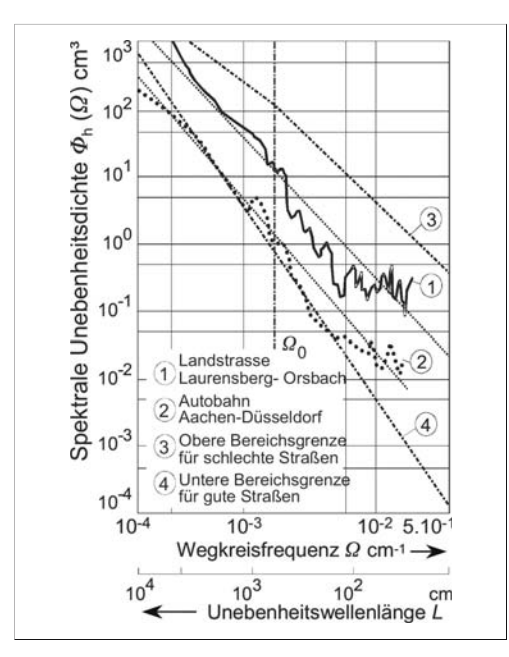


Bild 2-67: Spektrale Leistungsdichte der Unebenheiten in Abhängigkeit von der Wegkreisfrequenz für eine Landstraße und eine Autobahn [15]

Generell sinkt die Unebenheitsdichte mit steigender Wegkreisfrequenz bzw. mit sinkender Unebenheitswellenlänge. Das bedeutet, dass generell die spektrale Dichte langwelliger Unebenheiten höher ist.
In dieser Darstellung lassen sich die Leistungsdichtespektren durch Geraden annähern, die dann durch folgende Gleichung beschrieben werden können:

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0)\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w} \tag{2.144}$$

Hierin ist $\Phi_h(\Omega_0)$ die spektrale Leistungsdichte bei einer Bezugswegkreisfrequenz Ω_0, die i.d.R. zu $\Omega_0 = 10^{-2}\ \text{cm}^{-1} = 1\ \text{m}^{-1}$ gewählt wird [15]. Es entspricht einer Bezugswellenlänge von

$$L_0 = \frac{2\pi}{\Omega_0} = 6{,}28\ \text{m}\ .$$

$\Phi_h(\Omega_0)$ wird auch als „Unebenheitsgrad der Fahrbahn" bezeichnet. Eine synonyme Bezeichnung ist der AUN (Allgemeiner Unebenheitsindex). „*w*" bezeichnet die Steigung der Geraden und wird auch als Welligkeit bezeichnet. Die Welligkeit der Fahrbahn schwankt in Abhängigkeit der Fahrbahnbauart zwischen 1,7 und 3,3. Im Mittel über verschiedene Fahrbahnen beträgt die Welligkeit $w = 2$. Dieser Wert wird für die „Normstraße" angesetzt [23].
Unebenheitsgrad und Welligkeit gelten als Beurteilungskriterien für die Beschaffenheit einer Fahrbahn. Eine Zunahme von $\Phi_h(\Omega_0)$ entspricht einer größeren Unebenheit der Fahrbahn, während eine Zunahme von w einem höheren Anteil langer Wellen im Spektrum entspricht. **Bild 2-68** zeigt den Zusammenhang für den Verlauf der spektralen Dichte bei einer Zunahme des Unebenheitsgrades $\Phi_h(\Omega_0)$ bzw. der Welligkeit w.

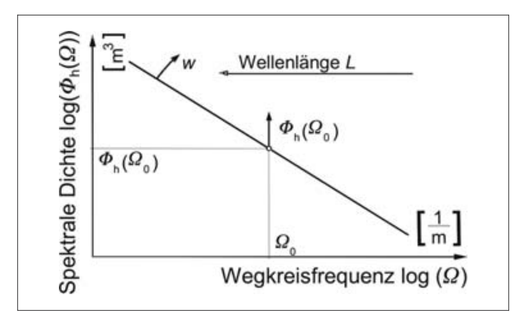


Bild 2-68: Vereinfachte Darstellung der spektralen Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Wegkreisfrequenz [15]

Für bundesdeutsche Fernstraßen sind Kenngrößen für die Unebenheit und Welligkeit festgelegt. Der AUN-Zielwert für Fernstraßen beträgt 1 cm³. Der Zielwert ist der Abnahmewert für Neubaustrecken. Der Warnwert beträgt 3 cm³. Beim Erreichen des Warnwertes werden eine intensive Beobachtung sowie eine Analyse des Fahrbahnzustandes veranlasst. Der Schwellwert ist mit 9 cm³ definiert. Beim Erreichen des Schwellwertes wird die Prüfung baulicher oder verkehrsmindernder Maßnahmen angeordnet [24].

2.4.4 Reifen als Feder- und Dämpferelement

Ein weiteres Element der im Folgenden beschriebenen Ersatzmodelle für schwingungstechnische Untersuchungen ist der Reifen als erstes Verbindungsglied zwischen Fahrzeug und Fahrbahn. Durch den Reifen werden alle vertikalen und horizontalen Kräfte zur Fahrbahn übertragen. Bodenunebenheiten der Fahrbahn werden über den Reifen in das Fahrzeugsystem induziert. Die Rad/Reifen-Kombination weist selbstverständlich als Schwingkörper Feder- und Dämpfungseigenschaften auf und ist sowohl masse- als auch trägheitsbehaftet. Detaillierte Erläuterungen zu diesen Eigenschaften befinden sich in Abschnitten 2.2 und 3.9.

2.4.5 Federungsmodelle

Nachdem die für das Erstellen von schwingungstechnischen Ersatzmodellen notwendigen einzelnen Komponenten vorgestellt sind, können nun schrittweise die Ersatzmodelle vorgestellt werden.

2.4.5.1 Einmassen-Ersatzsystem

Das einfachste Fahrzeugmodell ist das Einmassen-Ersatzsystem gemäß **Bild 2-69**. Die Masse entspricht der des Anteils der Aufbaumasse, der auf das betrachtete Fahrzeugrad entfällt. Die Achsmasse ist mit dem Aufbau ungefedert verbunden. Die Federung – z.B. bei Baumaschinen oder Muldenkippern – wird vom Reifen übernommen. Als Dämpfung wirkt lediglich die Reifendämpfung [15].

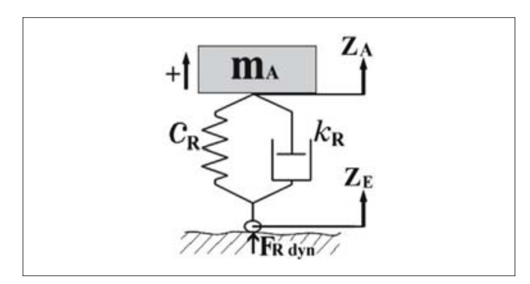


Bild 2-69: Einmassen-Federungsmodell [15]

Folgende Bewegungsgleichung beschreibt das Schwingungssystem:

$$m_A \cdot \ddot{z}_A = -k_R \cdot \left(\dot{z}_A - \dot{z}_E\right) - c_R \cdot \left(z_A - z_E\right) \quad (2.145)$$

$$\ddot{z}_A = -\frac{k_R}{m_A} \cdot \left(\dot{z}_A - \dot{z}_E\right) - \frac{c_R}{m_A} \cdot \left(z_A - z_E\right) \quad (2.146)$$

Die Eigenfrequenz ω_e und das Dämpfungsmaß D ergeben sich bei Vernachlässigung der Fußpunkterregung z_E, d.h. durch Lösung des homogenen Teiles dieser Differentialgleichung mittels des Ansatzes $z = z_0 \cdot e^{\omega t}$ zu

$$\omega_e = \sqrt{\frac{c_R}{m_A}} \quad (2.147)$$

$$D = \frac{k_R}{k_{krit}} = \frac{k_R}{2 \cdot m_A \cdot \omega_e} \quad (2.148)$$

Dabei besteht zwischen ungedämpfter Eigenkreisfrequenz ω_e, gedämpfter Eigenkreisfrequenz $\omega_{em.D}$ und Dämpfung D folgender Zusammenhang:

$$\omega_{em.D} = \omega_e \sqrt{1 - D^2} \quad (2.149)$$

Zur Ermittlung des Schwingungsverlaufes des Aufbaus $z_A(t)$ sowie der Feder- und Dämpferkräfte bei beliebig vorgegebener Erregung (z.B. gemessenes Fahrbahnprofil) eignen sich Simulationsumgebungen, insbesondere dann, wenn Nichtlinearitäten zu berücksichtigen sind (z.B. Reifenabheben, geknickte Schwingungsdämpfer- und Federkennlinien) [15].

Verwendet man als Anregungssignal z_E einen Gleitsinus (Sinus konstanter Amplitude und variierender Frequenz), so lässt sich aus den Scheitelwerten von Aufbauamplitude und Anregungsamplitude die Vergrößerungsfunktion ermitteln:

$$V(f) = \frac{z_A}{z_E} \quad (2.150)$$

Bemerkung: Die Vergrößerungsfunktion für die Aufbauamplituden bezogen auf die Erregeramplituden z_A / z_E ist mit der Vergrößerungsfunktion für die Aufbaubeschleunigung bezogen auf die Erregerbeschleunigungen $\ddot{z}_A / \ddot{z}_E$ identisch, da aus der zweifachen Differentiation einer Sinusschwingung folgt:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_E(t) &= -\omega^2 \cdot z_E(t) \\ \ddot{z}_A(t) &= -\omega^2 \cdot z_A(t) \end{aligned} \quad (2.151)$$

$$\frac{z_A(t)}{z_E(t)} = \frac{\ddot{z}_A(t)}{\ddot{z}_E(t)} \quad (2.152)$$

Die Vergrößerungsfunktion des Einmassen-Federungsmodells ist im **Bild 2-70** für beispielhafte Reifendaten aufgetragen.

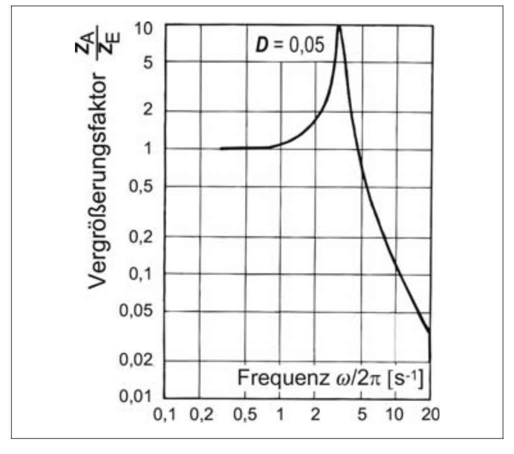


Bild 2-70: Vergrößerungsfunktion des Einmassen-Federungsmodells [15]

Wegen geringer Eigendämpfung der Reifen tritt eine ausgeprägte Resonanzamplitude auf. Dabei liegt die Eigenfrequenz – resultierend aus anteiliger Aufbau- und Achsmasse und der Reifenfederkonstante – mit etwa 3 bis 4 Hz in einem Frequenzbereich hoher Schwingungsempfindlichkeit des Menschen [15].

2.4.5.2 Zweimassen-Ersatzsystem

Übliche Kraftfahrzeuge haben nicht nur Reifen-, sondern auch Aufbaufedern. Das einfachste Ersatzsystem, das jedoch bereits wesentliche Merkmale einer realen Fahrzeugfederung aufweist, ist das im folgenden behandelte Zweimassen-Ersatzsystem. Es entsteht durch Reduktion aus einem Vierradfahrzeug, indem als Aufbaumasse der auf das betrachtete Rad entfallende Anteil eingesetzt wird. Dabei wird u.a. der Einfluss von Massenkopplung vernachlässigt.
Die Struktur eines Zweimassen-Ersatzsystems zeigt **Bild 2-71**. Das System besteht aus der anteiligen Aufbaumasse, einer Rad- bzw. Achsmasse, den Aufbaufedern und -dämpfern sowie der Reifenfederung und -dämpfung [15].

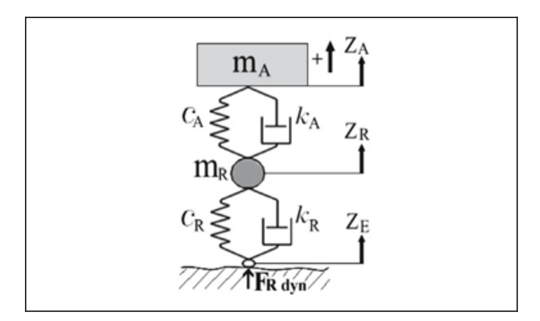


Bild 2-71: Zweimassen-Federungsmodell [15]

Die das System beschreibenden Differentialgleichungen ergeben sich durch Formulierung des Kräftegleichgewichts an der Aufbau- und der Radmasse:

$$m_A \cdot \ddot{z}_A = -k_A \cdot (\dot{z}_A - \dot{z}_R) - c_A \cdot (z_A - z_R) \quad (2.153)$$

$$m_R \cdot \ddot{z}_R = -k_A \cdot (\dot{z}_R - \dot{z}_A) - c_A \cdot (z_R - z_A) - k_R \cdot (\dot{z}_R - \dot{z}_E) - c_R \cdot (z_R - z_E) \quad (2.154)$$

Die beiden Differentialgleichungen sind über die Aufbaufederung bzw. die Aufbaudämpfung miteinander gekoppelt. Zur näherungsweisen Bestimmung der beiden Eigenkreisfrequenzen ω_e und Dämpfungen D soll die Kopplung der beiden Differentialgleichungen vernachlässigt werden, so dass nur die homogenen Teile der Differentialgleichungen betrachtet werden [15]. Für die Aufbaumasse m_A ergibt sich damit:

$$m_A \cdot \ddot{z}_A + k_A \cdot \dot{z}_A + c_A \cdot z_A = 0 \quad (2.155)$$

woraus für Eigenkreisfrequenz ω_{eA} und Dämpfung D_A folgen:

$$\omega_{eA} = \sqrt{\frac{c_A}{m_A}} \quad (2.156)$$

$$D_A = \frac{k_A}{2 m_A \, \omega_{eA}} \quad (2.157)$$

Ebenso ergibt sich bei der Radmasse m_R aus

$$m_R \cdot \ddot{z}_R + (k_R + k_A) \cdot \dot{z}_R + (c_R + c_A) \cdot z_R = 0 \quad (2.158)$$

Eigenkreisfrequenz ω_{eR} und Dämpfung D zu:

$$\omega_{eR} = \sqrt{\frac{c_R + c_A}{m_R}} \quad (2.159)$$

$$D_R = \frac{k_A + k_R}{2 m_R \, \omega_{eR}} = \frac{k_A + k_R}{2\sqrt{m_R (c_R + c_A)}} \quad (2.160)$$

Des Weiteren lässt sich durch eine Formulierung des Kräftegleichgewichts am Radaufstandspunkt und mit Hilfe der Gln. (2.150) und (2.153) ein Ausdruck für die auf die Fahrbahn wirkenden Reifenkräfte ermitteln, d.h. eine Gleichung für die dynamische Radlast $F_{R,dyn}$:

$$F_{R,dyn} = -k_R \cdot (\dot{z}_R - \dot{z}_E) - c_R \cdot (z_R - z_E) = m_A \cdot \ddot{z}_A + m_R \cdot \ddot{z}_R \quad (2.161)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lässt sich durch Messen der jeweiligen Beschleunigung von Aufbau- und Radmasse und in Kenntnis der Massen ein Verfahren zur indirekten Messung der dynamischen Radlast herleiten [15].
Die Vergrößerungsfunktion wurde beim Einmassen-Ersatzsystem ermittelt, indem das System mit einem Gleitsinus als Anregungssignal z_E beaufschlagt wurde und die Scheitelwerte der Aufbauamplitude z_A berechnet wurden. Es ist auch möglich, das System mit einer synthetisch erzeugten Fahrbahn anzuregen und daraus auf die Vergrößerungsfunktion zu schließen [15].

2.4.5.3 Erweiterung um Sitzfederung

Eine Erweiterung des bisher betrachteten Zweimassen-Ersatzsystems um die Sitzfederung führt zu einem Dreimassen-Ersatzsystem (**Bild 2-72**).

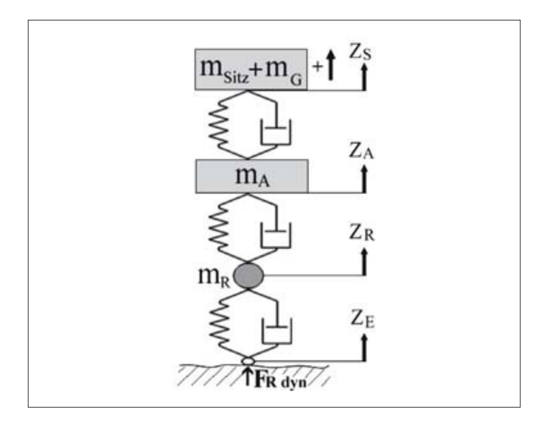


Bild 2-72: Struktur eines Dreimassen-Federungsmodells [15]

Dabei stellt die hinzugefügte Masse die Masse des gefederten Teiles des Sitzes und des darauf sitzenden Menschen dar. Wegen der im Verhältnis zur Aufbaumasse geringen hinzugefügten Masse kann die Rückwirkung auf den Aufbau im Allgemeinen vernachlässigt werden. Man kann daher von einem Zweimassen-System mit aufgesetztem einfachem Schwinger ausgehen. [15]

2.4.5.4 Einspur-Federungsmodell

Bei den Einspur-Federungsmodellen wird der Aufbau nicht mehr als Punktmasse, sondern als ein mit Masse behafteter Balken angesehen. Im einfachsten Fall handelt es sich um das Modell eines zweiachsigen Fahrzeuges mit starrem Aufbau, d.h. um einen biegesteifen Balken, **Bild 2-73** [15].

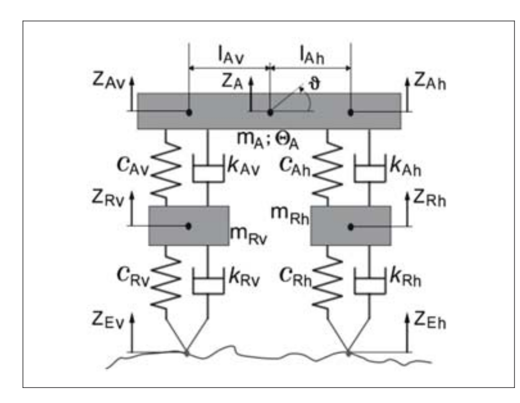


Bild 2-73: Einspur-Federungsmodell [15]

Zunächst müssen wieder die Differentialgleichungen formuliert werden. Das Einspur-Federungsmodell für ein zweiachsiges Fahrzeug nach **Bild 2-73** hat vier Freiheitsgrade:

- Heben und Nicken des Aufbaus,
- Heben der Vorder- und Hinterachse.

Für den Schwerpunkt des Aufbaus gilt:

$$m_A \ddot{z}_A = -k_{Av} \cdot (\dot{z}_{Av} - \dot{z}_{Rv}) - c_{Av} \cdot (z_{Av} - z_{Rv}) - k_{Ah} \cdot (\dot{z}_{Ah} - \dot{z}_{Rh}) - c_{Ah} \cdot (z_{Ah} - z_{Rh}) \quad (2.162)$$

$$\Theta_A \ddot{\vartheta}_A = l_v \cdot k_{Av} \cdot (\dot{z}_{Av} - \dot{z}_{Rv}) + l_v \cdot c_{Av} \cdot (z_{Av} - z_{Rv}) - l_h \cdot k_{Ah} \cdot (\dot{z}_{Ah} - \dot{z}_{Rh}) - l_h \cdot c_{Ah} \cdot (z_{Ah} - z_{Rh}) \quad (2.163)$$

Vorder- und Hinterachse gehorchen den Gleichungen:

$$m_{Rv} \ddot{z}_{Rv} = k_{Av} \cdot (\dot{z}_{Av} - \dot{z}_{Rv}) + c_{Av} \cdot (z_{Av} - z_{Rv}) - k_{Rv} \cdot (\dot{z}_{Rv} - \dot{z}_{Ev}) - c_{Rv} \cdot (z_{Rv} - z_{Ev}) \quad (2.164)$$

$$m_{Rh} \ddot{z}_{Rh} = k_{Ah} \cdot (\dot{z}_{Ah} - \dot{z}_{Rh}) + c_{Ah} \cdot (z_{Ah} - z_{Rh}) - k_{Rh} \cdot (\dot{z}_{Rh} - \dot{z}_{Eh}) - c_{Rh} \cdot (z_{Rh} - z_{Eh}) \quad (2.165)$$

Dabei bestehen zwischen den Aufbaubewegungen über den Achsen z_{Av} und z_{Ah}, der Bewegung des Aufbauschwerpunktes z_A und dem Nickwinkel ϑ folgende Zusammenhänge:

$$z_{Av} = z_A - l_v \cdot \vartheta \quad (2.166)$$

$$z_{Ah} = z_A + l_h \cdot \vartheta \quad (2.167)$$

Wie bei dem Einrad-Federungsmodell lassen sich auch für das Einspur-Federungsmodell aus den Differentialgleichungen die Eigenkreisfrequenzen und Dämpfungsmaße angeben, falls die Kopplung der Differentialgleichungen vernachlässigt wird. Man geht also von der Vorstellung aus, dass alle Freiheitsgrade – bis auf den betreffenden – blockiert sind [15].

Tabelle 2-6: Übersicht über verschiedene Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße [15]

	Eigenkreisfrequenz	Dämpfungsmaß
Hub	$\sqrt{\frac{c_{Av} + c_{Ah}}{m_A}}$	$\frac{k_{Av} + k_{Ah}}{2\sqrt{m_A \cdot (c_{Av} + c_{Ah})}}$
Aufbau vorn	$\sqrt{\frac{c_{Av}}{m_{Av}}}$	$\frac{k_{Av}}{2\sqrt{m_{Av} c_{Av}}}$
Aufbau hinten	$\sqrt{\frac{c_{Ah}}{m_{Ah}}}$	$\frac{k_{Ah}}{2\sqrt{m_{Ah} c_{Ah}}}$
Nicken	$\sqrt{\frac{l_{Av}^2 c_{Av} + l_{Ah}^2 c_{Ah}}{\Theta_A}}$	$\frac{l_{Av}^2 k_{Av} + l_{Ah}^2 k_{Ah}}{2\sqrt{\Theta_A \cdot (l_{Av}^2 c_{Av} + l_{Ah}^2 c_{Ah})}}$
Vorderachse	$\sqrt{\frac{c_{Av} + c_{Rv}}{m_{Rv}}}$	$\frac{k_{Av} + k_{Rv}}{2\sqrt{m_{Rv} \cdot (c_{Av} + c_{Rv})}}$
Hinterachse	$\sqrt{\frac{c_{Ah} + c_{Rh}}{m_{Rh}}}$	$\frac{k_{Ah} + k_{Rh}}{2\sqrt{m_{Rh} \cdot (c_{Ah} + c_{Rh})}}$

Die achsanteiligen Aufbaumassen ergeben sich aus der Schwerpunktslage:

$$m_{Av} = m_A \frac{l_{Ah}}{l_{Av} + l_{Ah}} \quad (2.168)$$

$$m_{Ah} = m_A \frac{l_{Av}}{l_{Av} + l_{Ah}} \quad (2.169)$$

Im Hinblick auf den Federungskomfort sollte die Nickeigenfrequenz niedrig sein. Bei vorgegebenen Federsteifen für die Hubfederung ist eine gezielte

Beeinflussung allerdings schwierig, da die übrigen Einflussparameter in der Regel nach anderen Gesichtspunkten festgelegt werden (Schwerpunktslage, Radstand) oder sich mehr oder weniger aus dem Fahrzeugkonzept ergeben (Trägheitsmoment) [15].

2.4.5.5 Zweispur-Federungsmodell

Ein weiter detailliertes Schwingungsmodell ist das Zweispurmodell. Dieses beinhaltet zunächst die Aufbaumasse sowie vier Radmassen. Der Aufbau mit der Masse m_A und den Trägheitsmomenten J_y (Querachse) und J_x (Längsachse) stützt sich dabei jeweils über ein Feder- und Dämpferelement an den 4 Rädern ab. Die Räder stützen sich wiederum über die Reifenfeder und die Reifendämpfer auf der Fahrbahn ab [15].

Damit weist dieses Ersatzmodell mehr Freiheitsgrade auf als die bisher gezeigten Modelle. Für die Untersuchung der Vertikaldynamik bewegen sich die vier Räder hauptsächlich in vertikaler Richtung. Neben einer ebenfalls vertikal gerichteten translatorischen Bewegung kann der Fahrzeugaufbau rotatorische Schwingungen um die Längsachse (Wanken, Rollen) oder um die Querachse (Nicken) ausführen. Weitere Freiheitsgrade bzw. Detaillierungsgrade sind durchaus denkbar. So kann beispielsweise die Aufbaumasse weiter aufgeteilt werden, wobei die entstehenden Teilmassen (Antrieb, Fahrer und Sitz, Fahrerhaus beim Lkw) wiederum mit Feder- und ggf. Dämpferelementen anzubinden sind. **Bild 2-74** zeigt das Lkw-Zweispur-Federungsmodell einer Starrachse, welche die ersten Betrachtungen etwas erleichtert.

Wie zu erkennen ist, kann sich bei einer solchen Anordnung der Fahrzeugaufbau relativ zur Radaufhängung drehen. Dieses geschieht um einen Momentanpol der Bewegung, der durch konstruktive bzw. kinematische Methoden bestimmt werden kann. Dieser Momentanpol wird auch als Wankpol bezeichnet, die Bewegung selbst wird als „wanken“ bezeichnet.

In **Bild 2-75** werden die Kräfte eingezeichnet, die bei Kurvenfahrt bzw. unter Querbeschleunigung entstehen.

Zu erkennen ist hier das Wankmoment des Aufbaus, welches über die beiden Aufbaufedern abgestützt wird. Das Wankmoment entsteht durch die am Aufbauschwerpunkt angreifende Fliehkraft der Aufbaumasse, als Hebelarm gilt der Abstand des Aufbauschwerpunktes zur Wankachse (Δh). Die Wankachse ist die Verbindungslinie von vorderem und hinterem Wankpol und kann daher eine Neigung in Längsrichtung aufweisen. Diese Neigung wird hier zunächst vernachlässigt. Demnach gilt für das Wankmoment

$$M_\varphi = F_{\text{Flieh,A}} \cdot \Delta h \cdot \cos(\varphi) + m_A \cdot g \cdot h \cdot \sin(\varphi) \quad (2.170)$$

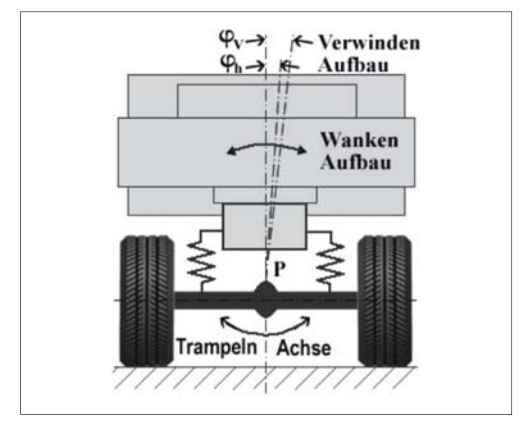


Bild 2-74: Zweispur-Federungsmodell [15].

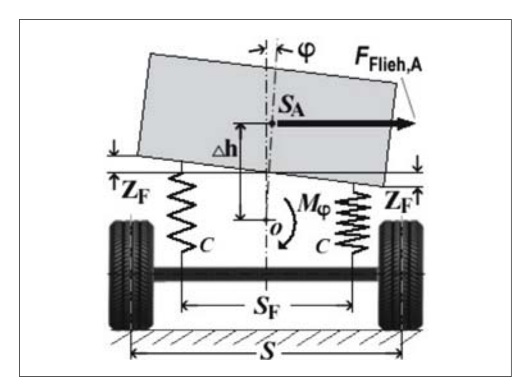


Bild 2-75: Kräfteplan des Zweispurmodells unter Querbeschleunigung [15]

Die Auslenkung des Schwerpunkts bei einem Wankwinkel wird ebenfalls vernachlässigt, da die Auslenkung vor allem bei Pkw sehr gering ist ($\cos(\varphi) \approx 1$). Daher wird vereinfachend von folgendem Wankmoment ausgegangen [15]:

$$M_\varphi = F_{\text{Flieh,A}} \cdot \Delta h \quad (2.171)$$

Dieses Wankmoment ist über die Aufbaufederung (vorn und hinten) abzustützen. Es wird folgendes Momentengleichgewicht aufgestellt.

$$F_{\text{Flieh,A}} \cdot \Delta h = 2 \cdot \frac{s_{\text{Fv}}}{2} \cdot c_{\text{Av}} \cdot f_{\text{Fv}} + 2 \cdot \frac{s_{\text{Fh}}}{2} \cdot c_{\text{Ah}} \cdot f_{\text{Fh}} \quad (2.172)$$

Die jeweilige Federspurweite (lateraler Abstand zwischen den Federanlenkpunkten) wird als s_F bezeichnet, die jeweiligen Federwege als f_F.

Zwischen den Federwegen und dem Wankwinkel φ besteht folgender, geometrischer Zusammenhang

$$f_F = \varphi \cdot \frac{s_F}{2} \quad (2.173)$$

Eingesetzt in Gl. (2.172) erhält man eine Beziehung für den Wankwinkel φ

$$\varphi = \frac{2 \cdot \Delta h}{c_{Av} \cdot s_{Fv}^2 + c_{Ah} \cdot s_{Fh}^2} \cdot F_{Flieh,A} \quad (2.174)$$

Der Wankwinkel hängt damit von den Aufbaufedersteifigkeiten und insbesondere quadratisch von den Federspurweiten ab. Da der Wankwinkel bei Kurvenfahrt möglichst klein zu halten ist, sollten die Federspurweiten möglichst groß sein.
Die hier dargestellten Aufbaufedern wirken der Wankneigung des Aufbaus entgegen. Die Aufbaufedern können dabei von einem Stabilisator unterstützt werden. Dabei handelt es sich um ein zusätzliches Bauteil in der Radaufhängung, welches in der Draufsicht im Allgemeinen eine U-Form hat (**Bild 2-76**).
Die Enden des Stabilisators sind ggf. über Verbindungselemente mit dem linken und rechten Teil der Radaufhängung verbunden, **Bild 2-77**.

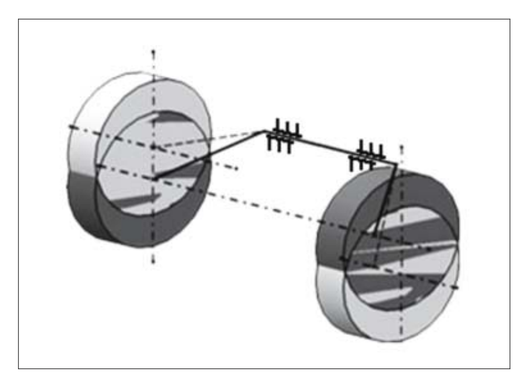


Bild 2-76: Prinzip eines Stabilisators [15]



Bild 2-77: Stabilisatorausführung (Audi A4, Baujahr 2000)

Bei einer gleichsinnigen Einfederbewegung bewegt sich der Stabilisator passiv und ohne Wirkung mit. Kommt es zu gegensinnigen Federbewegungen an der rechten und linken Seite, so wird der Stabilisator verdrillt. Da er als Torsionsfeder wirkt, liefert er dadurch ein Rückstellmoment, welches proportional zum Verdrehwinkel ist. Dieses Rückstellmoment wirkt der Wankbewegung entgegen und reduziert damit den Wankwinkel.
Die Stabilisatorsteifigkeit kann auf die Spurweite des Fahrzeugs bezogen werden oder aber mit einer so genannten Stabilisatorspurweite verknüpft werden.
Die Stabilisatorkraft geht wie die Aufbaufederkraft in das Momentengleichgewicht in Gl. (2.175) ein, von daher kann man direkt folgende Auswirkung auf den Wankwinkel herleiten:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \Delta h \cdot F_{Flieh,A}}{c_{Av} \cdot s_{Fv}^2 + c_{Ah} \cdot s_{Fh}^2 + c_{Stab,v} \cdot s_{Stab,v}^2 + c_{Stab,h} \cdot s_{Stab,h}^2} \quad (2.175)$$

Der Einsatz eines Stabilisators hat neben der Reduzierung des Wankwinkels einen weiteren, entscheidenden Einfluss auf die Fahrdynamik. Mit einer gezielten Aufteilung der Wankabstützung zwischen Vorder- und Hinterachse kann das so genannte Eigenlenkverhalten beeinflusst werden (s. Abschnitt 2.5.3.12, Variante 4).
Bisher wurde davon ausgegangen, dass der Fahrzeugaufbau verwindungssteif ist. Dies gilt vor allem für moderne Pkw. Im Nutzfahrzeugbereich können unter Umständen andere Anforderungen gelten, so dass sogar ein verwindungsweicher Fahrzeugrahmen erforderlich wird (Baustellenfahrzeug).
Bei solchen torsionsweichen Fahrgestellen bzw. Aufbauten werden daher zwei Teilsysteme betrachtet, die jeweils einen eigenen Wankwinkel aufweisen. Die Teilsysteme sind über eine virtuelle Torsionsfeder (c_{tor}) miteinander verbunden (**Bild 2-78**). Bei diesem Modell wird erforderlich, zwei einzelne Gleichungen für den Wankwinkel aufzustellen.

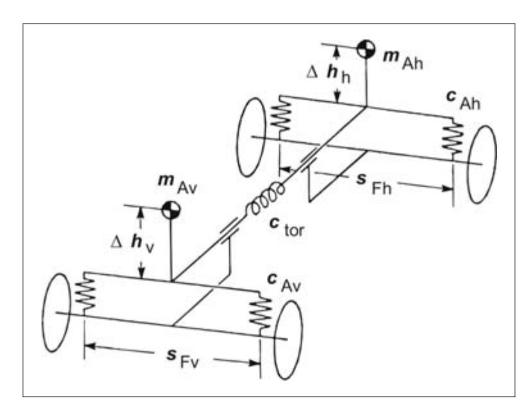


Bild 2-78: Zweispurmodell bei torsionsweichem Rahmen [15]

$$m_{\mathrm{Av}} \cdot a_{\mathrm{y}} \cdot \Delta h_{\mathrm{v}} = \varphi_{\mathrm{v}} \cdot \frac{s_{\mathrm{Fv}}^2}{2} \cdot c_{\mathrm{Av}} + \left(\varphi_{\mathrm{v}} - \varphi_{\mathrm{h}}\right) \cdot c_{\mathrm{tor}} \quad (2.176)$$

$$m_{\mathrm{Ah}} \cdot a_{\mathrm{y}} \cdot \Delta h_{\mathrm{h}} = \varphi_{\mathrm{v}} \cdot \frac{s_{\mathrm{Fh}}^2}{2} \cdot c_{\mathrm{Ah}} + (\varphi_{\mathrm{h}} - \varphi_{\mathrm{v}}) \cdot c_{\mathrm{tor}} \quad (2.177)$$

2.4.6 Parametervariation

Die bisher hergeleiteten Zusammenhänge aus den Federungsmodellen sollen in einer Parametervariation vertieft werden. Dazu wird ein Zweimassen-Modell herangezogen und schrittweise variiert. Es werden jeweils die Aufbaubeschleunigung sowie die dynamischen Radlaständerungen analysiert [15]. Die Aufbaubeschleunigung gilt als Maß für den Insassenkomfort bzw. für die Ladegutbeanspruchung und ist auch ohne den Detaillierungsgrad einer zusätzlichen, schwingenden Sitzmasse ein wichtiges Kriterium.
Die Bodenhaftung und damit die Fahrsicherheit wird durch die dynamischen Radlaständerungen charakterisiert. Hohe dynamische Radlastschwankungen verursachen hohe Schwankungen in der Übertragbarkeit von Horizontalkräften des Reifens, im Extremfall hat ein Reifen keinen Bodenkontakt mehr und kann daher überhaupt keine Kräfte übertragen.
Die Modellgleichungen des Zweimassen-Ersatzsystems aus Abschnitt 2.4.5.2 werden für die Parametervariation in einem Simulationsprogramm umgesetzt. Als Anregungsprofil wird ein synthetisch erzeugtes Fahrbahnsignal verwendet, was als Eingangssignal in das Schwingungssystem eingeleitet wird.
In der Analyse wird jeweils die spektrale Leistungsdichte von Aufbaubeschleunigung sowie dynamischer Radlast ermittelt und dargestellt (**Bild 2-79**).

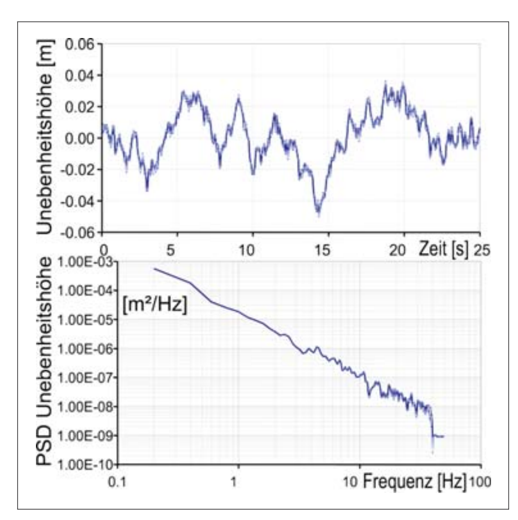


Bild 2-79: Synthetisches Fahrbahnsignal mit dem Unebenheitsgrad AUN = $3{,}7 \cdot 10^{-6}$ m^3 sowie der Welligkeit $w = 2{,}14$ [15]

Die Nullversion der Parametervariation weist folgende Daten auf:

Radmasse	m_R = 40 kg
Anteilige Aufbaumasse	m_A = 400 kg
Reifensteifigkeit	c_R = 150.000 N/m
Aufbaufedersteifigkeit	c_A = 21.000 N/m
Reifendämpfung	k_R = 100 Ns/m
Aufbaudämpfung	k_A = 1500 Ns/m

Für die Ausgangsversion ergeben sich folgende Ergebnisse. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die jeweiligen Linien für Aufbau, Straße und Rad vertikal verschoben (**Bild 2-80**).

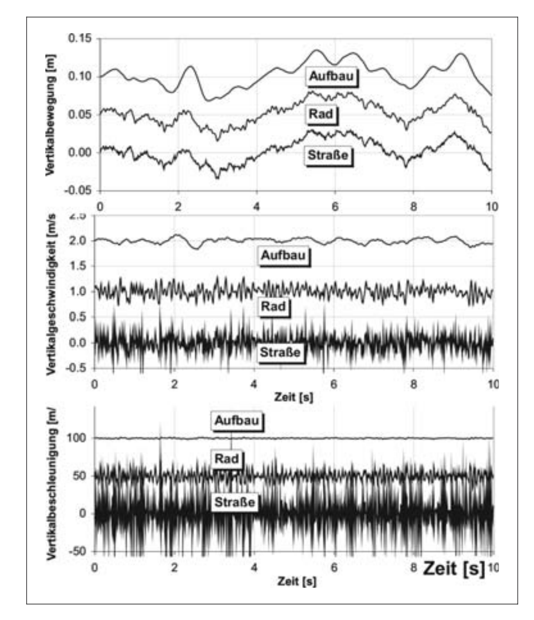


Bild 2-80: Wege, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen von Straße, Rad und Aufbau der Ausgangsvariante [15]

Sehr deutlich zu erkennen ist die im Vergleich zur Schwingungsbandbreite der Straße sehr kleine Amplitude der Aufbauvertikalbeschleunigung. Hier hat vor allem der Aufbaudämpfer seine Funktion der Bedämpfung von Schwingungen erfüllt.

Variation der Radmasse m_R (Variante 1)

In Variante 1 wird der singuläre Einfluss verschiedener Radmassen ermittelt. Die Aufbaueigenfrequenz wird durch diese Maßnahme genauso wenig tangiert wie die Amplitude der Aufbauresonanzerhöhung.
Vor allem in der Betrachtung der Bodenhaftung fällt auf, dass mit steigender Radmasse die Resonanzer-

höhung im Bereich der Radeigenfrequenz deutlich zunimmt. Dies liegt daran, dass eine größere Masse von gleich gebliebenen Dämpfern beruhigt werden muss [2]. Daher ist eine kleine Radmasse im Sinne einer hohen Fahrsicherheit unbedingt anzustreben. Generell sind die ungefederten Massen eines Fahrzeugs gering zu halten (**Bild 2-81**).

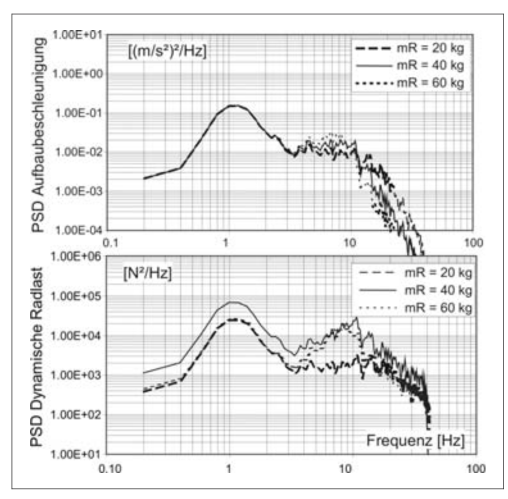


Bild 2-81: Parametervariation mit unterschiedlicher Radmasse (Variante 1) [15]

Variation der Reifensteifigkeit c_R (Variante 2)
In dieser Variante wird der Einfluss verschiedener Reifenfedersteifigkeiten untersucht.
Wie die Ergebnisse in **Bild 2-82** zeigen, hat diese Variation ebenfalls keine Auswirkung auf die Aufbaueigenfrequenz und die Aufbauresonanzerhöhung.
Im Bereich der Radeigenfrequenz zeigen sich jedoch Auswirkungen. Eine niedrige Reifenfedersteifigkeit führt zu einer positiven Veränderung des Schwingverhaltens. Vor allem die Bodenhaftung wird durch weichere Reifen im Bereich der Radeigenfrequenz erheblich erhöht.
Allerdings zwingen andere Umstände dazu, die Reifen nicht allzu weich auszulegen. Dazu zählen der Rollwiderstand, die hohe Walkarbeit, eine gewünschte hohe Seitensteifigkeit sowie der hohe Verschleiß [15].

Variation der Aufbaufedersteifigkeit c_A (Variante 3)
Eine Veränderung der Aufbaufedersteifigkeit hat große Auswirkungen auf die Aufbaueigenfrequenz und vor allem auf die Resonanzamplitude.
In **Bild 2-83** wird die Federkonstante der Aufbaufeder variiert. Bei weicherer Aufbaufeder verringert sich die Aufbaueigenfrequenz und als Folge vergrößert sich die relative Dämpfung; Aufbaubeschleunigung und bezogene dynamische Radlast werden kleiner.

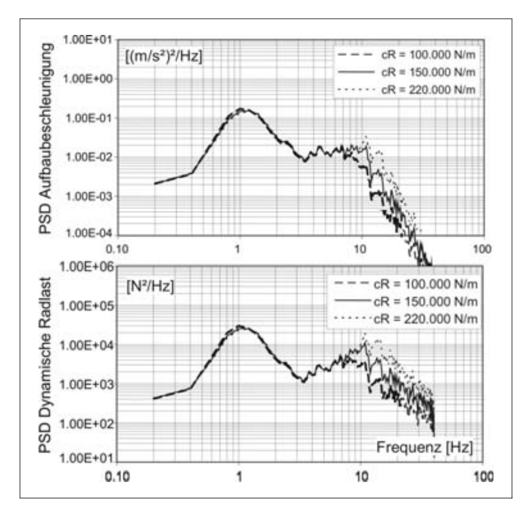


Bild 2-82: Parametervariation mit unterschiedlichen Reifenfedersteifigkeiten (Variante 2) [15]

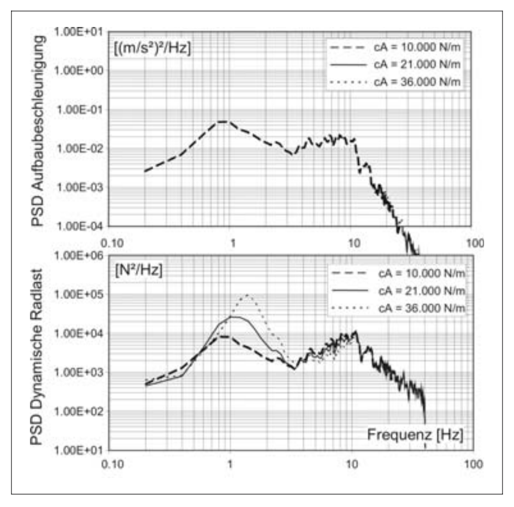


Bild 2-83: Parametervariation mit unterschiedlicher Aufbaufedersteifigkeit (Variante 3) [15]

Durch die kleinere Resonanzamplitude vergrößert sich die relative Dämpfung im Bereich der Aufbaueigenfrequenz. Die Aufbaubeschleunigung sowie die dynamischen Radlaständerungen werden deutlich kleiner. Auch hier sprechen äußere Umstände gegen eine allzu weiche Auslegung der Aufbaufedern. Zum einen wären dafür große Federwege notwendig, so dass der Bauraumbedarf sehr hoch wäre. Weiterhin begrenzen die Niveauänderung durch Beladung, Nickvorgänge beim Beschleunigen oder Bremsen sowie eine dann sehr hohe Kurvenneigung die Möglichkeiten einer weichen Aufbaufederauslegung.

Variation der Aufbaudämpfung k_A (Variante 4)
Die Variation der Aufbaudämpfung führt zu unterschiedlichen Veränderungen. Im Bereich der Aufbaueigenfrequenz wird erwartungsgemäß die Resonanzamplitude sowohl in der Aufbaubeschleunigung als auch bei den dynamischen Radlasten durch eine hohe Aufbaudämpfung stark reduziert. Allerdings verursacht eine starke Aufbaudämpfung über einen großen Frequenzbereich außerhalb der Eigenfrequenzen eine Anhebung des Niveaus der Aufbaubeschleunigung sowie der dynamischen Radlaständerung. Hier wirkt sich ein weicher Aufbaudämpfer positiv aus.
Eine starre Aufbaudämpferauslegung kann also nur eine Kompromisslösung sein. Eine Auflösung dieses Zielkonfliktes ist z.B. durch geregelte, aktive Dämpfer mit verschiedenen Kennlinien möglich.

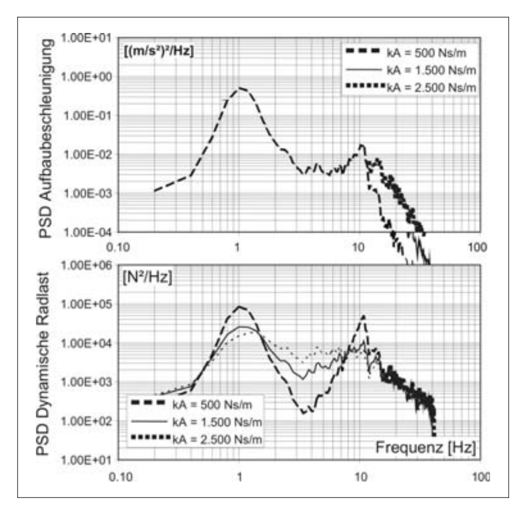


Bild 2-84: Parametervariation mit unterschiedlichen Aufbaudämpfungen (Variante 4) [15]

Zusammenfassung der Parametervariation
Fasst man die durch singuläre Parametervariation ermittelten Ergebnisse zusammen, so entsteht die **Tabelle 2-7**.

2.4.7 Verknüpfung Fahrbahn–Fahrzeug

Die Auswirkungen von Fahrbahnunebenheiten auf das komplette Schwingungssystem können nun analysiert werden, indem diese mit dem Schwingungssystem des Fahrzeugs verknüpft werden.
Eingeführt wird dazu die Antwort $q(t)$ des Fahrzeugs auf Erregerschwingungen $h(t)$, welche als Fahrbahnunebenheiten in das Schwingungssystem „Fahrzeug" eingehen. Erneut wird zunächst eine periodische Schwingung betrachtet [2].

Tabelle 2-7: Auswirkung der Änderungen am Federungssystem auf Fahrsicherheit und Fahrkomfort

	Fahrsicherheit		Fahrkomfort	
Erregung	langwellig	kurzwellig	langwellig	kurzwellig
Maßnahme:				
Tragfeder weich	↑ ↑		↑ ↑	
Dämpfer weich	↓	↓	↓	↑
Reifen weicher		↑ ↑		↑ ↑
Achse leichter		↑		↑
Empfehlung:				
Tragfeder	weich		weich	
Dämpfung	stark	stark	stark	schwach
Reifen		weich		weich
Achse		leicht		leicht

$$q(t) = \hat{q}_1 \cdot \sin(\omega t + \delta_1) + \hat{q}_2 \cdot \sin(2\omega t + \delta_2) + \ldots + \hat{q}_k \cdot \sin(k\omega t + \delta_k) + \ldots \quad (2.178)$$

Ist aus der Schwingungsanalyse des Systems „Fahrzeug" die Vergrößerungsfunktion bzw. das jeweilige Amplitudenverhältnis $(\hat{q}/\hat{h})_k$ bei einer Kreisfrequenz ω_1 bekannt, so besteht folgender Zusammenhang.

$$q(t) = \left(\frac{\hat{q}}{\hat{h}}\right)_1 \cdot \hat{h}_1 \cdot \sin(\omega t + \varepsilon_1 + \alpha_1) + \left(\frac{\hat{q}}{\hat{h}}\right)_1 \cdot \hat{h}_2 \cdot \sin(2\omega t + \varepsilon_2 + \alpha_2) + \ldots + \left(\frac{\hat{q}}{\hat{h}}\right)_k \cdot \hat{h}_k \cdot \sin(k\omega t + \varepsilon_k + \alpha_k) + \ldots \quad (2.179)$$

α_k ist der Phasenwinkel des Schwingungssystems „Fahrzeug". Zusammengefasst ergibt sich wie in Gl. (2.179):

$$q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\hat{q}}{\hat{h}}\right)_k \cdot \hat{h}_k \cdot \sin(k\omega t + \varepsilon_k + \alpha_k) = \sum_{k=1}^{\infty} \hat{q}_k \cdot \sin(k\omega t + \varepsilon_k + \alpha_k) \quad (2.180)$$

Gemäß Gl. (2.131) wird zur komplexen Schreibweise gewechselt:

$$q(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\hat{\underline{q}}}{\hat{\underline{h}}}\right)_k \cdot \hat{\underline{h}}_k \cdot e^{jk\omega t} = \sum_{k=1}^{\infty} \hat{\underline{q}}_k \cdot e^{jk\omega t} \quad (2.181)$$

Im Wegbereich ergibt sich analog dazu:

$$q(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \hat{\underline{q}}_k \cdot e^{jk\Omega x} \quad (2.182)$$

Um den Schritt von einer periodischen hin zu einer stochastischen Anregung zu vollziehen, nimmt die Periodendauer T bzw. die Periodenlänge X den Grenzfall der unendlichen Größe an. Die Antwortfunktion des Fahrzeugs auf stochastische Fahrbahnunebenheiten ergibt sich im Zeitbereich also zu:

$$q(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\hat{\underline{q}}}{\hat{\underline{h}}} \right) \cdot \hat{\underline{h}}(\omega) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, \mathrm{d}\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\underline{q}}(\omega) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\, \mathrm{d}\omega \tag{2.183}$$

Der quadratische Mittelwert führt zur spektralen Leistungsdichte der Fahrzeugantwort (s. Gln. (2.137) und (2.138)).

$$\overline{q}^2 = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{q}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \tag{2.184}$$

$$\Phi_{\mathrm{q}}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{q}(\omega) \right)^2 \tag{2.185}$$

Aus den Gln. (2.138) und (2.184) ergibt sich durch Erweitern und Umformen:

$$\begin{aligned} \overline{q}^2 &= \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right)^2 \left(\hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \\ &= \int_0^{\infty} \left(\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right)^2 \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{2.186}$$

Verwendet wird nun die Vergrößerungsfunktion V. Damit lässt sich Gl. (2.186) umformen [13]:

$$\begin{aligned} \overline{q}^2 &= \int_0^{\infty} \left(\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right)^2 \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \\ &= \int_0^{\infty} V^2(\omega) \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{2.187}$$

Für die spektralen Dichten ergibt sich:

$$\Phi_{\mathrm{q}}(\omega) = \left(\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right)^2 \cdot \Phi_{\mathrm{h}}(\omega) = V^2(\omega) \cdot \Phi_{\mathrm{h}}(\omega) \tag{2.188}$$

$V^2(\omega)$ ist hier das Quadrat der reellen Vergrößerungsfunktion zwischen Erregerschwingung h sowie der Antwort des schwingungsfähigen Systems q [13].

2.4.7.1 Spektrale Dichte der Aufbaubeschleunigung

Die bisher hergeleiteten Zusammenhänge können nun angewendet werden, um die spektrale Dichte der Aufbaubeschleunigung zu ermitteln.

In den entsprechenden Kapiteln ist die spektrale Leistungsdichte der Fahrbahnunebenheiten hergeleitet. Diese kann auch als das Leistungsdichtespektrum der Erregungsamplitude (Unebenheitshöhe) betrachtet werden. Fahrbahnunebenheiten gehen allerdings als Erregerschwingung in das schwingungsfähige System „Fahrzeug“ ein. Daher muss die spektrale Dichte der Erregerbeschleunigung berechnet werden. Für einen allgemeinen Schwingungsansatz in der Form

$$z(t) = A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t) \tag{2.189}$$

kann die zweifache Differentiation durchgeführt werden:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) + B \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \\ \ddot{z}(t) &= -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) - B \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \\ &= -\omega^2 \left(A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t) \right) \end{aligned} \tag{2.190}$$

Daraus folgt:

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 \cdot z(t) \tag{2.191}$$

Der Zusammenhang zwischen quadratischem Mittelwert sowie der spektralen Unebenheitsdichte ist in den Gln. (2.138) und (2.139) gegeben.

$$\overline{h}^2 = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega = \int_0^{\infty} \Phi_{\mathrm{h}}(\omega)\, \mathrm{d}\omega \tag{2.192}$$

Ein analoger Zusammenhang wird für das Leistungsdichtespektrum der Erregerbeschleunigung postuliert.

$$\overline{\ddot{h}}^2 = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{\ddot{h}}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega = \int_0^{\infty} \Phi_{\ddot{\mathrm{h}}}(\omega)\, \mathrm{d}\omega \tag{2.193}$$

Wird nun in Gl. (2.193) der Zusammenhang aus Gl. (2.191) eingesetzt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \overline{\ddot{h}}^2 &= \int_0^{\infty} \Phi_{\ddot{\mathrm{h}}}(\omega)\, \mathrm{d}\omega = \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{\ddot{h}}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \\ &= \int_0^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(-\omega^2 \cdot \hat{h}(\omega) \right)^2 \mathrm{d}\omega \\ &= \int_0^{\infty} \omega^4 \cdot \underbrace{\lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left(\hat{h}(\omega) \right)^2}_{\Phi_{\mathrm{h}}(\omega)} \mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{2.194}$$

Daraus ist der Zusammenhang zwischen dem PSD der Erregungsamplitude und der Erregerbeschleunigung direkt ersichtlich [15].

$$\Phi_{\dot{h}}(\omega) = \omega^4 \cdot \Phi_h(\omega) \tag{2.195}$$

Anhand der Gl. (2.188) ist klar, dass die Vergrößerungsfunktion V des Schwingungssystems „Fahrzeug" quadratisch in die Beziehung zwischen der spektralen Dichte der Erregeramplitude und der Antwort des Fahrzeugs eingeht. Wie gezeigt wird, bleibt dieser Zusammenhang auch für die Betrachtung der spektralen Beschleunigungsdichten bestehen [15].
Mit Gl. (2.195) gilt:

$$V^2 = \left(\frac{\ddot{q}}{\ddot{h}}\right)^2 = \frac{\Phi_q(\omega)}{\Phi_h(\omega)} = \frac{\omega^{-4} \cdot \Phi_{\dot{q}}(\omega)}{\omega^{-4} \cdot \Phi_{\dot{h}}(\omega)} = \frac{\Phi_{\dot{q}}(\omega)}{\Phi_{\dot{h}}(\omega)} \tag{2.196}$$

Bild 2-85 zeigt, wie schrittweise die spektrale Leistungsdichte der Aufbaubeschleunigung qualitativ hergeleitet wird. Die grafische Ermittlung der spektralen Dichte erfolgt in mehreren Schritten und findet in doppelt-logarithmischen Diagrammen statt, wodurch einige Betrachtungen vereinfacht werden.

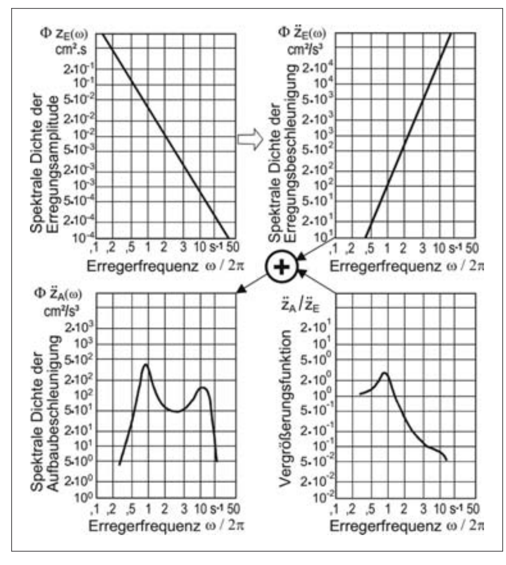


Bild 2-85: Ermittlung der spektralen Dichte der Aufbaubeschleunigung

Zunächst wird das PSD der Erregeramplitude in ein PSD der Erregerbeschleunigung überführt. Dabei entsteht ein Wechsel der Steigung von negativ nach positiv. Es wird das PSD der Erregeramplitude im Wegbereich betrachtet. Die Betrachtung im Zeitbereich ist dazu gemäß Gl. (2.143) analog. Verwendet wird die angenäherte Formel aus Gl. (2.144), da die angenäherte Betrachtung für qualitative Herleitungen völlig ausreichend ist.

$$\begin{aligned}
\log\left[\Phi_h(\Omega)\right] &= \log\left[\Phi_h(\Omega_0) \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w}\right] \\
&= \underbrace{\log\left[\Phi_h(\Omega_0)\right]}_{=:c_1} + \log\left[\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-w}\right] \\
&= c_1 - w \cdot \log\left[\frac{\Omega}{\Omega_0}\right] \\
&= c_1 - w \cdot \left(\log\Omega - \underbrace{\log\Omega_0}_{=:c_2}\right) \\
&= \underbrace{c_1 + w \cdot c_2}_{=:c_3} - w \cdot \log\Omega \\
&= c_3 - w \cdot \log\Omega
\end{aligned} \tag{2.197}$$

$$\Rightarrow \log\left[\Phi_h(\omega)\right] = \underbrace{-w}_{<0} \cdot \log\omega + c_4 \tag{2.198}$$

Wie bereits beschrieben, gilt für Normstraßen die Welligkeit $w = 2$, was der (negativen) Steigung der Annäherungsfunktion im **Bild 2-85** (a, oben links) entspricht. Im **Bild 2-85** (b, oben rechts) ist das PSD der Erregerbeschleunigung dargestellt. Mit den Gln. (2.193) und (2.198) gilt folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned}
\log\left[\Phi_{\dot{h}}(\omega)\right] &= \log\left[\omega^4 \cdot \Phi_h(\omega)\right] \\
&= \log\left[\omega^4\right] + \log\left[\Phi_h(\omega)\right] \\
&= 4 \cdot \log\omega + c_4 - w \cdot \log\omega \\
&= \underbrace{(4 - w)}_{>0} \cdot \log\omega + c_4
\end{aligned} \tag{2.199}$$

Da w größer Null ist (Normstraße $w = 2$), ist es hier zu einem Wechsel der Steigung von „–2" zu „+2" gekommen. Im **Bild 2-85** (c, unten rechts) ist eine typische Vergrößerungsfunktion eines Kraftfahrzeugs aufgetragen. Ein solcher Verlauf ergibt sich z.B. aus der Schwingungsanalyse eines gedämpften Zweimassen-Ersatzsystems. Wie zu erkennen ist, liegt bei ca. 1 Hz die Aufbaueigenfrequenz mit einer Amplitudenüberhöhung. Nur leicht sichtbar wird in der Vergrößerungsfunktion die Radeigenfrequenz bei ca. 10 bis 12 Hz. Diese weist hier nur eine geringe Amplitude auf. Gemäß Gl. (2.196) werden nun die Diagramme c) und b) im **Bild 2-85** zum Diagramm im **Bild 2-85** (d, unten links) verknüpft.

$$\Phi_{\dot{q}}(\omega) = \underbrace{\left[V^2\right]}_{c)} \cdot \underbrace{\left[\Phi_{\dot{h}}(\omega)\right]}_{b)} \tag{2.200}$$

Diese Multiplikation wird im logarithmischen Bereich zur Addition:

$$\log\left[\Phi_{\ddot{q}}(\omega)\right] = \underbrace{\log\left[V^2\right]}_{c)} + \underbrace{\log\left[\Phi_{\ddot{h}}(\omega)\right]}_{b)} \tag{2.201}$$

Damit lassen sich die Diagramme b) und c) sehr einfach miteinander verknüpfen: Es entsteht das Diagramm für die spektrale Dichte der Aufbaubeschleunigung d). Es ist deutlich zu erkennen, dass durch die Addition der beiden Diagramme die Amplituden bei wachsender Frequenz vergrößert werden. Gerade die spektrale Dichte bei Radeigenfrequenz bekommt eine viel höhere Bedeutung, als dies in der Vergrößerungsfunktion V (c) zu erkennen ist.
Weiterhin lässt sich an der Abbildung der spektralen Leistungsdichte der Aufbaubeschleunigung der Einfluss verschiedener Fahrbahnen anhand der Kennwerte Unebenheitsgrad und Welligkeit untersuchen.
Beispielsweise würde eine Fahrbahn mit einem sehr hohen Anteil an kurzwelligen Anregungen (geringe Welligkeit w, also geringe negative Steigung in a) aufgrund der Herleitung in den Gln. (2.198) und (2.197) zu einer hohen spektralen Dichte der Erregerbeschleunigung bei hohen Frequenzen (größere Steigung in b) führen. Damit käme es bei der Betrachtung der spektralen Leistungsdichte der Aufbaubeschleunigung zu einer überproportional großen Resonanzerhöhung im Bereich der Radeigenfrequenz, während andererseits der Bereich der Aufbaueigenfrequenz eine geringere Amplitude aufzeigen würde [15].

2.4.7.2 Spektrale Dichte der Radlastschwankungen

Analog zu dieser Betrachtung kann die spektrale Dichte der dynamischen Radlastschwankungen bezogen auf die Erregeramplituden hergeleitet werden.

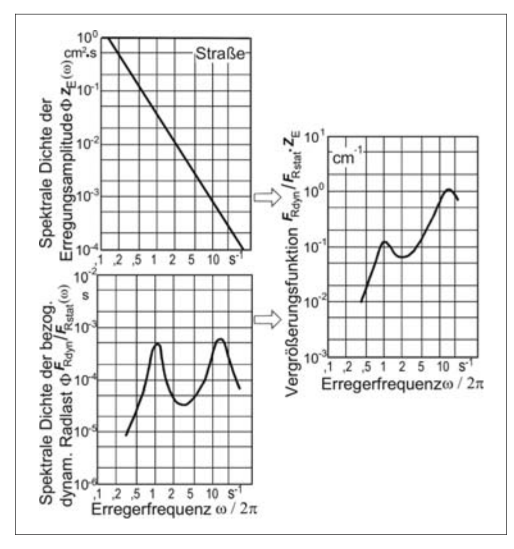


Bild 2-86: Spektrale Dichte der bezogenen dynamischen Radlastschwankungen [15]

Diese Vergrößerungsfunktion wird auf die statische Radlast normiert angegeben und folgt direkt aus der spektralen Dichte der Erregeramplitude [15].

$$V^2 = \left(\frac{F_{\mathrm{R,dyn}}}{F_{\mathrm{R,stat}} \cdot h}\right)^2 = \frac{\Phi_{F_{\mathrm{R,dyn}}/F_{\mathrm{R,stat}}}(\omega)}{\Phi_{\mathrm{h}}(\omega)} \tag{2.202}$$

2.4.8 Menschliche Schwingungsbewertung

Die quantitative Bewertung des Schwingungskomforts setzt einen Maßstab für die Schwingungseinwirkung voraus (und eine Bezugsfahrbahn). Hierfür wurden nach Reihenuntersuchungen die Richtlinie VDI 2057 und erarbeitet. In dieser Richtlinie wird zwischen der Wahrnehmungsstärke und der Einwirkdauer differenziert [25].
Die im Kraftfahrzeug auftretenden Schwingungen sind in Allgemeinen zurückzuführen auf:

- Massenkräfte/Momente des Antriebsaggregates,
- Fahrmanöver und
- Fahrbahnunebenheiten.

Einen wesentlichen Einfluss auf das menschliche Empfinden bzw. den subjektiven Wahrnehmungsgrad von Schwingungen haben:

- Frequenz,
- Intensität,
- Einwirkungsort,
- Einwirkungsrichtung,
- Einwirkungszeit,
- Körperhaltung des Menschen.

Der Fahrzeuginsasse ist unter schwingungstechnischem Aspekt als ein „Schwinger“ mit mehreren Resonanzfrequenzen anzusehen (**Bild 2-87**). Für die Beurteilung der Schwingungsbeanspruchung ist daher hinsichtlich der Lage der Eigenfrequenz des menschlichen Körpers neben der Schwingbeschleunigung auch die Frequenz der Schwingung von Bedeutung.
Die Beurteilung der Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen ist Gegenstand der VDI Richtlinie 2057. Als Hauptschwingungsrichtung in Kraftfahrzeugen ist für den sitzenden bzw. stehenden Menschen die vertikale Richtung anzusehen.
Nach VDI 2057 aus dem Jahr 2002 berechnet sich der Effektivwert der frequenzbewerteten Beschleunigung a_{wT} wie folgt:

$$a_{\mathrm{wT}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a_{\mathrm{wi}}^2(t)\,\mathrm{d}t} \quad \text{mit } T = \text{Messdauer} \tag{2.203}$$

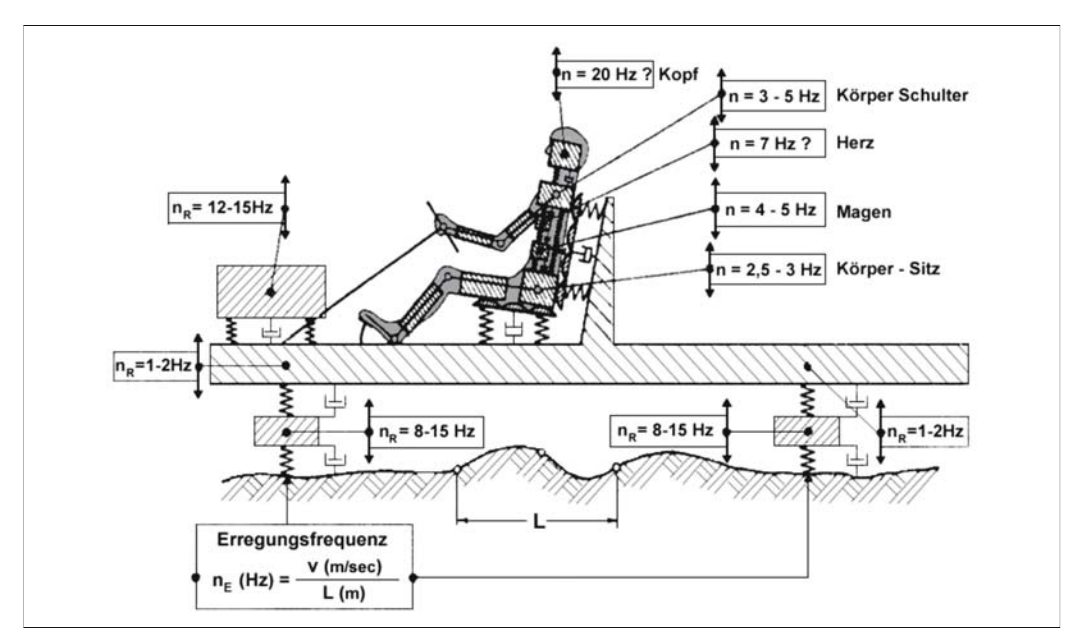


Bild 2-87: Schwingungsmodell Kraftfahrzeug – Sitz – Mensch [25]

Die partielle energieäquivalente frequenzbewertete Beschleunigung a_{wi} für jeden Frequenzanteil bzw. jedes Frequenzband errechnet sich aus der Multiplikation der gemessenen anteiligen Beschleunigung a_i mit dem Bewertungsfaktor W_i für diesen Frequenzanteil. W_i ist abhängig von der Erregerfrequenz und berücksichtigt die frequenzabhängigen Wirkungen auf den menschlichen Körper oder seiner Teilbereiche.

Bild 2-88 zeigt, dass die stärkste Bewertung für Vertikalbeschleunigungen im Frequenzbereich zwischen 4 und 8 Hz vorgenommen wird, die für Horizontalbeschleunigung dagegen zwischen 1 und 2 Hz liegt.

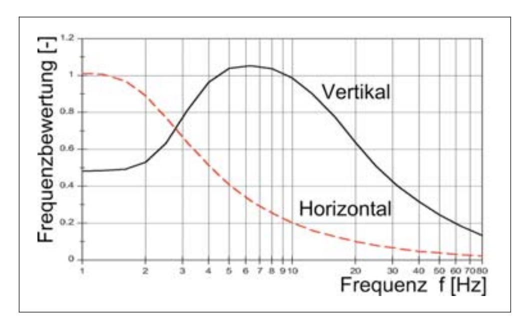


Bild 2-88: Frequenzbewertungskurve für horizontale und vertikale Schwingungen für sitzenden oder stehenden Menschen nach VDI 2057 (2002) [25]

Neben der Erregungsintensität und -frequenz ist auch die Einwirkdauer für das menschliche Wohlbefinden von Bedeutung. Unter Einbeziehung der Einwirkdauer T ist eine Abschätzung von Einschränkungen des Wohlbefindens, der Leistungsfähigkeit und des Risikos für Gesundheitsschädigungen möglich. Aufschluss über die Gesundheitsgefährdung in Abhängigkeit von der frequenzbewerteten Beschleunigung und der Einwirkdauer gibt **Bild 2-89**.

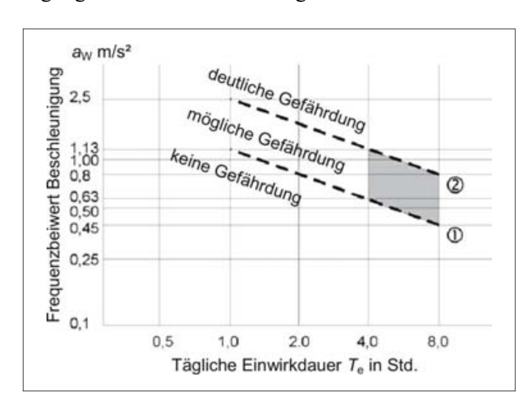


Bild 2-89: Gesundheitsgefährdung in Abhängigkeit von a_w und T_e [25]

Zone erhöhter Gesundheitsgefährdung bei Langzeiteinwirkung: (1) Beurteilungsbeschleunigung $a_{w(8)}$ = 0,45 m/s, (2) Beurteilungsbeschleunigung $a_{w(8)}$ = 0,80 m/s

$$a_{w(8)} = a_{we}\sqrt{\frac{T_e}{8\ \text{h}}}$$

Die als frequenzbewertete Beschleunigung klassifizierte Beanspruchung beinhaltet auch eine subjektive Wahrnehmung der Schwingungen. Diese reicht von einer Fühl- oder Wahrnehmungsschwelle, unterhalb der eine Wahrnehmung nicht mehr möglich ist, bis zu einer Schmerzgrenze, oberhalb der die Wahrnehmung in Schmerz übergeht. Fühl- und Schmerzschwelle sind individuell verschieden und hängen darüber hinaus von den Umgebungsbedingungen ab. **Tabelle 2-8** zeigt den Zusammenhang zwischen der frequenzbewerteten Beschleunigung und der subjektiven Wahrnehmung. Auf eine genaue Definition muss aber aus erwähnten Gründen verzichtet werden. Bei einer Expositionsdauer von mehr als 4 Stunden sind gesundheitliche Schädigungen möglich [25].

Tabelle 2-8: Zusammenhang zwischen frequenzbewerteter Beschleunigung subjektiver Wahrnehmung

Effektivwert a_{wT} der Beschleunigung $a_w(t)$	Beschreibung der Wahrnehmung
< 0,010 m/s^2	Nicht spürbar
0,015 m/s^2	Wahrnehmungsschwelle
0,020 m/s^2	Gerade spürbar
0,080 m/s^2	Gut spürbar
0,315 m/s^2	Stark spürbar
>0,315 m/s^2	Sehr stark spürbar

2.4.9 Erkenntnisse aus den vertikaldynamischen Grundlagen

Aus den im Abschnitt 2.4.7 hergeleiteten Zusammenhängen für das gesamte Schwingungssystem mit den Erregerschwingungen durch Fahrbahnunebenheiten lassen sich einige wichtige Bedingungen für den Aufbau von Kraftfahrzeugen postulieren.
Wie in Abschnitt 2.4.8 gezeigt wurde, hat der Mensch als Passagier eines Kraftfahrzeugs bestimmte Schwingungswahrnehmungen und -bewertungen. Insbesondere im Bereich zwischen 4 und 8 Hz weist der Mensch die höchste Schwingungsempfindlichkeit auf. In diesem Bereich liegen einige Eigenfrequenzen menschlicher Organe. Daher sollten Beschleunigungs- oder Spektralamplituden gerade in diesem Bereich sehr niedrig sein, um den Fahrkomfort der Passagiere sicher zu stellen.
Insbesondere an der spektralen Dichte der Aufbaubeschleunigung (**Bild 2-85**) erkennt man direkt die Notwendigkeit, dass z.B. die Eigenfrequenz des Fahrzeugaufbaus besonders niedrig sein sollte. Hier wird ein Wert rund um 1 Hz gefordert.

2.5 Querdynamik

2.5.1 Anforderungen an das Fahrverhalten

Wie bei allen nicht spurgebundenen Fahrzeugen obliegt dem Fahrer eines Kraftfahrzeugs nicht nur die Steuerung bzw. Regelung der Fahrgeschwindigkeit, sondern auch die der Fahrtrichtung [15]. Die Regeltätigkeit des Fahrers bei der Fahrtverlaufbestimmung umfasst drei kybernetische Aufgaben (**Bild 2-90**).

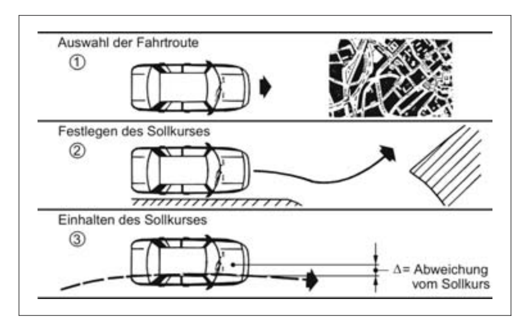


Bild 2-90: Kybernetische Aufgaben des Menschen bei der Führung eines Kraftfahrzeuges [15]

1. Aus den angebotenen Fahrtrouten ist eine Strecke nach Kriterien wie Zeitbedarf oder Streckenlänge auszuwählen.
2. Innerhalb der gewählten Route ist der Sollkurs festzulegen, wobei die während der Fahrt aufgenommenen Informationen (Mit- und Gegenverkehr, Signalanlagen, Streckenführung) bewertet werden.
3. Das Fahrzeug ist mittels seiner Stellglieder (Bedienungselemente) auf dem zuvor bestimmten Sollkurs zu halten.

Mit der letzten der drei Aufgaben übernimmt der Mensch die Funktion eines Reglers im Sinne der Fahrstabilität. Regelstrecke ist das Fahrzeug, so dass sich die Wechselwirkungen zwischen Fahrerhandlungen und Fahrzeugreaktionen als Vorgänge in einem geschlossenen Regelkreis auffassen lassen (**Bild 2-91**).

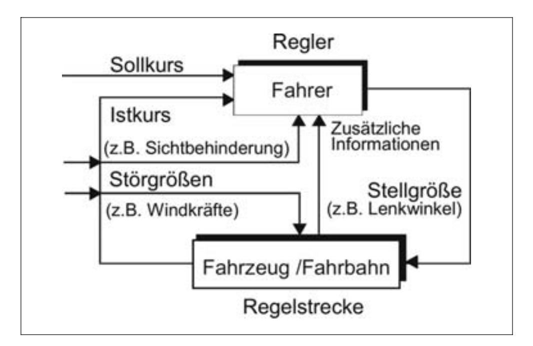


Bild 2-91: Regelkreis Fahrer – Fahrzeug [15]

In diesem Regelkreis wirken Störgrößen auf Fahrer (z.B. Relativbewegung Fahrer-Fahrzeug, Sichtbehinderung) und Fahrzeug (z.B. Seitenwind, Fahrbahnunebenheiten). Stellgröße ist bei Betrachtung der Fahrzeug-Querdynamik insbesondere der Lenkradwinkel, und die Regelabweichung wird vom Fahrer als Differenz zwischen Soll- und Ist-Kurs wahrgenommen.
Der geschlossene Regelkreis ist ein dynamisch arbeitendes System, und es hängt, da die Adaptionsmöglichkeiten des Reglers „Fahrer“ begrenzt sind, wesentlich von den Gesetzmäßigkeiten des Fahrzeugverhaltens ab, ob sich das Gesamtsystem Fahrer – Fahrzeug beim schnellen Ausregeln großer Kursabweichungen und unter dem Einfluss von Störgrößen in Bezug auf die Kurshaltung stabil verhält.
Die Eigenschaften der Regelstrecke „Fahrzeug“ müssen den Fähigkeiten des Reglers „Fahrer“ angepasst sein. Die Güte dieser Anpassung wird durch den Begriff „Fahrverhalten“ charakterisiert. In Hinblick auf ein „gutes Fahrverhalten“ sind an die Fahrzeugeigenschaften [15] folgende Anforderungen zu stellen:

- Es muss ein sinnvoller und für den Fahrer überschaubarer Zusammenhang zwischen Lenkwinkeländerung und Kursänderung bestehen (Übertragungsverhalten der Regelstrecke „Fahrzeug“, Fahrstabilität).
- Der Fahrer muss sinnvolle Informationen über den Bewegungszustand des Fahrzeuges erhalten (z.B. Änderung der Lenkmomentcharakteristik, Anwachsen von Schwimmwinkel und Reifengeräusch vor Erreichen des physikalischen Grenzbereichs der Fahrstabilität).
- Auf das Fahrzeug wirkende Störungen (z.B. Windkräfte) sollten möglichst keine oder nur geringe Kursabweichungen verursachen (Eigenstabilität der Regelstrecke Fahrzeug).
- Erreichbare Kurvengeschwindigkeit und Querbeschleunigung eines Fahrzeugs sollten im Hinblick auf Fahrsicherheit und Fahrleistung hoch sein (Stabilitätsreserve der Regelstrecke Fahrzeug).

Gesetzliche Vorschriften zu Fragen des Fahrverhaltens liegen zurzeit noch nicht vor [15].
Im Rahmen des Abschnitts Querdynamik werden im folgenden mit Blick auf diese Anforderungen die Gesetzmäßigkeiten und Wirkungsmechanismen des querdynamischen Fahrzeugverhaltens beschrieben, indem die Regelstrecke „Fahrzeug“ getrennt vom Regler „Fahrer“ untersucht wird.
Als Grundlage für die Betrachtungen zur Fahrdynamik gelten zunächst die Reifeneigenschaften, die im Abschnitt 2.2 ausführlich behandelt wurden.
Um dem Fahrzeug bzw. dem Fahrer die Möglichkeit zur Spurführung zu geben, ist ein lateraler Freiheitsgrad notwendig. Dieser existiert in Form lenkbarer Räder, wobei bei schnellen Kraftfahrzeugen die Lenkung an der Vorderachse zum Einsatz kommt, die durch eine Hinterrradlenkung mit geringen Lenkwinkeln unterstützt werden kann. Bei Sonderkraftfahrzeugen sind auch Lenkungen an der Hinterachse oder an beiden Achsen denkbar. Nachfolgend werden zunächst die kinematischen Lenkeigenschaften beschrieben, bevor die grundsätzlichen physikalischen Zusammenhänge der querdynamischen Fahrzeugbewegung anhand von Fahrzeugmodellen dargestellt werden.

2.5.2 Lenkkinematik

Für den lateralen Freiheitsgrad ist eine Lenkung notwendig, die vom Fahrer eines Kraftfahrzeugs durch ein Lenkrad bedient bzw. geführt wird. Die Zuordnung der Radlenkwinkel zum Lenkradwinkel und der Radlenkwinkel untereinander wird durch nichtlineare Zusammenhänge beschrieben, da diese Zuordnung von der momentanen Winkellage der Bauteile des Lenkgestänges zueinander abhängt und die Zusammenhänge damit Winkelfunktionen enthalten. Man spricht dabei von einer Lenkfunktion und die Bauteile einer Lenkung können als Bestandteile eines Lenkgetriebes aufgefasst werden.
Soweit die konstruktionstechnischen Randbedingungen (Bauraum, Anzahl der Gelenke, Lenkgetriebebauart) dies zulassen, können diese Zusammenhänge durch entsprechende Anordnung und Abmessungen der Gestängebauteile gezielt ausgelegt werden, **Bild 2-92**.
Die Auslegung kann unter Berücksichtigung von Anforderungen an das statische (ohne Reifenseitenkrafteinfluss) oder das dynamische (mit Reifenseitenkrafteinfluss) Lenkverhalten vorgenommen werden.

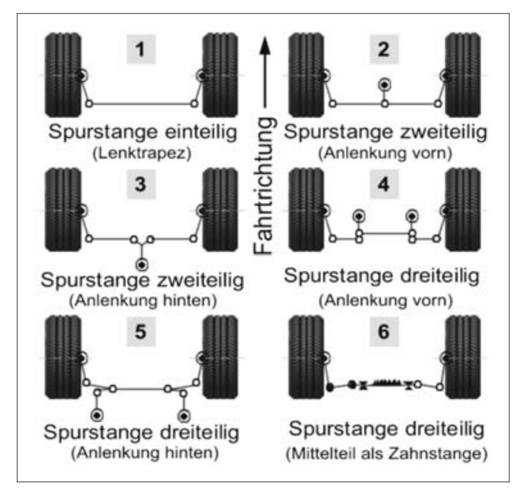


Bild 2-92: Lenkgestängebauarten [26]

2.5.2.1 Statische Lenkungsauslegung

Bei geringer Fahrgeschwindigkeit rollen die Räder bei Kurvenfahrt schräglaufwinkelfrei und damit seitenkraftfrei ab, wenn die Verlängerungen aller Rad-

drehachsen sich in einem Punkt, dem Kurvenmittelpunkt, schneiden (Ackermann, 1816) (**Bild 2-93**).

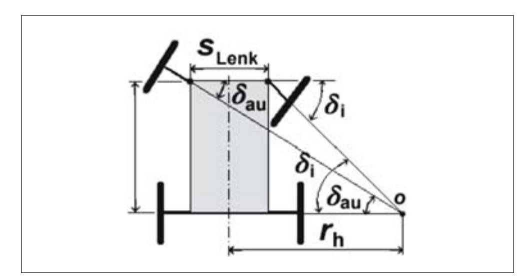


Bild 2-93: Geometrische Bedingung für schräglauffreies Abrollen bei langsamer Kurvenfahrt (Ackermann-Bedingung) [15]

Die geometrischen Zusammenhänge für dieses Abrollen der Räder ohne Zwangskräfte führen auf folgende Sollfunktionen für den Radlenkwinkel kurveninnen δ_i in Abhängigkeit vom Radlenkwinkel kurvenaußen δ_a:

$$\delta_i = \arctan \frac{l}{\left(\frac{l}{\tan \delta_a} - s_{Lenk}\right)} \qquad (2.204)$$

mit

δ_i, δ_a Radlenkwinkel innen, aussen,
l Radstand,
s_{Lenk} Lenkzapfenspurweite,
r_h Bahnradius der Hinterachse.

Diese ist eine sehr vereinfachende Betrachtung der Ackermannfunktion, da die Radstellungsänderungen in Längs- und Querrichtung nicht berücksichtigt werden. Diese können vor allem bei erheblicher räumlicher Neigung der Spreizachse (Lenkachse) einer lenkbaren Achse signifikant sein [21].

$$\delta_i = \arctan \frac{x_i + l_h}{(x_a + l_h) \cdot \cot(\delta_a) + y_a - y_i} \qquad (2.205)$$

Hier werden die Koordinaten x und y des inneren und äußeren Vorderrades berücksichtigt. Die Räder rollen bei Einhaltung dieser Ackermann-Bedingung ohne Schräglaufwinkel bei langsamer Fahrt ohne Querbeschleunigung ab. Dann liegt der Kurvenmittelpunkt genau auf Höhe der Hinterachse, siehe **Bild 2-93**.
Während bei Geradeausfahrt die Radebenen der gelenkten Räder parallel zueinander in Fahrtrichtung liegen, ergibt sich aus der Ackermann-Bedingung, dass bei Kurvenfahrt der Spurdifferenzwinkel zwischen kurvenäußerem (δ_a) und kurveninnerem Rad (δ_i) Werte im Sinne von Nachspur annimmt [15].

2.5.2.2 Dynamische Lenkungsauslegung

Bei Kurvenfahrt mit höherer Fahrgeschwindigkeit treten an den Rädern Schräglaufwinkel auf, aus denen die zur Abstützung der Fliehkraft erforderlichen Reifenseitenkräfte resultieren. Der Kurvenmittelpunkt ergibt sich unter diesen Bedingungen als der Schnittpunkt der Normalen auf die Bewegungsrichtungen der Räder in deren Radaufstandspunkten (**Bild 2-94**).

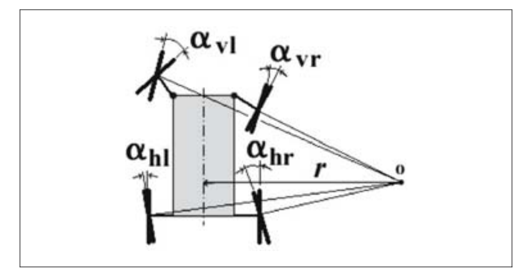


Bild 2-94: Zusammenhang Radlenkwinkeln, Schräglaufwinkeln und Lage des Kurvenmittelpunktes [15]

Unter Querbeschleunigung wandert der Kurvenmittelpunkt (Momentanpol der Fahrzeugbewegung) nach vorn und liegt nicht mehr auf Höhe der Hinterachslinie. Bei der Lenkkinematik nach der Ackermann-Bedingung (**Bild 2-93**) sind die kurvenäußeren Schräglaufwinkel kleiner als die kurveninneren.
Um an den mit höheren Radlasten beaufschlagten kurvenäußeren Rädern den gleichen Kraftschlussbeiwert auszunutzen wie an den kurveninneren, sollten die Schräglaufwinkel jedoch kurvenaußen größer sein [27]. Eine dynamische Lenkungsauslegung erfordert daher ein Abweichen von der Ackermann-Bedingung in der Weise, dass die Räder eher parallel eingeschlagen werden als mit zunehmender Nachspur [21]. Diese Auslegung bietet darüber hinaus den Vorteil, dass sie kinematisch einfacher zu realisieren ist.
In der Praxis strebt man Paralleleinschlag der gelenkten Räder (dynamische Auslegung) bis zu einem Lenkwinkel von ca. 20° an und verwirklicht erst bei größeren Einschlagwinkeln eine Annäherung an die Ackermann-Auslegung (**Bild 2-95**).

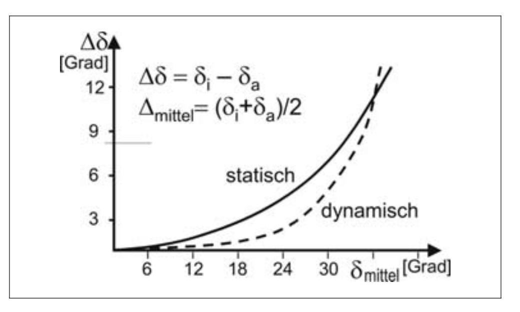


Bild 2-95: Spurdifferenzwinkel als Funktion des mittleren Lenkeinschlags für Lenkungsauslegung [15]

Die größeren Radeinschlagwinkel werden nicht im Fahr-, sondern für den Rangierbetrieb benötigt und dort ist ein schlupffreies Verhalten anzustreben.

2.5.3 Fahrzeugmodellierung

Ähnlich wie in der Vertikaldynamik werden auch in der Querdynamik Modelle für die Simulation erstellt. Diese werden vorwiegend für Handlingsimulationen oder für die Simulation von Fahrdynamikreglern verwendet.
Zunächst soll das einfache Einspurmodell vorgestellt werden, welches schrittweise mit einem höheren Detaillierungsgrad ausgestattet wird.

2.5.3.1 Einfaches Einspurmodell

Das auch heutzutage sehr häufig verwendete einfache Einspurmodell ist bereits 1940 von den beiden Ingenieuren Dr. Riekert und Dr. Schunck erstellt worden [28] und wird daher auch als „Einspurmodell von Riekert-Schunck" bezeichnet. Es beinhaltet einige Vereinfachungen, die allerdings die grundsätzliche Analyse des Fahrverhaltens vor allem bei Betrachtungen im linearen Fahrdynamikbereich nicht wesentlich beeinträchtigen, aber die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems deutlich reduziert. Damit erlaubt es die schnelle Erfassung und Analyse des Fahrverhaltens sowie die einfache Umsetzung in einem Simulationsprogramm.
Das Einspurmodell nach Riekert-Schunck beinhaltet die im Folgenden beschriebenen zwei wesentlichen Vereinfachungen:

- Es wird angenommen, dass der Gesamtschwerpunkt des Fahrzeugs auf Fahrbahnhöhe liegt. Dadurch entstehen keine Radlastunterschiede zwischen der Innen- und Außenseite bei schneller Kurvenfahrt. Eine Unterscheidung in innere und äußere Radübertragungskräfte wird damit hinfällig. Die Radaufstandspunkte werden achsweise zusammengeführt, das Fahrzeug besteht nur aus einem Vorder- und Hinterrad bzw. nur noch einer Spur. Weiterhin wird angenommen, dass das Fahrzeug wegen der Lage des Schwerpunkts nicht wankt (**Bild 2-96**).
- Die Bewegungsgleichungen des Einspurmodells werden linearisiert. Das gilt für die Betrachtung der Winkelfunktionen ($\sin(\alpha) \approx \alpha$ sowie $\cos(\alpha) \approx 1$, da kleine Winkel α). Des Weiteren wird ein lineares Reifenverhalten vorausgesetzt. Diese Linearisierung ist bis etwa 3 bis 4° gültig. Über diese Grenze hinausgehend werden die Betrachtungen fehlerbehaftet, da die Reifencharakteristik einen stark degressiven Verlauf zeigt. Für den betrachteten Bereich gilt der lineare Zusammenhang für die Reifenseitenkraft (für konstant angenommene Schräglaufsteife c_α und Radlast):

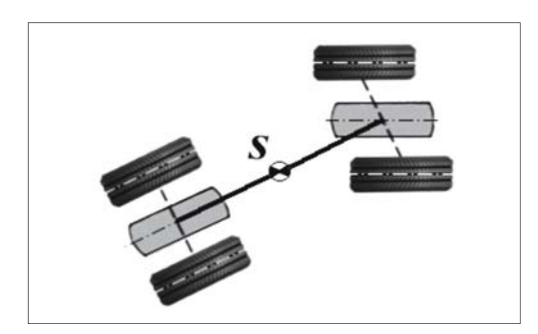


Bild 2-96: Vereinfachung zum Einspurmodell

$$F_\alpha = c_\alpha \cdot \alpha \tag{2.206}$$

Unter diesen Vereinfachungen und Voraussetzungen lassen sich die geometrischen Zusammenhänge des Einspurmodells aufstellen, **Bild 2-97**.

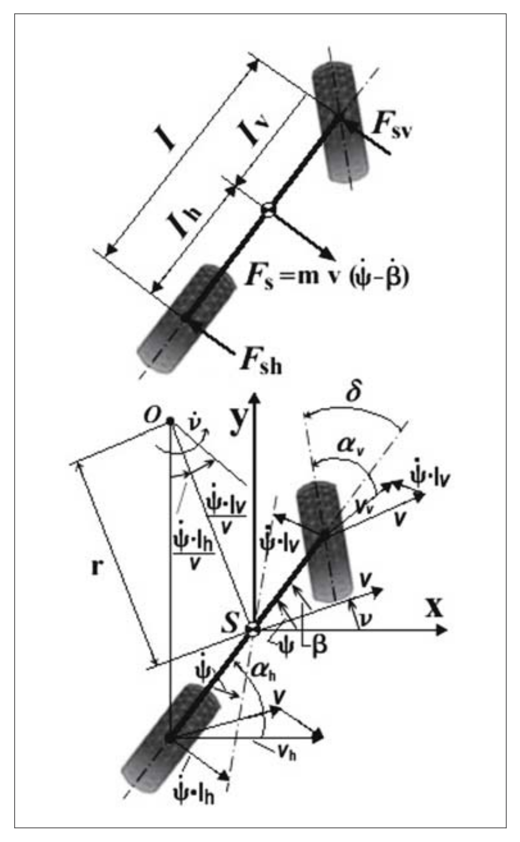


Bild 2-97: Geometrische Zusammenhänge Einspurmodell [15]

Rund um den Schwerpunkt des Fahrzeugs lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

- Newtonsche Bewegungsgleichung für die Fahrzeugquerrichtung:

$$m \cdot a_{\mathrm{y}} = F_{\mathrm{sv}} + F_{\mathrm{sh}} \tag{2.207}$$

- Drallsatz um die z-Achse durch den Fahrzeugschwerpunkt:

$$\Theta \cdot \ddot{\Psi} = F_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} - F_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \tag{2.208}$$

Die im Fahrzeugschwerpunkt angreifende Trägheitskraft $m \cdot a_{\mathrm{y}}$ entspricht der aus der momentanen Bahnkrümmung resultierenden Fliehkraft:

$$m \cdot a_{\mathrm{y}} = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{v}{r} \cdot \dot{v} \cdot r = m \cdot v \cdot \left(\dot{\psi} - \dot{\beta}\right) \tag{2.209}$$

mit

v Fahrgeschwindigkeit,
r Bahnradius (momentan),
$\dot{v}$ Bahnwinkelgeschwindigkeit der Bewegung des Fahrzeugschwerpunktes,
$\dot{\psi}$ Giergeschwindigkeit (Winkelgeschwindigkeit des Fahrzeuges um die z-Achse),
$\dot{\beta}$ Schwimmwinkelgeschwindigkeit (Winkeländerung zwischen Geschwindigkeitsvektor im Fahrzeugschwerpunkt und Fahrzeuglängsachse),
α Schräglaufwinkel (Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor des betrachteten Reifens sowie seiner Längsachse),
δ Lenkwinkel an der Vorderachse (Winkel Längsachse des Fahrzeugs zur Längsachse des Reifens).

Es wird grundsätzlich das fahrzeugfeste horizontierte Koordinatensystem nach DIN70000 verwendet. In diesem System zeigt die x-Achse in Fahrzeugrichtung nach vorn, die y-Achse nach links sowie die z-Achse senkrecht von der Fahrbahn nach oben. Der Koordinatenursprung ist der Gesamtschwerpunkt des Fahrzeugs. In der Literatur sowie in einigen einschlägigen Simulationsprogrammen werden auch andere Orientierungen verwendet, so dass hier beim Abgleich oder Vergleich das jeweilig verwendete Koordinatensystem beachtet werden muss.
Die o.g. Winkel zur Beschreibung der kinematischen Vorgänge unterliegen ebenfalls unterschiedlichen Definitionen in der Literatur, so dass hier ebenfalls darauf geachtet werden muss, welche Definition verwendet wird.
In der vorliegenden Version des Einspurmodells wird die Definition gewählt, bei der bei schneller Kurvenfahrt nach links alle verwendeten Größen positiv sind. Eine solche schnelle Kurvenfahrt nach links ist in **Bild 2-97** zu sehen.

Wie dort zu erkennen ist, wird der Schräglaufwinkel ausgehend von seinem Geschwindigkeitsvektor bis zu seiner Längsebene (vertikale Querschnittsebene in Umfangsrichtung des Reifens) definiert.
Der Lenkwinkel wird ausgehend von der Fahrzeuglängsachse hin zur Längsachse des Reifens gemessen und hat eine positive Winkelorientierung gegen den Uhrzeigersinn. Die Bahnwinkelgeschwindigkeit $\dot{v}$ sowie die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ werden ebenfalls positiv gegen den Uhrzeigersinn gerichtet, so dass diese bei einer Linkskurve positive Werte aufweisen.
Für den Schwimmwinkel gilt, dass dieser ausgehend von einer langsamen Kurvenfahrt ohne Querbeschleunigung und damit einhergehend auch ohne Reifenseitenkräfte hin zu einer schnellen Kurvenfahrt mit entstehenden Reifenseitenkräften einen Vorzeichenwechsel durchläuft. Dieses geschieht, weil der Kurvenmittelpunkt von der Hinterachslinie (siehe Ackermann-Bedingung) in Fahrtrichtung nach vorn wandert. In dem Moment, in dem die Höhe des Schwerpunktes durchlaufen wird, findet der Vorzeichenwechsel statt.
In der vorliegenden Definition wird der Schwimmwinkel nach dem Vorzeichenwechsel als positiv betrachtet. Der Schwimmwinkel wird ausgehend vom Geschwindigkeitsvektor hin zur Längsachse gemessen und ist bei schneller Kurvenfahrt (Linkskurve) positiv. Für die Reifenseitenkräfte gilt:

$$F_{\mathrm{sv}} = c_{\mathrm{sv}} \cdot \alpha_{\mathrm{v}} \tag{2.210}$$

$$F_{\mathrm{sh}} = c_{\mathrm{sh}} \cdot \alpha_{\mathrm{h}} \tag{2.211}$$

Eingeführt wird hier eine resultierende Schräglaufsteife c_{s}, die die Elastizitäten der Radaufhängung berücksichtigt [15].
Die Schräglaufwinkel können gemäß **Bild 2-97** formuliert werden:

$$\alpha_{\mathrm{v}} = \delta + \beta - \frac{l_{\mathrm{v}} \cdot \dot{\psi}}{v} \tag{2.212}$$

$$\alpha_{\mathrm{h}} = \beta + \frac{l_{\mathrm{h}} \cdot \dot{\psi}}{v} \tag{2.213}$$

mit

ψ Gierwinkel (Winkel zwischen Fahrzeuglängsachse und der x-Achse),
β Schwimmwinkel (Winkel zwischen Fahrzeuglängsachse und dem Geschwindigkeitsvektor im Schwerpunkt),
α Schräglaufwinkel am Rad (Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor im Radaufstandspunkt und der Radumfangsrichtung),
δ Lenkwinkel am Rad (Winkel zwischen Radumfangsrichtung und der Fahrzeuglängsachse).

2.5.3.2 Einfache Betrachtungen der Fahrdynamik

Mit dem in Abschnitt 2.5.3.1 dargestellten Gleichungen des einfachen Einspurmodells lassen sich bereits erste Betrachtungen durchführen. Ein sehr einfaches Fahrmanöver ist die stationäre Kreisfahrt. Dabei wird ein Kreis mit einem vorgegebenen Radius mit konstanter Fahrgeschwindigkeit befahren. Dadurch ist die Gierwinkelgeschwindigkeit konstant und auch der Schwimmwinkel stellt sich konstant ein. Die mathematischen Zusammenhänge werden dadurch erheblich übersichtlicher.

$$v = \text{const.}\ ;$$

$$\dot{\psi} = \text{const.} \Rightarrow \ddot{\psi} = 0\ ; \quad \beta = \text{const.} \Rightarrow \dot{\beta} = 0$$

Aus dem Drallsatz aus Gl. (2.208) wird in diesem Fall ein einfaches Momentengleichgewicht, welches um den vorderen und hinteren Radaufstandspunkt zu formulieren ist [15].

$$F_{\text{sv}} \cdot l = m \cdot a_{\text{y}} \cdot l_{\text{h}} \tag{2.214}$$

$$F_{\text{sh}} \cdot l = m \cdot a_{\text{y}} \cdot l_{\text{v}} \tag{2.215}$$

Mit Gl. (2.210) sowie Gl. (2.211) erhält man:

$$c_{\text{sv}} \cdot \alpha_{\text{v}} = m \cdot a_{\text{y}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{l} \tag{2.216}$$

$$c_{\text{sh}} \cdot \alpha_{\text{h}} = m \cdot a_{\text{y}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{l} \tag{2.217}$$

Mit Hilfe der Gleichungen für die Schräglaufwinkel, (2.212) sowie (2.213) ergibt sich

$$c_{\text{sv}} \cdot \left(\delta + \beta - \frac{l_{\text{v}} \cdot \dot{\psi}}{v} \right) = m \cdot a_{\text{y}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{l} \tag{2.218}$$

$$c_{\text{sh}} \cdot \left(\beta + \frac{l_{\text{h}} \cdot \dot{\psi}}{v} \right) = m \cdot a_{\text{y}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{l} \tag{2.219}$$

Da die Schwimmwinkelgeschwindigkeit bei der stationären Kreisfahrt Null ist, entspricht die Gierwinkelgeschwindigkeit der Bahnwinkelgeschwindigkeit, siehe Gl. (2.209).

$$\dot{\psi} = \dot{\nu} = \frac{v}{r} \tag{2.220}$$

Setzt man die beiden Gleichungen (2.218) sowie (2.219) gleich, erhält man durch einfaches Umformen:

$$\delta = \frac{m}{l} \cdot a_{\text{y}} \cdot \left(\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} - \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}} \right) + \frac{\dot{\psi}}{v} \cdot \left(l_{\text{v}} + l_{\text{h}} \right) \tag{2.221}$$

Mit Gl. (2.220) ergibt sich daraus die Bedingung für den Lenkwinkelbedarf bei einem bestimmten Fahrzustand bei der stationären Kreisfahrt [15].

$$\delta = \frac{l}{r} + \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} - \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}} \right) \cdot a_{\text{y}} \tag{2.222}$$

Diese Gleichung gibt wesentliche Aussagen über den Lenkwinkelbedarf zum Befahren einer Kurve. Man erkennt, dass der Lenkwinkelbedarf immer aus einem stationären Anteil l/r besteht. Dieser Grundbedarfswinkel resultiert nur aus den geometrischen Daten des Fahrzeugs (Radstand l) sowie dem Kurvenradius r. Dieser Winkel wird auch als Ackermannwinkel bezeichnet. Darüber hinaus besteht der Lenkwinkelbedarf aus einem Winkel, der linear von der Querbeschleunigung abhängt. Der Proportionalfaktor hängt von den Eigenschaften des Fahrzeugs ab, nämlich von der Gesamtmasse, dem Radstand, der Schwerpunktverteilung sowie den effektiven Schräglaufsteifigkeiten an der Vorder- und Hinterachse. [15]
Der querbeschleunigungsabhängige Lenkwinkelterm

$$\frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} - \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}} \right) \cdot a_{\text{y}}$$

kann sowohl negative als auch positive Werte annehmen, so dass der stationäre Ackermannwinkel unter Querbeschleunigung erhöht oder auch gesenkt werden kann. Daher gelten die folgenden Zusammenhänge:

Tabelle 2-9: Einfluss von Schwerpunktlage und Schräglaufsteifigkeiten auf den Lenkwinkelbedarf

Lenkwinkelbedarf wird unter Querbeschleunigung …	Bedingung
vergrößert	$\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} > \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}}$
verkleinert	$\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} < \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}}$
nicht verändert	$\frac{l_{\text{h}}}{c_{\text{sv}}} = \frac{l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}}$

Diese grundsätzliche Betrachtung hat einen wesentlichen Einfluss auf die Betrachtungen der Fahrdynamik. Der Fahrer muss einen Lenkwinkel einstellen, der nicht nur von der Form der Kurve abhängt, sondern auch von der aktuellen Querbeschleunigung.
Dafür verantwortlich ist, dass sich in der Regel an Vorder- und Hinterachse unterschiedliche Schräglaufwinkel einstellen. Für diese Betrachtung wird die so genannte Schräglaufwinkeldifferenz eingeführt.

$$\Delta\alpha = \alpha_{\text{v}} - \alpha_{\text{h}} \tag{2.223}$$

Mit Hilfe der Gln. (2.212) und (2.213) ergibt sich

$$\Delta\alpha = \left(\delta + \beta - \frac{l_{\mathrm{v}} \cdot \dot{\psi}}{v}\right) - \left(\beta + \frac{l_{\mathrm{h}} \cdot \dot{\psi}}{v}\right) = \delta - \frac{l_{\mathrm{v}} \cdot \dot{\psi} + l_{\mathrm{h}} \cdot \dot{\psi}}{v} = \delta - \frac{\dot{\psi} \cdot l}{v} \quad (2.224)$$

Mit Gl. (2.220) ergibt sich eine Vereinfachung:

$$\Delta\alpha = \delta - \frac{l}{r} \quad (2.225)$$

Formt man die Gleichung für den Lenkwinkelbedarf (Gl. (2.222)) um, so erkennt man diese Schräglaufwinkeldifferenz wieder.

$$\Delta\alpha = \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_{\mathrm{h}}}{c_{\mathrm{sv}}} - \frac{l_{\mathrm{v}}}{c_{\mathrm{sh}}}\right) \cdot a_{\mathrm{y}} \quad (2.226)$$

In Kurzform gilt also für den Lenkwinkelbedarf bei Kurvenfahrt

$$\delta = \frac{l}{r} + \Delta\alpha \quad (2.227)$$

Diese Gleichung zeigt, dass der Fahrer neben dem geometrischen Lenkwinkelbedarf einen Lenkwinkel zur Kurshaltung aufprägen muss, der die entstehende Schräglaufwinkeldifferenz $\Delta\alpha$ kompensiert. Die Schräglaufwinkeldifferenz hängt von den Fahrzeug- und Reifenparametern ab und wird als **Eigenlenkverhalten** bezeichnet [15].
Die Schräglaufwinkeldifferenz kann herangezogen werden, um das Lenkverhalten zu charakterisieren. Eine klassische Definition gibt es von Olley [15].

Tabelle 2-10: Fahrzustandsbeurteilung nach Olley

Zustand	Bedingung
Übersteuern	$\Delta\alpha = \alpha_{\mathrm{v}} - \alpha_{\mathrm{h}} < 0$
Neutral	$\Delta\alpha = \alpha_{\mathrm{v}} - \alpha_{\mathrm{h}} = 0$
Untersteuern	$\Delta\alpha = \alpha_{\mathrm{v}} - \alpha_{\mathrm{h}} > 0$

Mit dieser Definition wird der absolute Lenkwinkelverlauf betrachtet und nicht etwa der Lenkwinkelgradient. Nach Olley benötigt der Fahrer zum Befahren eines Kreises bei einem untersteuernden Fahrzeug einen größeren Lenkwinkel als bei einem neutralen Fahrzeug (**Bild 2-98**).
Betrachtet man die Definition nach Olley etwas näher, so lassen sich folgende Aussagen über die Zusammenhänge der Reifeneigenschaften (Schräglaufsteifigkeit) sowie Fahrzeugeigenschaften (Schwerpunktlage) treffen. Im **Bild 2-99** wird der Schwerpunkt exakt in die Mitte des Radstands gesetzt und die Schräglaufsteifigkeiten variiert. Es ist leicht zu erkennen, dass es zu einem untersteuernden Fahrzeugverhalten kommt, wenn die hintere effektive Schräglaufsteifigkeit höher ist als die vordere. Der vordere Schräglaufwinkel wird größer sein als der hintere.

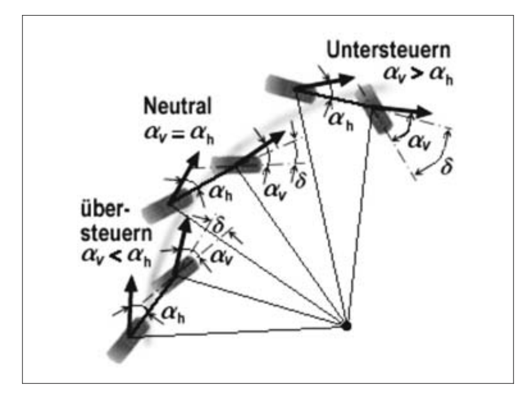


Bild 2-98: Definition nach Olley [15]

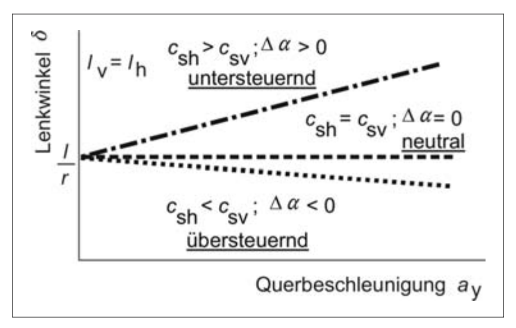


Bild 2-99: Lenkwinkelbedarf bei Variation der Schräglaufsteifigkeiten [15]

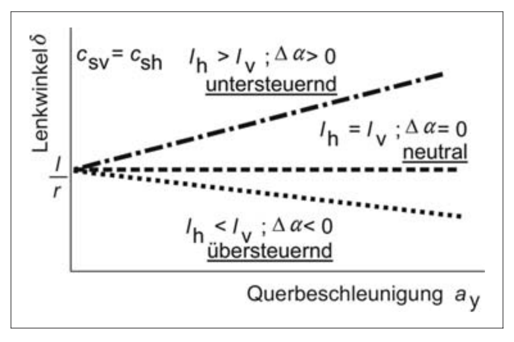


Bild 2-100: Lenkwinkelbedarf bei Variation der Schwerpunktlage [15]

In **Bild 2-100** wird eine gleiche Schräglaufsteifigkeit an der Vorder- und Hinterachse angenommen und die Schwerpunktlage variiert. Eine Verlagerung des Schwerpunktes nach vorn führt ebenfalls zu einem untersteuernden Fahrverhalten.

Wichtiger als die Absolutwerte der Schräglaufwinkeldifferenz und des Lenkwinkels ist für die Beurteilung des Eigenlenkverhaltens der augenblickliche Wert des Gradienten $\mathrm{d}\delta / \mathrm{d}a_y$ beim Befahren einer Kurve.
Die Definition des Eigenlenkverhaltens nach Olley ist daher nur begrenzt sinnvoll und nur in Bereichen kleiner Querbeschleunigungen aussagekräftig.
Das Reifenverhalten zeigt vielmehr veränderte Schräglaufsteifigkeiten in den Bereichen hoher Seitenkräfte, die unter hohen Querbeschleunigungen erforderlich werden. Der lineare Zusammenhang zwischen der Schräglaufdifferenz und der Querbeschleunigung und damit auch zwischen dem erforderlichen Lenkwinkel und der Querbeschleunigung ist in diesen Bereichen nicht mehr gültig.
Bei höheren Querbeschleunigungen ändern sich insbesondere die in den jeweiligen Betriebspunkten der Reifen wirksamen Schräglaufsteifen (**Bild 2-99**). Dadurch geht der lineare Zusammenhang zwischen Schräglaufwinkeldifferenz und Querbeschleunigung bzw. erforderlichem Lenkwinkel und Querbeschleunigung verloren. Das Vorzeichen des Gradienten $\mathrm{d}\delta / \mathrm{d}a_y$ stimmt nicht unbedingt mit dem Vorzeichen der Schräglaufwinkeldifferenz überein. Somit kann es auch in Bereichen, die nach Olley ein untersteuerndes Fahrverhalten anzeigen, zu lokal negativen Gradienten kommen, **Bild 2-101** [15].

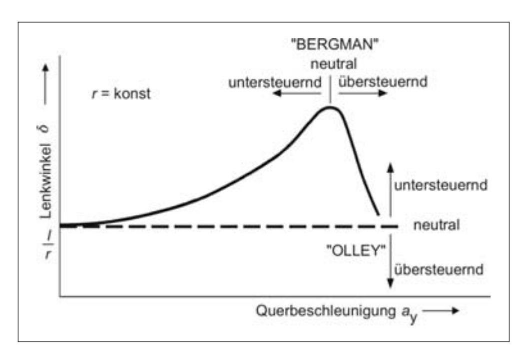


Bild 2-101: Definition nach Bergmann [15]

Im Bereich des hier gezeigten Lenkwinkelmaximums kommt es relativ rasch zu einer Verminderung des notwendigen Lenkwinkels. Der Fahrer muss Lenkradwinkel zurücknehmen, so dass man hier von einem übersteuerndem Fahrzustand sprechen kann. Diese Beurteilung nach Bergmann hat sich daher durchgesetzt (**Tabelle 2-11**).
In Gl. (2.222) wird der Lenkwinkelbedarf in Abhängigkeit von Reifen- und Fahrzeugeigenschaften beschrieben. In differentieller Form gilt dieser auch unter Zugrundelegung nichtlinearer Reifeneigenschaften.

Tabelle 2-11: Fahrzustandbeurteilung nach Bergmann

Zustand	Bedingung
Übersteuern	$\mathrm{d}\delta / \mathrm{d}a_y < 0$
Neutral	$\mathrm{d}\delta / \mathrm{d}a_y = 0$
Untersteuern	$\mathrm{d}\delta / \mathrm{d}a_y > 0$

$$F_{\mathrm{sv}} = \int_0^{\alpha_{\mathrm{v}}} c_{\mathrm{sv}}(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \tag{2.228}$$

$$F_{\mathrm{sh}} = \int_0^{\alpha_{\mathrm{h}}} c_{\mathrm{sh}}(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \tag{2.229}$$

Eingesetzt ergibt sich die differentielle Form des Lenkwinkelbedarfs

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}a_y} = \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_{\mathrm{h}}}{c_{\mathrm{sv}}(\alpha_{\mathrm{v}})} - \frac{l_{\mathrm{v}}}{c_{\mathrm{sh}}(\alpha_{\mathrm{h}})} \right) \tag{2.230}$$

Damit zeigt sich auch bei differentieller Betrachtung die Möglichkeit, das Fahrverhalten zu beurteilen.

Tabelle 2-12: Beurteilung des Fahrzustands mit nichtlinearen Reifeneigenschaften

Zustand	Bedingung
Übersteuern	$c_{\mathrm{sh}}(\alpha_{\mathrm{h}}) \cdot l_{\mathrm{h}} < c_{\mathrm{sv}}(\alpha_{\mathrm{v}}) \cdot l_{\mathrm{v}}$
Neutral	$c_{\mathrm{sh}}(\alpha_{\mathrm{h}}) \cdot l_{\mathrm{h}} = c_{\mathrm{sv}}(\alpha_{\mathrm{v}}) \cdot l_{\mathrm{v}}$
Untersteuern	$c_{\mathrm{sh}}(\alpha_{\mathrm{h}}) \cdot l_{\mathrm{h}} > c_{\mathrm{sv}}(\alpha_{\mathrm{v}}) \cdot l_{\mathrm{v}}$

2.5.3.3 Bewegungsvorgänge beim Über- und Untersteuern

Anhand der Zusammenhänge aus dem einfachen Einspurmodell können die Bewegungsvorgänge beim Unter- und Übersteuern erläutert werden.
Bei Kurvenfahrt entstehen Fliehkräfte, welche aus der Querbeschleunigung resultieren und über die Reifenseitenkräfte abgestützt werden müssen. An der Achse, an der zuerst die Kraftschlussgrenze erreicht wird, steigt der Schräglaufwinkel unkontrolliert an.
Bei einem untersteuernden Fahrzeug geschieht dieses zunächst an der Vorderachse. Dadurch wird der Schwimmwinkel β reduziert und damit auch der hintere Schräglaufwinkel α_{h} relativ verringert.
Durch den verringerten Schräglaufwinkel an der Hinterachse wird die Seitenkraft reduziert, womit das Fahrzeug sich auf einem größeren Kreisradius bewegen wird. Dieser größere Bahnradius führt zu einer geringeren Querbeschleunigung und einhergehend zu

geringeren abzustützenden Seitenkräften. Das Fahrzeug wird durch diesen Untersteuereffekt stabilisiert.
Anders verhält sich ein übersteuerndes Fahrzeug: Hier steigt der hintere Schräglaufwinkel bei Erreichen der Kraftschlussgrenze schnell an und erhöht dadurch den Schwimmwinkel β. Der vordere Schräglaufwinkel α_V wird in Folge relativ vergrößert und sorgt damit für eine Seitenkraftzunahme an der Vorderachse. Das Fahrzeug wird in Richtung eines kleineren Bahnradius bewegt, die Schleudertendenz wird drastisch erhöht. Es handelt sich dabei im negativen Sinne um einen Selbstverstärkungseffekt, da bei gleich bleibender Geschwindigkeit die Querbeschleunigung mit sinkendem Bahnradius steigt. Das Fahrzeug kann dadurch stabilisiert werden, indem der Fahrer schnell den Lenkwinkel zurücknimmt oder gar gegenlenkt. Dadurch würde das Fahrzeug wieder auf einen größeren und damit sicheren Bahnradius gebracht werden. Viele Normalfahrer sind mit dieser Fahraufgabe leider überfordert, so dass hier die Motivation für die Entwicklung aktiver Stabilisierungssysteme liegt. Entsprechende aktive Brems- bzw. Lenksysteme sind seit einigen Jahren in Fahrzeugen enthalten und werden detailliert im Abschnitt 7.6 beschrieben.
Um von vornherein den Fahrer bei der Erledigung seiner Stabilisierungsaufgabe zu entlasten, wird ein leicht untersteuerndes Eigenlenkverhalten in der Fahrzeugentwicklung angestrebt.

2.5.3.4 Erweitertes Einspurmodell mit Hinterradlenkung

Es hat in der Vergangenheit immer wieder Entwicklungen gegeben, auch die Hinterachse eines schnellen Kraftfahrzeuges lenkbar zu gestalten (s. Abschnitt 7.6.2.2), weil die Hinterachslenkung in zweierlei Hinsicht helfen kann, die Fahreigenschaften zu verbessern. Der nahe liegende Grund ist die Verbesserung der Wendigkeit des Kraftfahrzeugs durch einen der Lenkrichtung entgegen gesetzten Hinterachslenkwinkel. Dadurch wird der minimale Wendekreis deutlich verkleinert, was gerade für den Stadt- bzw. Parkierbetrieb für den Fahrer sehr entlastend ist.
Der zweite wichtige Aspekt hinsichtlich der Verbesserung der Fahreigenschaften betrifft die Fahrstabilität des Kraftfahrzeuges. Die erhöhte Stabilität wird bei höheren Geschwindigkeiten durch einen in Relation zum Vorderachslenkwinkel gleichsinnig gerichteten Hinterachslenkwinkel erreicht.
Durch einen solchen zusätzlichen Lenkwinkel ergeben sich im Gegensatz zum konventionell gelenkten Fahrzeug deutliche Unterschiede in den kinematischen Beziehungen. Wie **Bild 2-102** zeigt, wird durch einen gleichsinnigen Lenkeinschlag der Momentanpol der Bewegung nach hinten verlagert.

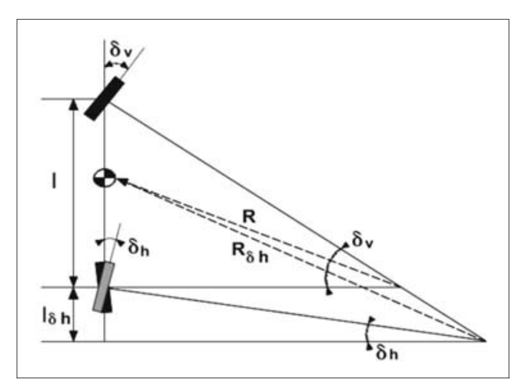


Bild 2-102: Veränderung der Lage des Momentanpols der Bewegung [29]

Durch diese Verlagerung des Kurvenmittelpunktes nach hinten wird der Radstand scheinbar verlängert, wodurch die Fahrstabilität deutlich erhöht wird [29]. Durch das gleichsinnige Lenken der Räder an Vorder- und Hinterachse kommt es bei einer Lenkbewegung zu einer deutlichen Giermomentabschwächung, da die entstehenden Schräglaufseitenkräfte an Vorder- und Hinterachse zwar in die gleiche Richtung zeigen, damit aber um den Schwerpunkt entgegen gesetzte Giermomente erzeugen.
Eine zusätzliche Hinterradlenkung hat den entscheidenden Vorteil, dass der Aufbau von Seitenkräften unmittelbar erfolgt und nicht wie bei einem normalgelenkten Fahrzeug erst bei einem Aufbau des Schwimmwinkels [15], **Bild 2-103**.
Bei einem konventionellen Fahrzeug werden bei einer schnellen Lenkbewegung zunächst nur an der Vorderachse Seitenkräfte aufgebaut. Die Hinterachse ist daher zunächst an der Bewegung des Fahrzeugs nicht beteiligt [15].
Das Fahrzeug beginnt dann mit einer überlagerten Quer- und Gierbewegung, so dass sich ein Schwimmwinkel und direkt einhergehend ein Schräglaufwinkel an der Hinterachse entsteht. Erst dann wird an der Hinterachse eine Seitenführungskraft aufgebaut. Nur mit einer Seitenkraft an der Hinterachse kann der stabile Gleichgewichtszustand (etwa bei einer stationären Kreisfahrt) erreicht werden. Andernfalls würde weiterhin eine Gierbeschleunigung entstehen, die das Fahrzeug weiter eindrehen lässt. Mit dem Aufbau einer Seitenkraft an der Hinterachse wird die Gierbeschleunigung schließlich Null [15].
Betrachtet man **Bild 2-103** (links), so erkennt man, dass bei gegensinnigem Radeinschlag direkt nach dem Lenkeinschlag an Vorder- und Hinterachse Seitenkräfte aufgebaut werden. Direkt ersichtlich ist, dass die Seitenkräfte entgegengerichtet sind und damit eine schnelle Gierbewegung hervorrufen müssen. Diese fällt deutlich höher aus als bei einem konventionell gelenkten Fahrzeug (**Bild 2-103**, Mitte).

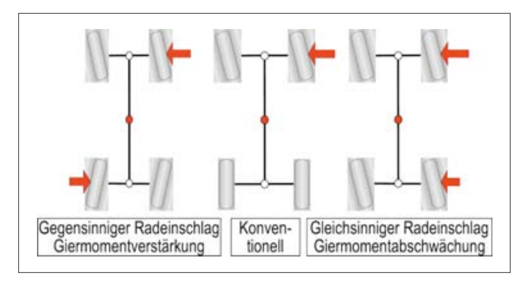


Bild 2-103: Seitenkraftaufbau unmittelbar nach einem schnellen Lenkeinschlag [30]

Die resultierende Querbeschleunigung ist zunächst allerdings geringer, da die Kräfte entgegengerichtet sind. Eine solche Strategie zum Einsatz einer Hinterradlenkung würde bei Geschwindigkeiten oberhalb des Wende- und Parkierbereichs und insbesondere bei hohen Fahrgeschwindigkeiten zu sehr hohen Überschwingern in der Giergeschwindigkeit des Fahrzeugs bei gleichzeitig nur verzögertem Querbeschleunigungsaufbau führen [15].
Im Sinne der Fahrstabilität ist insbesondere bei höheren Fahrgeschwindigkeiten die Strategie des gleichsinnigen Lenkeinschlags die wesentlich bessere Variante. Dabei werden an der Vorder- und Hinterachse gleichzeitig Seitenkräfte in gleichgesetzter Richtung erzeugt, die für einen schnellen Anstieg der Querbeschleunigung sorgen. Die Giergeschwindigkeit wird dagegen nur langsam aufgebaut und die Überschwinger werden deutlich geringer sein als bei einem konventionellen Fahrzeug (**Bild 2-103**, rechts).
Wird eine Hinterachslenkung eingesetzt, so ändern sich auch die Gleichungen des einfachen Einspurmodells. Zusätzlich zum konventionellen, vorderen Lenkwinkel wird ein hinterer Lenkwinkel eingeführt. Analog zu den Gleichungen aus Abschnitt 2.5.3.1 wird auch in diesem Fall der Schwerpunktsatz und Drallsatz für das Einspurmodell aufgestellt.
Das erweiterte lineare Einspurmodell hat die gleichen Voraussetzungen wie das einfache Einspurmodell (Schwerpunkthöhe Null, achsweise zusammengefasste Kräfte, linear angenommene Schräglaufsteifigkeit) und wird um den hinteren Lenkwinkel erweitert, **Bild 2-104**.
Es gelten selbstverständlich die grundsätzlichen Zusammenhänge aus den Gln. 2.206 ff.
Die Seitenkraft durch Schräglauf wird linear angenommen:

$$F_\alpha = c_\alpha \cdot \alpha \tag{2.231}$$

Aus Newtonscher Bewegungsgleichung und Drallsatz ergeben sich:

$$m \cdot a_\mathrm{y} = F_\mathrm{sv} + F_\mathrm{sh} \tag{2.232}$$

$$\Theta \cdot \ddot{\psi} = F_\mathrm{sv} \cdot l_\mathrm{v} - F_\mathrm{sh} \cdot l_\mathrm{h} \tag{2.233}$$

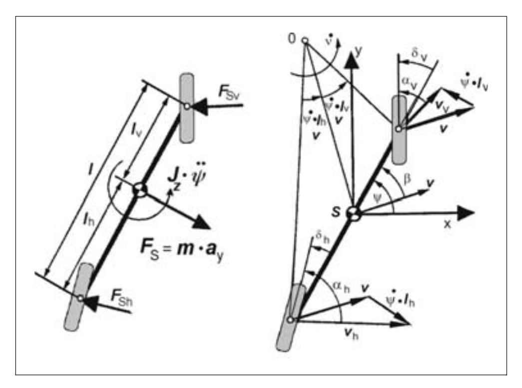


Bild 2-104: Lineares Einspurmodell mit Hinterradlenkung [29]

Während die geometrischen und kinematischen Zusammenhänge an der Vorderachse sich nicht vom einfachen Einspurmodell unterscheiden (siehe Gl. (2.212))

$$\alpha_\mathrm{v} = \delta_\mathrm{v} + \beta - \frac{l_\mathrm{v} \cdot \dot{\psi}}{v} \tag{2.234}$$

wird die Gleichung für die Hinterachse (Gl. (2.213)) um einen zusätzlichen Lenkwinkel erweitert:

$$\alpha_\mathrm{h} = \delta_\mathrm{h} + \beta + \frac{l_\mathrm{h} \cdot \dot{\psi}}{v} \tag{2.235}$$

Für die Fliehkraft gilt der Zusammenhang aus Gl. (2.209):

$$m \cdot a_\mathrm{y} = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{v}{r} \cdot \dot{v} \cdot r = m \cdot v \cdot \left(\dot{\psi} - \dot{\beta}\right) \tag{2.236}$$

Setzt man die Gln. (2.284) und (2.235) unter Verwendung von Gl. (2.236) in die Newtonsche Bewegungsgleichung (Gl. (2.232)) ein, so ergibt sich eine Differentialgleichung für den Schwimmwinkel:

$$\dot{\beta} = \left(-\frac{c_\mathrm{sv} + c_\mathrm{sh}}{m \cdot v}\right) \cdot \beta + \left(1 - \frac{c_\mathrm{sh} \cdot l_\mathrm{h} - c_\mathrm{sv} \cdot l_\mathrm{v}}{m \cdot v^2}\right) \cdot \dot{\psi} - \left(\frac{c_\mathrm{sv}}{m \cdot v}\right) \cdot \delta_\mathrm{v} - \left(\frac{c_\mathrm{sh}}{m \cdot v}\right) \cdot \delta_\mathrm{h} \tag{2.237}$$

Setzt man die gleichen Bedingungen in den Drallsatz nach Gl. (2.233) ein, so entsteht eine weitere Differentialgleichung für die Gierwinkelbeschleunigung.

$$\ddot{\psi} = \left(-\frac{c_\mathrm{sv} \cdot l_\mathrm{v}^2 + c_\mathrm{sh} \cdot l_\mathrm{h}^2}{\Theta \cdot v}\right) \cdot \dot{\psi} + \left(\frac{c_\mathrm{sv} \cdot l_\mathrm{v} - c_\mathrm{sh} \cdot l_\mathrm{h}}{\Theta}\right) \cdot \beta + \left(\frac{c_\mathrm{sv} \cdot l_\mathrm{v}}{\Theta}\right) \cdot \delta_\mathrm{v} - \left(\frac{c_\mathrm{sh} \cdot l_\mathrm{h}}{\Theta}\right) \cdot \delta_\mathrm{h} \tag{2.238}$$

Diese beiden Zusammenhänge dienen dazu, den Schwimmwinkel sowie die Gierwinkelgeschwindigkeit

zu berechnen, wenn Lenkwinkel, Fahrgeschwindigkeit und die genannten Fahrzeug- und Reifenparameter bekannt sind [29].

2.5.3.5 Nichtlineares Einspurmodell

In den vergangenen Kapiteln wurden linearisierte Einspurmodelle dargestellt. Es wurde davon ausgegangen, dass nur kleine Winkel auftreten, so dass einige trigonometrische Vereinfachungen getroffen werden konnten.
Falls Betrachtungen notwendig werden, bei denen Schwimmwinkel größer als 10° auftreten können, so ist diese linearisierte Darstellung nicht mehr ausreichend genau [29]. Weiterhin werden bei in diesen Schwimmwinkelbereichen sicherlich Schräglaufwinkel größer als 3 – 4° erreicht, so dass die Linearisierung der Schräglaufsteifigkeiten ebenfalls den zulässigen Bereich verlässt.
Daher werden nun die nichtlinearen Zusammenhänge im Einspurmodell dargestellt.
Bisher wurden die Reifenseitenkräfte jeweils orthogonal zur Fahrzeuglängsachse angesetzt, In der Realität greifen diese jedoch senkrecht zur Radlängsachse an, so dass diese in den jeweiligen Newtonschen Bewegungsgleichungen winkelkorrigiert eingehen. Daher wird erneut das **Bild 2-104** verwendet, in dem die Reifenseitenkräfte bereits mit dem jeweiligen Radlenkwinkel versehen sind. Dadurch entstehen im Gegensatz zu den linearisierten Einspurmodellgleichungen Kraftanteile in Längsrichtung, welche in diesem Fall als Verzögerung auf den Schwerpunkt wirken [29].

$$m \cdot a_x = -F_{sv} \cdot \sin(\delta_v) - F_{sh} \cdot \sin(\delta_h) \tag{2.239}$$

Die schon aus den Gln. (2.207) und (2.232) bekannte Bewegungsgleichung in lateraler Richtung wird durch die Winkelfunktionen entsprechend erweitert.

$$m \cdot a_y = F_{sv} \cdot \cos(\delta_v) + F_{sh} \cdot \cos(\delta_h) \tag{2.240}$$

Die Beschleunigung eines Massepunktes in der Ebene wird mit einer Tangential- und einer Normalkomponente dargestellt [31]

$$\vec{a} = \dot{v} \cdot \vec{e}_t + \frac{v^2}{r} \cdot \vec{e}_n \tag{2.241}$$

In einem Fahrzustand gemäß **Bild 2.104** mit der entsprechenden Definition für die Winkelrichtung des Schwimmwinkels ergeben sich dabei die folgenden Tangential- und Normalkomponenten [31]

$$\vec{e}_t = \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ -\sin(\beta) \end{pmatrix} \tag{2.242}$$

$$\vec{e}_n = \begin{pmatrix} \sin(\beta) \\ \cos(\beta) \end{pmatrix} \tag{2.243}$$

Damit ergeben sich folgende Beschleunigungskomponenten in *x*- und *y*-Richtung des Fahrzeugs

$$a_x = \dot{v} \cdot \cos(\beta) + \frac{v^2}{r} \cdot \sin(\beta) \tag{2.244}$$

$$a_y = -\dot{v} \cdot \sin(\beta) + \frac{v^2}{r} \cdot \cos(\beta) \tag{2.245}$$

Es werden erneut die Zusammenhänge aus Gl. (2.209) verwendet.

$$a_x = \dot{v} \cdot \cos(\beta) + v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \cdot \sin(\beta) \tag{2.246}$$

$$a_y = -\dot{v} \cdot \sin(\beta) + v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \cdot \cos(\beta) \tag{2.247}$$

Diese beiden Bedingungen werden in Gl. (2.239) sowie Gl. (2.240) eingesetzt:

$$\begin{aligned} &m \cdot \left(\dot{v} \cdot \cos(\beta) + v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \cdot \sin(\beta)\right) \\ &= -F_{sv} \cdot \sin(\delta_v) - F_{sh} \cdot \sin(\delta_h) \end{aligned} \tag{2.248}$$

$$\begin{aligned} &m \cdot \left(-\dot{v} \cdot \sin(\beta) + v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \cdot \cos(\beta)\right) \\ &= F_{sv} \cdot \cos(\delta_v) + F_{sh} \cdot \cos(\delta_h) \end{aligned} \tag{2.249}$$

In den Gleichungen kann man die Bahnbeschleunigung isolieren und diese dann gleichsetzen [29].

$$\begin{aligned} &\frac{F_{sv} \cdot \cos(\delta_v) + F_{sh} \cdot \cos(\delta_h)}{m \cdot \sin(\beta)} \\ &- \frac{F_{sv} \cdot \sin(\delta_v) + F_{sh} \cdot \sin(\delta_h)}{m \cdot \cos(\beta)} \\ &= v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \cdot \left[\frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)} + \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}\right] \end{aligned} \tag{2.250}$$

Mit den Additionstheorem

$$\sin^2(\beta) + \cos^2(\beta) = 1 \tag{2.251}$$

sowie Erweiterung des ersten Terms gilt

$$\begin{aligned} &\frac{\left[F_{sv} \cdot \cos(\delta_v) + F_{sh} \cdot \cos(\delta_h)\right] \cdot \cos(\beta)}{m \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} \\ &- \frac{\left[F_{sv} \cdot \sin(\delta_v) + F_{sh} \cdot \sin(\delta_h)\right] \cdot \sin(\beta)}{m \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} \\ &= \frac{v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta})}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} \end{aligned} \tag{2.252}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F_{\text{sv}} \cdot \left[\cos(\delta_{\text{v}}) \cdot \cos(\beta) - \sin(\delta_{\text{v}}) \cdot \sin(\beta)\right]}{m \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} + \frac{F_{\text{sh}} \cdot \left[\cos(\delta_{\text{h}}) \cdot \cos(\beta) - \sin(\delta_{\text{h}}) \cdot \sin(\beta)\right]}{m \cdot \sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} = \frac{v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta})}{\sin(\beta) \cdot \cos(\beta)} \tag{2.253}$$

Mit einem weiteren Additionstheorem

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \tag{2.254}$$

ergibt sich hieraus eine Differentialgleichung „DGL" für den Schwimmwinkel:

$$\dot{\beta} = \dot{\psi} - \frac{1}{m \cdot v} \cdot \left[F_{\text{sv}} \cdot \cos(\delta_{\text{v}} + \beta) + F_{\text{sh}} \cdot \cos(\delta_{\text{h}} + \beta)\right] \tag{2.255}$$

Der bisherige, linearisierte Drallsatz aus Gl. (2.233) wird unter der Berücksichtigung der Lenkwinkel an Vorder- und Hinterachse zu:

$$\Theta \cdot \ddot{\psi} = F_{\text{sv}} \cdot l_{\text{v}} \cdot \cos(\delta_{\text{v}}) - F_{\text{sh}} \cdot l_{\text{h}} \cdot \cos(\delta_{\text{h}}) \tag{2.256}$$

Werden nun die Winkelzusammenhänge aus den Gln. (2.234) und (2.235) in diese beiden Gln. (2.255) sowie (2.256) eingesetzt, so entstehen die beiden Differentialgleichungen für die Schwimmwinkelgeschwindigkeit sowie für die Gierwinkelbeschleunigung.

$$\dot{\beta} = \dot{\psi} - \frac{1}{m \cdot v} \cdot \left[c_{\text{sv}} \cdot \left(\delta_{\text{v}} + \beta - \frac{l_{\text{v}} \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot \cos(\delta_{\text{v}} + \beta) + c_{\text{sh}} \cdot \left(\delta_{\text{h}} + \beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot \cos(\delta_{\text{h}} + \beta)\right] \tag{2.257}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{\Theta}\left[c_{\text{sv}} \cdot \left(\delta_{\text{v}} + \beta - \frac{l_{\text{v}} \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot l_{\text{v}} \cdot \cos(\delta_{\text{v}}) - c_{\text{sh}} \cdot \left(\delta_{\text{h}} + \beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v}\right) \cdot l_{\text{h}} \cdot \cos(\delta_{\text{h}})\right] \tag{2.258}$$

Diese Bewegungsgleichungen beschreiben die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Bewegungsgrößen eines nicht-linearen Einspurmodells und der Fahrzeug- und Reifenparameter.

2.5.3.6 Instationäre Betrachtungen des einfachen Einspurmodells

Die bisherigen Betrachtungen zum Einspurmodell beziehen sich nur auf den stationären Fahrzustand, z.B. für eine stationäre Kreisfahrt. Um auch instationäre Fahrzustände beschreiben und analysieren zu können, werden die Gleichungen des einfachen Einspurmodells herangezogen und schrittweise für die instationäre Betrachtung verwendet. Diese werden z.B. für die Analyse des Übergangsverhaltens angewendet. Um die Bewegungsgleichungen nach Newton und Euler vollständig zu notieren, werden die Gln. (2.209), (2.210) sowie (2.211) herangezogen und in (2.207) und (2.208) eingesetzt. Es werden dabei die Schräglaufwinkeldefinitionen aus den Gln. (2.234) und (2.235) verwendet, die einen zusätzlichen hinteren Lenkwinkel bereits beinhalten. Falls das instationäre Fahrverhalten eines konventionellen Fahrzeugs ohne Hinterachslenkung betrachtet werden soll, sind die entsprechenden Terme zu Null zu setzen.

$$m \cdot v \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) = c_{\text{sv}} \cdot \left(\delta_{\text{v}} + \beta - \frac{l_{\text{v}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) + c_{\text{sh}} \cdot \left(\delta_{\text{h}} + \beta + \frac{l_{\text{h}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \tag{2.259}$$

$$\Theta_{\text{Z}} \cdot \ddot{\psi} = c_{\text{sv}} \cdot \left(\delta_{\text{v}} + \beta - \frac{l_{\text{v}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \cdot l_{\text{v}} - c_{\text{sh}} \cdot \left(\delta_{\text{h}} + \beta + \frac{l_{\text{h}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \cdot l_{\text{h}} \tag{2.260}$$

Aus der Newtonschen Bewegungsgleichung (2.259) kann eine Beziehung für die Gierrate isoliert werden.

$$m \cdot v \cdot \dot{\psi} - m \cdot v \cdot \beta = \beta \cdot (c_{\text{sv}} + c_{\text{sh}}) + c_{\text{sv}} \cdot \delta_{\text{v}} + c_{\text{sh}} \cdot \delta_{\text{h}} + \dot{\psi} \cdot \left(c_{\text{sh}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{v} - c_{\text{sv}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{v}\right) \tag{2.261}$$

$$\Leftrightarrow \dot{\psi} = \frac{m \cdot v \cdot \dot{\beta} + (c_{\text{sv}} + c_{\text{sh}}) \cdot \beta + c_{\text{sv}} \cdot \delta_{\text{v}} + c_{\text{sh}} \cdot \delta_{\text{h}}}{m \cdot v + c_{\text{sv}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{v} - c_{\text{sh}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{v}} \tag{2.262}$$

Um diese Gleichung zu differenzieren, wird die Voraussetzung getroffen, dass die Geschwindigkeit konstant ist [15].

$$\ddot{\psi} = \frac{m \cdot v \cdot \ddot{\beta} + (c_{\text{sv}} + c_{\text{sh}}) \cdot \dot{\beta} + c_{\text{sv}} \cdot \dot{\delta}_{\text{v}} + c_{\text{sh}} \cdot \dot{\delta}_{\text{h}}}{m \cdot v + c_{\text{sv}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{v} - c_{\text{sh}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{v}} \tag{2.263}$$

Mit diesen Beziehungen für die Gierwinkelgeschwindigkeit und Gierwinkelbeschleunigung kann der Drallsatz aus Gl. (2.260) erweitert werden.
Es wird folgende Vereinbarung zur mathematischen Vereinfachung der Umformung getroffen

$$A := m \cdot v + c_{\text{sv}} \cdot \frac{l_{\text{v}}}{v} - c_{\text{sh}} \cdot \frac{l_{\text{h}}}{v} \tag{2.264}$$

Damit ergibt sich eine Differentialgleichung für den Schwimmwinkel β:

$$\begin{aligned}
&\left[\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot m \cdot v\right] \cdot \ddot{\beta} \\
&+\left[\Theta \cdot \left(c_{\mathrm{sv}}+c_{\mathrm{sh}}\right)+c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^{2} \cdot m+c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^{2} \cdot m\right] \cdot \dot{\beta} \\
&+\left[A \cdot \left(l_{\mathrm{h}} \cdot c_{\mathrm{sh}}-l_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{sv}}\right)+\left(c_{\mathrm{sv}}+c_{\mathrm{sh}}\right) \cdot \left(c_{\mathrm{sv}} \cdot \frac{l_{\mathrm{v}}^{2}}{v}+c_{\mathrm{sh}} \cdot \frac{l_{\mathrm{h}}^{2}}{v}\right)\right] \cdot \beta \\
&=\left[-c_{\mathrm{sv}} \cdot \Theta\right] \cdot \dot{\delta}_{\mathrm{v}}+\left[-c_{\mathrm{sh}} \cdot \Theta\right] \cdot \dot{\delta}_{\mathrm{h}} \\
&+\left[A \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{sv}}-c_{\mathrm{sv}}^{2} \cdot \frac{l_{\mathrm{v}}^{2}}{v}-c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot \frac{l_{\mathrm{h}}^{2}}{v}\right] \cdot \delta_{\mathrm{v}} \\
&+\left[-A \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot c_{\mathrm{sh}}-c_{\mathrm{sh}}^{2} \cdot \frac{l_{\mathrm{h}}^{2}}{v}-c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot \frac{l_{\mathrm{v}}^{2}}{v}\right] \cdot \delta_{\mathrm{h}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \ddot{\beta}+\left[\frac{c_{\mathrm{sv}}+c_{\mathrm{sh}}}{m \cdot v}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^{2}+c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^{2}}{\Theta \cdot v}\right] \cdot \dot{\beta} \\
&+\left[\frac{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}-c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l^{2}}{\Theta \cdot m \cdot v^{2}}\right] \cdot \beta \\
&=\left[-c_{\mathrm{sv}} \cdot \Theta\right] \cdot \dot{\delta}_{\mathrm{v}}+\left[-c_{\mathrm{sh}} \cdot \Theta\right] \cdot \dot{\delta}_{\mathrm{h}} \\
&+\left[\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta}-\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l \cdot l_{\mathrm{h}}}{\Theta \cdot m \cdot v^{2}}\right] \cdot \delta_{\mathrm{v}} \\
&-\left[\frac{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}}{\Theta}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta \cdot m \cdot v^{2}}\right] \cdot \delta_{\mathrm{h}}
\end{aligned} \tag{2.265}$$

Damit ist für den Schwimmwinkel β eine inhomogene Differentialgleichung DGL 2. Ordnung entstanden [15]. Der inhomogene (rechte) Teil der Gleichung besteht aus den Lenkwinkeln sowie den Lenkwinkelgeschwindigkeiten an Vorder- und Hinterachse. Diese werden als Störgrößen betrachtet. Reale Störgrößen wie Bodenunebenheiten sowie Seitenwind sind hier nicht berücksichtigt.
Setzt man den Lenkwinkel sowie die Lenkwinkelgeschwindigkeit der Hinterachse zu Null, so erhält man die entsprechende DGL 2. Ordnung für ein konventionelles Einspurmodell [15].
Betrachtet wird nun der homogene Teil dieser DGL.

$$\begin{aligned}
&\ddot{\beta}+\underbrace{\left[\frac{c_{\mathrm{sv}}+c_{\mathrm{sh}}}{m \cdot v}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^{2}+c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^{2}}{\Theta \cdot v}\right]}_{=:P} \cdot \dot{\beta} \\
&+\underbrace{\left[\frac{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}-c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l^{2}}{\Theta \cdot m \cdot v^{2}}\right]}_{=:Q} \cdot \beta=0
\end{aligned} \tag{2.266}$$

Zur Vereinfachung werden die Definitionen P und Q eingeführt.

$$\Rightarrow \ddot{\beta}+P \cdot \dot{\beta}+Q \cdot \beta=0 \tag{2.267}$$

Der homogene Teil der DGL hat die Form einer gewöhnlichen gedämpften Schwingungsgleichung

$$\ddot{\beta}+2\sigma \cdot \dot{\beta}+\omega_{\mathrm{e}}^{2} \cdot \beta=0 \tag{2.268}$$

mit der Abklingkonstanten σ und der ungedämpften Eigenkreisfrequenz ω_{e}.
Das bedeutet, dass das Fahrzeug in der Horizontalebene Schwingungen ausführen kann, die gedämpft sind.
Durch Koeffizientenvergleich von Gl. (2.266) mit Gl. (2.268) ergibt sich für die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz des Systems:

$$\omega_{\mathrm{e}}=\sqrt{\frac{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}-c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l^{2}}{\Theta \cdot m \cdot v^{2}}} \tag{2.269}$$

Für das Dämpfungsmaß D einer allgemeinen Schwingungsgleichung gilt:

$$D=\frac{\sigma}{\omega_{\mathrm{e}}} \tag{2.270}$$

Auch hier ergibt sich durch den gleichen Koeffizientenvergleich:

$$D=\frac{1}{2\omega_{\mathrm{e}}} \cdot \left[\frac{c_{\mathrm{sv}}+c_{\mathrm{sh}}}{m \cdot v}+\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^{2}+c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^{2}}{\Theta \cdot v}\right] \tag{2.271}$$

Der Vollständigkeit halber kann auch die gedämpfte Eigenkreisfrequenz dargestellt werden.

$$\omega_{\mathrm{e,m.D.}}=\omega_{\mathrm{e}} \cdot \sqrt{1-D^{2}} \tag{2.272}$$

Das Dämpungsmaß und die Eigenkreisfrequenz wurden aus der Differentialgleichung für den Schwimmwinkel ermittelt. Dennoch spricht man in diesem Fall von Giereigenfrequenz und Gierdämpfungsmaß [15].
Da sowohl der Gierwinkel als auch der Schwimmwinkel einen Winkel um die Hochachse des Fahrzeuges beschreiben und die Gierbeschleunigung unter Vernachlässigung der Bahnbeschleunigung gleich der Schwimmwinkelbeschleunigung (Gl. (2.273)) ist, kann in die DGL für den Schwimmwinkel (Gl. (2.265)) der Schwimmwinkel durch den Gierwinkel ersetzt werden. Der homogene Teil der DGL, aus dem das Dämpfungsmaß und die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz gewonnen werden, ist dann vollkommen identisch zu Gl. (2.266). Eine Schwingung um die Hochachse kann für den Schwimmwinkel und den Gierwinkel nur eine gemeinsame Eigenkreisfrequenz und ein gemeinsames Dämpfungsmaß aufweisen.

$$\nu=\psi-\beta \;\Rightarrow\; \ddot{\psi}=\ddot{\beta} \quad \text{mit } \ddot{\nu} \approx 0 \tag{2.273}$$

Anhand der Zusammenhänge aus der Differentialgleichung für den Schwimmwinkel und von Giereigenfrequenz sowie Gierdämpfung lassen sich interessante Analysen des instationären Fahrverhaltens ableiten. Dazu wird eine Simulation von drei verschiedenen Fahrzeugkonfigurationen durchgeführt. Für ein Standardfahrzeug werden drei verschiedene hintere Schräglaufsteifigkeiten verwendet. Es wurden die Fahrzeugdaten aus **Tabelle 2-13** verwendet.
Die unterschiedlichen Schräglaufsteifigkeiten für die Hinterachse werden so gewählt, dass nach der stationären Fahrzustandsbetrachtung nach Olley Untersteuern und Übersteuern vorkommen (**Tabelle 2-14**).
Damit ergeben sich für diese drei Varianten Giereigenfrequenz und Gierdämpfung gemäß den Diagrammen in den **Bildern 2-105** und **2-106**.

Tabelle 2-13: Verwendete Fahrzeuggrößen [15]

Radstand	l = 2,5 m
Schwerpunktabstand vorn	l_v = 1,3 m
Schwerpunktabstand hinten	l_h = 1,2 m
Fahrzeugmasse	m = 1300 kg
Trägheitsmoment um z-Achse	Θ_z = 1960 kgm²
Schräglaufsteifigkeit vorn	c_{sv} = 30 000 N/rad

Tabelle 2-14: Variable Schräglaufsteifigkeit hinten

c_{sh} = 30 000 N/rad	$c_{sh} \cdot l_h < c_{sv} \cdot l_v^2$	übersteuern
c_{sh} = 35 000 N/rad	$c_{sh} \cdot l_h > c_{sv} \cdot l_v^2$	untersteuern
c_{sh} = 40 000 N/rad	$c_{sh} \cdot l_h > c_{sv} \cdot l_v^2$	untersteuern

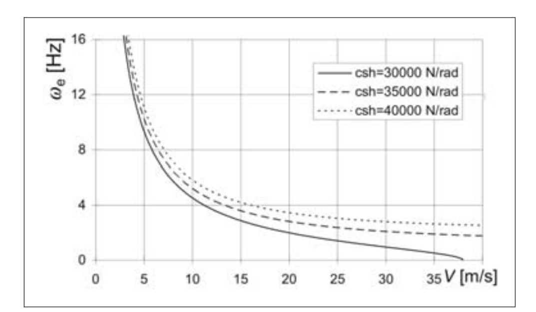


Bild 2-105: Giereigenfrequenz als Funktion der Fahrgeschwindigkeit [15]

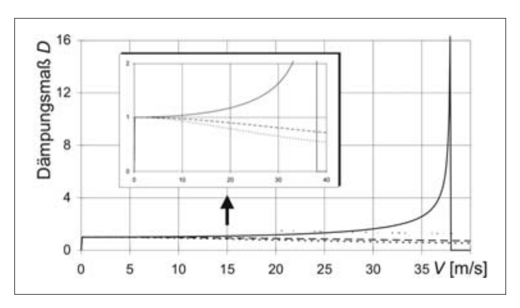


Bild 2-106: Gierdämpfung als Funktion der Fahrgeschwindigkeit [15]

Es ist zu erkennen, dass für das übersteuernde Fahrzeug bei einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit die ungedämpfte Giereigenfrequenz gegen Null geht. Einhergehend fällt die Gierdämpfung ebenfalls auf Null ab. Diese Fahrgeschwindigkeit wird auch als kritische Fahrgeschwindigkeit v_{krit} bezeichnet. Schwingungstechnisch bedeutet dies, dass das Fahrzeug ab dieser Geschwindigkeit eine ungedämpfte Schwingung auf eine Gieranregung ausführt. Die Gierbewegung kann also nicht mehr abklingen. Das Fahrzeug beginnt zu schleudern und ist nicht mehr kursstabil. [15]
Für die beiden dargestellten untersteuernden Fahrzeugvarianten gilt, dass die Gierdämpfung bei steigender Fahrgeschwindigkeit abnimmt, aber nicht gegen Null geht. Somit werden eingeleitete Gierbewegungen stets bedämpft.
Eine kritische Fahrgeschwindigkeit existiert für das untersteuernd ausgelegte Fahrzeug nicht. Dementsprechend ist hier ein weiterer Grund gegeben, Fahrzeuge durch eine geschickte Wahl der Fahrzeugparameter untersteuernd auszulegen.
Allerdings können auch bei grundsätzlich untersteuernd ausgelegten Fahrzeugen Fahrsituationen entstehen, in denen es zu einem dynamischen Übersteuern kommen kann. Dies ist dann der Fall, wenn bestimmte Radlastverlagerungen (z.B. Lastwechsel) oder die Überlagerung von Längs- und Querkräften der Reifen einer hohe Kraftschlussbeanspruchung unterliegt und sich somit Betriebspunkte des Reifens einstellen, die dem Fahrzeug eine Übersteuertendenz verleihen [32].
Hinsichtlich Giereigenfrequenz und -dämpfung gibt es innerhalb der bisher dargestellten Fahrzeuge verschiedene Konfigurationen (**Bild 2-107**). Sie gelten für die Geschwindigkeiten zwischen 20 und 30 m/s.
Eine optimale Auslegung hinsichtlich des Fahrverhaltens ist leider nicht immer möglich, da viele wichtige Parameter durch andere Anforderungen ebenfalls eingeschränkt werden. So muss also je nach Anwendungsfall und Anforderungen an das Fahrzeug ein gelungener Kompromiss gefunden werden.

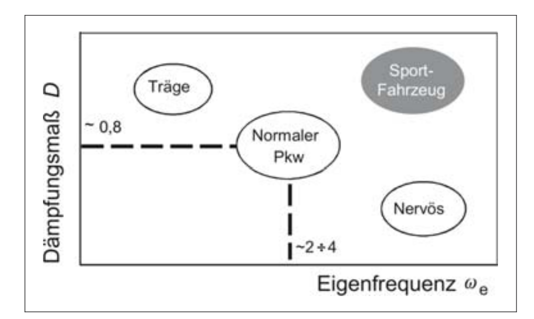


Bild 2-107: Auslegungsvarianten in Bezug auf Giereigenfrequenz und Gierdämpfung [15]

2.5.3.7 Die Regelstrecke „Fahrzeug" im Regelkreis

Wie zu Beginn des Abschnitts 2.5 erwähnt, ist das System „Fahrzeug" ein Teil des Regelkreises „Fahrer–Fahrzeug". Zur Untersuchung der Regelstrecke „Fahrzeug" wird eine Eingangsgröße (in diesem Fall der Lenkwinkel) in die Regelstrecke gegeben und die Antwort der Regelstrecke (Querbeschleunigung und Gierrate) betrachtet. Zu diesem Zweck wird auf das einfache Einspurmodell aus Abschnitt 2.5.3.1 zurückgegriffen. In Gl. (2.222) findet man den Zusammenhang für den Lenkwinkelbedarf:

$$\delta = \frac{l}{r} + \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_\mathrm{h}}{c_\mathrm{sv}} - \frac{l_\mathrm{v}}{c_\mathrm{sh}} \right) \cdot a_\mathrm{y} \tag{2.274}$$

Der Lenkwinkel gilt als Eingangsgröße der Regelstrecke „Fahrzeug". Als Antwort bzw. Ausgangsgröße wird die resultierende Gierwinkelgeschwindigkeit verwendet. Das Verhältnis aus Ausgangsgröße zu Eingangsgröße wird in diesem Fall als stationärer Gierverstärkungsfaktor bezeichnet [15].

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta} \right)_\mathrm{stat} = \frac{\dot{\psi}}{\frac{l}{r} + \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_\mathrm{h}}{c_\mathrm{sv}} - \frac{l_\mathrm{v}}{c_\mathrm{sh}} \right) \cdot a_\mathrm{y}} \tag{2.275}$$

Mit den Zusammenhängen für die Gierrate sowie für die Querbeschleunigung

$$\dot{\psi} = \frac{v}{r} \quad \text{sowie} \quad a_\mathrm{y} = \frac{v^2}{r} \tag{2.276}$$

ergibt sich der stationäre Gierverstärkungsfaktor:

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta} \right)_\mathrm{stat} = \frac{v}{l + \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_\mathrm{h}}{c_\mathrm{sv}} - \frac{l_\mathrm{v}}{c_\mathrm{sh}} \right) \cdot v^2} \tag{2.277}$$

In dieser Gleichung befindet sich der so genannte **Eigenlenkgradient** (*EG*), welcher sich auf die Gleichung für den Lenkwinkelbedarf (2.274) bezieht.

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}a_\mathrm{y}} = \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_\mathrm{h}}{c_\mathrm{sv}} - \frac{l_\mathrm{v}}{c_\mathrm{sh}} \right) =: EG \tag{2.278}$$

Damit wird aus Gl. (2.277):

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta} \right)_\mathrm{stat} = \frac{v}{l + EG \cdot v^2} \tag{2.279}$$

Bild 2-108 zeigt die Abhängigkeit des stationären Gierverstärkungsfaktors für Fahrzeuge mit verschiedenen Eigenlenkgradienten. Auch hier findet sich die so genannte kritische Fahrgeschwindigkeit v_krit wieder. Bei einem übersteuerndem Fahrzeug ($EG < 0$) geht der stationäre Gierverstärkungsfaktor in einer Polstelle gegen Unendlich: d.h., die Gierbewegungen werden so weit verstärkt, dass eine Stabilisierung nicht mehr möglich ist.

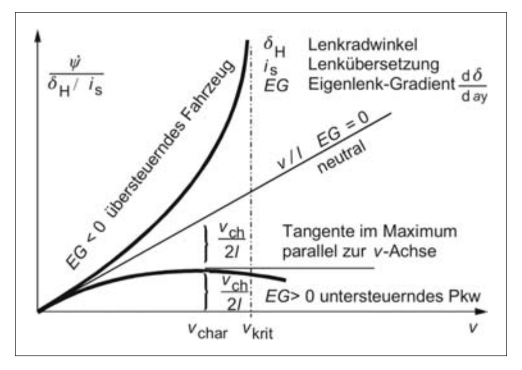


Bild 2-108: Gierverstärkungsfaktor bei verschiedenen Eigenlenkgradienten [32]

Bei einem untersteuernden Fahrzeug hingegen bleibt der Gierverstärkungsfaktor in einem niedrigen Bereich. Auch hier ist er abhängig von der Fahrgeschwindigkeit und weist ein Maximum auf. Die dazugehörige Geschwindigkeit wird als charakteristische Geschwindigkeit v_char bezeichnet. Mathematisch lässt sich v_char durch einfache Differentiation und Maximalwertbildung von Gl. (2.279) ermitteln.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v} \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta} \right)_\mathrm{stat} = \frac{l + EG \cdot v^2 - 2 \cdot EG \cdot v^2}{\left(l + EG \cdot v^2 \right)^2} \overset{!}{=} 0 \tag{2.280}$$

$$\Rightarrow v_\mathrm{char}^2 = \frac{l}{EG} \tag{2.281}$$

Eingesetzt in Gl. (2.279) ergibt sich mit v_char

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta} \right)_\mathrm{stat} = \frac{v}{l \cdot \left(1 + \frac{v^2}{v_\mathrm{char}^2} \right)} \tag{2.282}$$

Somit kann unter Kenntnis der charakteristischen Geschwindigkeit sehr schnell die resultierende stationäre Gierrate ermittelt werden, wenn der aufgeprägte Lenkwinkel sowie die Fahrgeschwindigkeit bekannt sind. Die charakteristische Geschwindigkeit kann im Fahrversuch durch stationäre Kreisfahrt bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten ermittelt werden. Bei der charakteristischen Geschwindigkeit weist ein Fahrzeug für den stationären Betrieb die höchste Lenkempfindlichkeit bzw. die Gierfreudigkeit auf.
Das Auslegungsziel für v_{char} für moderne Kraftfahrzeuge liegt zwischen 65 und 100 km/h [15, 32, 33]. Mittels des Eigenlenkgradienten EG in Gl. (2.279) kann die dafür benötigte Untersteuertendenz abgeschätzt werden.

2.5.3.8 Dynamisches Verhalten der Regelstrecke Fahrzeug

Um das dynamische Verhalten der Regelstrecke „Fahrzeug" zu betrachten, werden die instationären Bewegungsgleichungen (2.259 ff.) aus Abschnitt 2.5.3.6 verwendet.
Auch hier ist die Antwort der Regelstrecke auf eine Eingangsgröße von Interesse. Ausgangsgröße ist erneut die Gierwinkelgeschwindigkeit, Eingangsgröße bleibt der vordere Lenkwinkel. Die Übertragungsfunktion lässt sich im Bildbereich der Laplace-Transformation [34] herleiten.
Dazu wird zunächst der hintere Radlenkwinkel in den instationären Bewegungsgleichungen (2.259) und (2.260) zu Null gesetzt, da das Übertragungsverhalten von vorderem Radlenkwinkel zur Gierwinkelgeschwindigkeit ermittelt wird.

$$m \cdot v \cdot \left(\dot{\psi} - \dot{\beta}\right) = c_{\mathrm{sv}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{v}} + \beta - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) + c_{\mathrm{sh}} \cdot \left(\beta + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \tag{2.283}$$

$$\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot \ddot{\psi} = c_{\mathrm{sv}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{v}} + \beta - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \cdot l_{\mathrm{v}} - c_{\mathrm{sh}} \cdot \left(\beta + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \dot{\psi}\right) \cdot l_{\mathrm{h}} \tag{2.284}$$

Diese werden so in den Bildbereich transformiert, dass der Schwimmwinkel eliminiert werden kann. Da die Ausgangsgröße die Gierwinkelgeschwindigkeit ist, wird im Bildbereich $\psi(s) \cdot s$ nicht weiter mit anderen Größen verrechnet.

$$\begin{aligned} m \cdot v \cdot \left[\psi(s) \cdot s - \beta(s) \cdot s\right] = \\ c_{\mathrm{sv}} \cdot \left[\delta_{\mathrm{v}}(s) + \beta(s) - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \psi(s) \cdot s\right] \\ + c_{\mathrm{sh}} \cdot \left[\beta(s) + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \psi(s) \cdot s\right] \end{aligned} \tag{2.285}$$

$$\begin{aligned} \Theta_Z \cdot \psi(s) \cdot s^2 = \\ c_{\mathrm{sv}} \cdot \left[\delta_{\mathrm{v}}(s) + \beta(s) - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \psi(s) \cdot s\right] \cdot l_{\mathrm{v}} \\ - c_{\mathrm{sh}} \cdot \left[\beta(s) + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \psi(s) \cdot s\right] \cdot l_{\mathrm{h}} \end{aligned} \tag{2.286}$$

Diese beiden Gleichungen lassen sich nach dem Schwimmwinkel $\beta(s)$ auflösen und gleichsetzen. Damit erhält man eine Gleichung, die nur noch $\psi(s) \cdot s$ und $\delta_{\mathrm{v}}(s)$ enthält, womit direkt die Übertragungsfunktion aufgestellt werden kann. Die Übertragungsfunktion im Bildbereich ergibt sich zu:

$$\left(\frac{\psi(s) \cdot s}{\delta_{\mathrm{v}}(s)}\right) = \frac{\left(m \cdot v \cdot s + c_{\mathrm{sv}} + c_{\mathrm{sh}}\right) \cdot c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} - c_{\mathrm{sv}}^2 \cdot l_{\mathrm{v}} + c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}}{N_1} \tag{2.287}$$

Mit dem Nenner N_1

$$\begin{aligned} N_1 := \left(m \cdot v \cdot s + c_{\mathrm{sv}} + c_{\mathrm{sh}}\right) \cdot \Theta_Z \cdot s \\ + \frac{m \cdot v \cdot s + c_{\mathrm{sv}} + c_{\mathrm{sh}}}{v} \cdot \left(c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^2 + c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^2\right) \\ + m \cdot v \cdot \left(c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} - c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}\right) \\ - \frac{1}{v} \cdot \left(c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} - c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}\right)^2 \end{aligned} \tag{2.288}$$

Durch umfangreiche Umformungen [32] und unter Verwendung der folgenden, markanten Zusammenhänge für das instationäre Einspurmodell wird die dynamische Übertragungsfunktion hergeleitet.
Stationärer Gierverstärkungsfaktor aus Gl. (2.277):

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{\mathrm{stat}} = \frac{v}{l + \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l_{\mathrm{h}}}{c_{\mathrm{sv}}} - \frac{l_{\mathrm{v}}}{c_{\mathrm{sh}}}\right) \cdot v^2} \tag{2.289}$$

Ungedämpfte Giereigenkreisfrequenz aus Gl. (2.269):

$$\omega_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} - c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}}{\Theta} + \frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l^2}{\Theta \cdot m \cdot v^2}} \tag{2.290}$$

sowie Gierdämpfungsmaß aus Gl. (2.271):

$$D = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{e}}} \cdot \left[\frac{c_{\mathrm{sv}} + c_{\mathrm{sh}}}{m \cdot v} + \frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}}^2 + c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}}^2}{\Theta \cdot v}\right] \tag{2.291}$$

Mit diesen Ausdrücken kann die komplexe Gleichung aus Gl. (2.287) in eine anschauliche Form gebracht werden.

$$\left(\frac{\psi(s)\cdot s}{\delta_{\text{v}}(s)}\right)=G(s)=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{\text{stat}}\cdot\frac{1+\frac{m\cdot v\cdot l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}\cdot l}\cdot s}{1+\frac{2\cdot D}{\omega_{\text{e}}}\cdot s+\frac{1}{\omega_{\text{e}}^{2}}\cdot s^{2}} \tag{2.292}$$

Wird nun der Term im Zähler zusammengefasst mit der Zeitkonstanten T_{z}

$$T_{\text{z}}=\frac{m\cdot v\cdot l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}\cdot l}, \tag{2.293}$$

dann ergibt sich eine Übertragungsfunktion der Giergeschwindigkeit in einer Form, in der sich weiterführende Betrachtungen insbesondere hinsichtlich des Verhaltens in einem schwingfähigen Regelkreis durchführen lassen.

$$\left(\frac{\psi(s)\cdot s}{\delta_{\text{v}}(s)}\right)=G(s)=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{\text{stat}}\cdot\frac{1+T_{\text{z}}\cdot s}{1+\frac{2\cdot D}{\omega_{\text{e}}}\cdot s+\frac{1}{\omega_{\text{e}}^{2}}\cdot s^{2}} \tag{2.294}$$

Vergleicht man diese Übertragungsfunktion mit bekannten Gliedern aus der Regelungstechnik [34], so erkennt man, dass $G(s)$ aus zwei in Reihe geschalteten, linearen Regelkreisgliedern besteht, nämlich einem PT_2-Glied und einem PD-Glied. Die einzelnen Übertragungsfunktionen lauten:

$$G_{\text{PT2}}(s)=\frac{k_1}{T_1\cdot T_2\cdot s^2+(T_1+T_2)\cdot s+1} \tag{2.295}$$

$$G_{\text{PD}}(s)=k_2\cdot(1+T_{\text{v}}\cdot s) \tag{2.296}$$

Somit ergibt sich in Reihe geschaltet:

$$G(s)=G_{\text{PT2}}(s)\cdot G_{\text{PD}}(s)=\frac{k_1\cdot k_2\cdot(1+T_{\text{v}}\cdot s)}{T_1\cdot T_2\cdot s^2+(T_1+T_2)\cdot s+1} \tag{2.297}$$

Durch Koeffizientenvergleich mit Gl. (2.214) ergeben sich direkt die einzelnen Konstanten

$$k_1\cdot k_2=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{\text{stat}} \tag{2.298}$$

$$T_{\text{v}}=T_{\text{z}}=\frac{m\cdot v\cdot l_{\text{v}}}{c_{\text{sh}}\cdot l} \tag{2.299}$$

$$T_1\cdot T_2=\frac{1}{\omega_{\text{e}}^{2}} \tag{2.300}$$

$$T_1+T_2=\frac{2\cdot D}{\omega_{\text{e}}} \tag{2.301}$$

Werden die instationären Bewegungsgleichungen in (2.259) und (2.260) für die Querbeschleunigung anstatt für die Gierwinkelgeschwindigkeit formuliert, so kann man erneut über eine Laplace-Transformation die Übertragungsfunktion für die Querbeschleunigung aufstellen [32].

$$\frac{a_{\text{y}}}{\delta}=G'(s)=\left(\frac{a_{\text{y}}}{\delta}\right)_{\text{stat}}\cdot\frac{1+T_1\cdot s+T_2\cdot s^2}{1+\frac{2\cdot D}{\omega_{\text{e}}}\cdot s+\frac{1}{\omega_{\text{e}}^2}\cdot s^2} \tag{2.302}$$

Auch hier wird aus der stationären Übertragungsfunktion von Querbeschleunigung zu Radlenkwinkel der stationäre Verstärkungsfaktor verwendet.
Bei T_1 und T_2 handelt es sich erneut um Zeitkonstanten (nicht identisch mit T_1 und T_2 aus Gl. (2.300 f.) mit folgenden Zusammenhängen:

$$T_1=\frac{l_{\text{h}}}{v} \tag{2.303}$$

$$T_2=\frac{\Theta}{c_{\text{sh}}\cdot l} \tag{2.304}$$

Mittels dieser Übertragungsfunktionen können nun übliche Methoden aus der Regelungstechnik [34] angesetzt werden, um das dynamische Fahrverhalten eines Fahrzeugs zu untersuchen. Die Regelstrecke „Fahrzeug“ wird dabei verschiedenen, speziellen Eingangssignalen unterworfen. Die Antwort bzw. das Ausgangssignal des Systems „Fahrzeug“ wird dabei untersucht und beurteilt. In der Modellabbildung können die Fahrzeugantworten analytisch über die in diesen Kapiteln gegebenen Zusammenhänge ermittelt werden. Mit einem realen Fahrzeug werden (überwiegend) standardisierte Fahrmanöver durchgeführt. Die wichtigsten Testverfahren sind dabei die Fahrmanöver „Lenkwinkelsprung“ und „Sinuslenken“.
Beim Lenkwinkelsprung wird eine Sprungfunktion als Eingangssignal (Lenkwinkel) verwendet. Mit dem Sinuslenken wird der Frequenzgang ermittelt.
Im **Bild 2-109** (links oben) ist die Eingangsfunktion für den Lenkwinkelsprung dargestellt. Wichtige Kenngrößen oder Zeitpunkte sind markiert. Die Antwort des Fahrzeugs ist in Form der Gierwinkelgeschwindigkeit, des Schwimmwinkels sowie der Querbeschleunigung gegeben.
Die so genannte *Peak Response Time* ($T_{\dot{\psi},\text{max}}$) ist eine wichtige Kenngröße bei der Beurteilung eines Lenkwinkelsprungs. Es handelt sich dabei um die Zeitspanne zwischen dem Zeitpunkt des halben maximalen, statischen Lenkwinkels sowie dem Zeitpunkt, bei dem die Giergeschwindigkeit das Maximum erfährt (**Bild 2-109**).

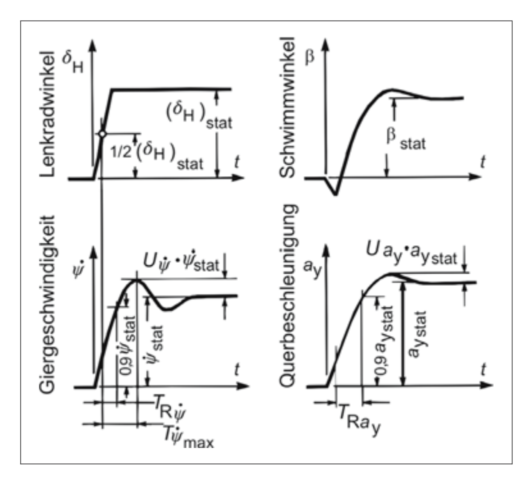


Bild 2-109: Fahrzeugverhalten bei einem Lenkwinkelsprung [35]; $T_{R\psi}$, T_{Ray}: 90 % Response Time; $T_{\psi max}$: Peak Response Time; U_ψ, U_{ay}: bez. Überschwingweiten; TB = $T_{\psi max} \cdot \beta_{stat}$; v = const

Einerseits soll ein Fahrzeug der Forderung nach einer schnellen Lenkbewegung folgen, andererseits besteht die Anforderung, dass das Fahrzeug in den Bewegungsgrößen möglichst nicht überschwingt. Auch hier ist also (wie in der gesamten Fahrzeugauslegung) ein gelungener Kompromiss zu finden. Die übliche *Peak Response Time* liegt zwischen 200 und 400 ms [32].

Sinuslenken

Die Übertragungsfunktion für die Giergeschwindigkeit (Gl. (2.294)) nimmt für die sinusförmige Eingangsgröße eine andere Form an [15].

$$G(i\cdot\omega) = \left(\frac{\dot\psi}{\delta}\right)_{stat} \cdot \frac{1 + T_z \cdot i \cdot \omega}{1 + \frac{2\cdot D}{\omega_e} \cdot i \cdot \omega - \frac{\omega^2}{\omega_e^2}} \qquad (2.305)$$

Analog dazu wird die Übertragungsfunktion für die Querbeschleunigung in diese Form gebracht:

$$G'(i\cdot\omega) = \left(\frac{a_y}{\delta}\right)_{stat} \cdot \frac{1 + T_1 \cdot i \cdot \omega - T_2 \cdot \omega^2}{1 + \frac{2\cdot D}{\omega_e} \cdot i \cdot \omega - \frac{\omega^2}{\omega_e^2}} \qquad (2.306)$$

Man erkennt, dass die jeweiligen Amplitudenverhältnisse frequenzabhängig sind.

$$\left|G(i\cdot\omega)\right| = \frac{\hat{\dot\psi}}{\hat\delta} \qquad (2.307)$$

$$\left|G'(i\cdot\omega)\right| = \frac{\hat a_y}{\hat\delta} \qquad (2.308)$$

Neben der Betrachtung der Amplitudenverhältnisse ist auch der Phasengang bzw. die Phasenverschiebung von Interesse, die das (sinusförmige) Ausgangssignal gegenüber dem (sinusförmigen) Eingangssignal aufweist. Diese Phasenverschiebung wird folgendermaßen berechnet:

$$\varphi(i\cdot\omega) = \arctan\frac{\mathrm{Im}\left(G(i\cdot\omega)\right)}{\mathrm{Re}\left(G(i\cdot\omega)\right)} \qquad (2.309)$$

Hinsichtlich der Frequenzgänge wird, wie bereits erwähnt, eine Fahrzeugauslegung angestrebt, mit der einerseits der Abfall des Querbeschleunigungsamplitudengangs nicht bei zu niedrigen Frequenzen einsetzt (wichtig für eine schnelle Lenkreaktion bei schneller Lenkbewegung), andererseits die Überhöhung des Giergeschwindigkeitsamplitudengangs nicht zu stark ist [15, 36].

Wird die Phasenverschiebung in beiden Phasengängen zu groß, steigen die Anforderungen an den Fahrer im Sinne eines Reglers für die Fahrstabilität. Da die beiden Übertragungsfunktionen von Giergeschwindigkeit sowie Querbeschleunigung allerdings unmittelbar miteinander verkoppelt sind, ist es allerdings nicht möglich, diese vollständig getrennt auszulegen. Eine Kompromisslösung ist anzustreben, die die Vorgaben und Anforderungen an das Fahrverhalten möglichst gut abdeckt [33].

2.5.3.9 Schwimmwinkelkompensation mittels Hinterradlenkung

Die aus Abschnitt 2.5.3.4 gewonnenen Erkenntnisse kann man direkt für einen ersten Ansatz zur Verwendung einer Hinterradlenkung nutzen.

Im Sinne der Fahrstabilität bei hohen Geschwindigkeiten ist in Abschnitt 2.5.3.4 der gleichsinnige Lenkeinschlag an Vorder- und Hinterachse als Einsatzstrategie einer Hinterradlenkung vorgeschlagen worden. Damit wurde zunächst die Richtung des Lenkeinschlags der Hinterradlenkung vorgegeben. Nun sollen Überlegungen zum gezielten Einsatz mit funktionaler Verknüpfung zum Vorderradlenkwinkel dargestellt werden [15].

Eine direkt ersichtliche Möglichkeit, die Hinterradlenkung sinnvoll einzusetzen, ist die einer Schwimmwinkelkompensation, s. Gl. (2.235). Der Fahrer ist schnell damit überfordert, die Zusammenhänge des Fahrverhaltens richtig und vor allem in kritischen Fahrsituationen innerhalb kürzester Zeit richtig abzuschätzen. Im Grenzbereich tritt oft eine große Änderung des Schwimmwinkels auf, die der Fahrer aus seinen normalen Alltagssituationen nicht kennt und daher nicht einzuschätzen vermag. Man kann den Fahrer in seiner Funktion als Regler im Sinne der Fahrstabilität dadurch unterstützen, dass man das Fahrverhalten bis in den Grenzbereich als vorhersehbar und vertraut gestaltet. Eine Schwimmwinkelkompensation ist ein erster Ansatz dazu [15].

Wie eine solche Schwimmwinkelkompensation zu realisieren ist, wird anhand der Bewegungsgleichungen des Einspurmodells gezeigt. Verwendet werden die Bewegungsgleichungen aus (2.259) und (2.260).
Gemäß der Forderung nach einer Schwimmwinkelkompensation werden der Schwimmwinkel sowie die Schwimmwinkelgeschwindigkeit zu Null gesetzt. Dadurch entstehen die folgenden Zusammenhänge:

$$m \cdot v \cdot \dot{\psi} = c_{\mathrm{sv}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{v}} - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \dot{\psi} \right) + c_{\mathrm{sh}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{h}} + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \dot{\psi} \right) \quad (2.310)$$

$$\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot \ddot{\psi} = c_{\mathrm{sv}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{v}} - \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot \dot{\psi} \right) \cdot l_{\mathrm{v}} - c_{\mathrm{sh}} \cdot \left(\delta_{\mathrm{h}} + \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot \dot{\psi} \right) \cdot l_{\mathrm{h}} \quad (2.311)$$

Mittels einer Laplace-Transformation lassen sich die Differentialgleichungen vereinfacht lösen [15, 34]. So wird aus Gl. (2.310):

$$\psi(s) \cdot \left[m \cdot v \cdot s + c_{\mathrm{sv}} \cdot \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot s - c_{\mathrm{sh}} \cdot \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot s \right] = c_{\mathrm{sv}} \cdot \delta_{\mathrm{v}}(s) + c_{\mathrm{sh}} \cdot \delta_{\mathrm{h}}(s) \quad (2.312)$$

und aus Gl. (2.311) entsteht folgende Gleichung:

$$\psi(s) \cdot \left[\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot s^2 + c_{\mathrm{sv}} \cdot \frac{l_{\mathrm{v}}}{v} \cdot s + c_{\mathrm{sh}} \cdot \frac{l_{\mathrm{h}}}{v} \cdot s \right] = c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot \delta_{\mathrm{v}}(s) - c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot \delta_{\mathrm{h}}(s) \quad (2.313)$$

Diese können jeweils nach $\psi(s)$ isoliert und dann gleichgesetzt werden. Dadurch entsteht eine Gleichung, die den vorderen und hinteren Lenkwinkel in einen funktionalen Zusammenhang setzt.
Durch umfangreiche Umformungen gelangt man zur Übertragungsfunktion des hinteren Lenkwinkels in Bezug auf den vorderen Lenkwinkel.

$$F_{\delta}(s) = \frac{\delta_{\mathrm{h}}(s)}{\delta_{\mathrm{v}}(s)} = -\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot l - c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot m \cdot v^2}{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot l + c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot m \cdot v^2} \cdot \frac{1 + \dfrac{\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot v}{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot l - l_{\mathrm{v}} \cdot m \cdot v^2} \cdot s}{1 + \dfrac{\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot v}{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot l + l_{\mathrm{h}} \cdot m \cdot v^2} \cdot s} \quad (2.314)$$

Zur besseren Übersichtlichkeit werden folgende Proportionalkonstanten und Zeitkonstanten definiert:

$$P_{\mathrm{h}} = -\frac{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot l - c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot m \cdot v^2}{c_{\mathrm{sv}} \cdot c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot l + c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot m \cdot v^2} \quad (2.315)$$

$$T_{\mathrm{D}} = \frac{\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot v}{c_{\mathrm{sh}} \cdot l_{\mathrm{h}} \cdot l - l_{\mathrm{v}} \cdot m \cdot v^2} \quad (2.316)$$

$$T_1 = \frac{\Theta_{\mathrm{Z}} \cdot v}{c_{\mathrm{sv}} \cdot l_{\mathrm{v}} \cdot l + l_{\mathrm{h}} \cdot m \cdot v^2} \quad (2.317)$$

Damit wird die Übertragungsfunktion zu:

$$F_{\delta}(s) = \frac{\delta_{\mathrm{h}}(s)}{\delta_{\mathrm{v}}(s)} = P_{\mathrm{h}} \cdot \frac{1 + T_{\mathrm{D}} \cdot s}{1 + T_1 \cdot s} \quad (2.318)$$

Auch hier kann wie in Abschnitt 2.5.3.8 mit dem Vergleich zu linearen Regelkreisgliedern aus der Regelungstechnik das Verhalten beschrieben werden. Für die Schwimmwinkelkompensation entspricht diese Übertragungsfunktion dem Verhalten eines PDT_1-Elements mit dem Verstärkungsfaktor des Proportionalanteils P_{h}, der Zeitkonstante des *D*-Anteils T_{D} sowie der Verzögerungskonstanten T_1 [34]. Direkt zu erkennen ist, dass die Übersetzung zwischen vorderem und hinterem Lenkwinkel geschwindigkeitsabhängig ist.
In **Bild 2-110** wird ein Kennfeld dargestellt, welches nur für positive Schwimmwinkel gilt. Für instationäre Fahrzustände (Einlenken, Lenkwinkelsprung usw.) ist gemäß Gl. (2.318) ein spezifisches Zeitverhalten in der Ansteuerung erforderlich. Zu beachten ist bei der gesamten Herleitung, dass die Zusammenhänge auf modellhaften Vorstellungen basieren und z.B. das nichtlineare Verhalten der Reifen oder elastokinematische Vorgänge noch nicht berücksichtigt sind.
In **Bild 2-111** werden experimentelle Ergebnisse eines Fahrzeugs mit einer Hinterradlenkung zur Schwimmwinkelkompensation dargestellt.

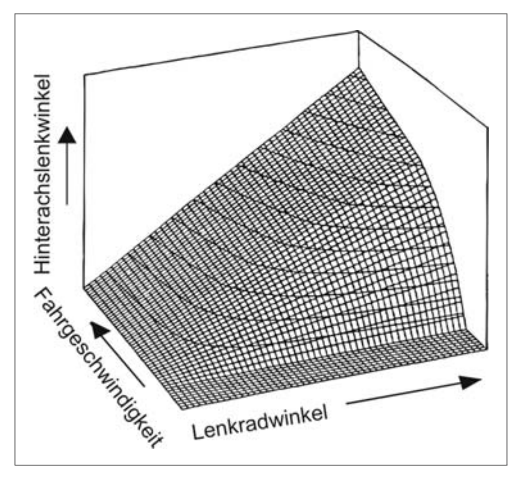


Bild 2-110: Mögliches Kennfeld für eine Schwimmwinkelkompensation [15]

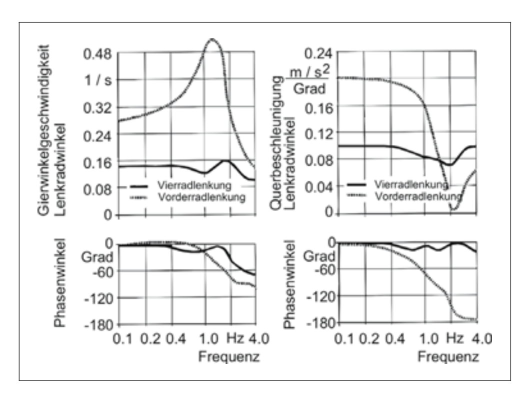


Bild 2-111: Frequenzgänge mit und ohne Schwimmwinkelkompensation durch die Hinterachs-Lenkung [37]

Durch das gegensinnige Einlenken an der Hinterachse ist per se ein größerer Lenkwinkelbedarf an der Vorderachse vorhanden, da durch die geometrischen Zusammenhänge bereits der stationäre Gierverstärkungsfaktor verringert wird. Dieses ist durch eine direktere Lenkübersetzung an der Vorderachse zu kompensieren.

Im Bereich der Giereigenfrequenz zeigt das Fahrzeug ohne Hinterradlenkung einen sehr deutlichen Überschwinger, was auf eine geringe Gierdämpfung hinweist. Das Fahrzeug wird bei schnellen Lenkbewegungen dazu tendieren, nachzuschwingen, was natürlich die Fahrstabilität beeinträchtigt [15].

Beim Fahrzeug mit Hinterradlenkung sieht man ein komplett verschiedenes Ergebnis. Eine Resonanzerhöhung ist praktisch nicht vorhanden, die Gierdämpfung ist sehr hoch.

Sehr deutlich werden die Unterschiede im Phasengang der Querbeschleunigung. Der Phasenverzug ist bei einem konventionellen Fahrzeug sehr groß (z.B. 90° bei ca. 1,1 Hz), während er bei gleicher Frequenz nur 15° mit einer zusätzlichen Hinterradlenkung beträgt. Der Effekt des Nachdrängens des Fahrzeugs ist also weniger stark ausgeprägt [15].

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass eine zusätzliche Hinterradlenkung ein großes Potential hat, das Fahrverhalten entscheidend zu verändern, und somit den Fahrer bei seiner Stabilisierungsaufgabe sehr stark entlasten kann. Die hier dargestellte Schwimmwinkelkompensation ist nur eine von vielen Möglichkeiten, wie eine Hinterradlenkung in das Fahrzeugkonzept eingebunden werden kann. Insbesondere vor dem Hintergrund der stetig wachsenden Verbreitung aktiver, elektronischer Fahrdynamikregelsysteme kann die Hinterradlenkung in den Verbund der aktiven Reglersysteme aufgenommen werden und einen wichtigen Beitrag zur Verbesserung der Fahrstabilität liefern. Die rasante Entwicklung im Bereich der elektrischen Lenksysteme (s. Abschnitt 3.4), die ohne hydraulische Versorgung auskommen, macht den Einsatz der Hinterachslenkung noch attraktiver.

2.5.3.10 Frequenzgangbetrachtung bei variierten Fahrzeugkonfigurationen

Mit Hilfe des Programmpakets Matlab/Simulink werden die Übertragungsfunktionen für die Giergeschwindigkeit sowie für die Querbeschleunigung in der Rechensimulation abgebildet. Für die Betrachtung der Variationen werden die Parameter Fahrgeschwindigkeit, Gierträgheitsmoment sowie Schräglaufsteifigkeit der Hinterachse schrittweise verändert [15].

Variation der Fahrgeschwindigkeit v:
Zunächst wird in der Simulation die Fahrgeschwindigkeit variiert, so dass die Abhängigkeit der Fahrzeugantwort auf die Fahrgeschwindigkeit sichtbar wird. Es wird jeweils der Amplituden- und Phasengang für die Gierwinkelgeschwindigkeit sowie die Querbeschleunigung dargestellt.

Der stationäre Gierverstärkungsfaktor aus Gl. (2.279) sowie der ähnlich aufgebaute stationäre Verstärkungsfaktor für die Querbeschleunigung können in den Amplitudengängen wieder gefunden werden (stationäre Verhältnisse bei $f = 0$ Hz).

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{\text{stat}} = \frac{v}{l + EG \cdot v^2} \tag{2.319}$$

$$\left(\frac{a_{\text{y}}}{\delta}\right)_{\text{stat}} = \frac{v^2}{l + EG \cdot v^2} \tag{2.320}$$

Wie aus Gl. (2.319) sowie in **Bild 2-112** zu erkennen ist, steigt der stationäre Gierverstärkungsfaktor mit steigender Fahrgeschwindigkeit. Beide Amplitudenkurven fallen mit steigenden Frequenzen ab und gehen asymptotisch gegen einen Grenzwert. Die Phasenverzüge steigen in beiden Phasengängen mit steigender Geschwindigkeit. Das bedeutet, dass das Fahrzeug mit steigender Fahrgeschwindigkeit träger auf Lenkwinkeleingaben reagiert.

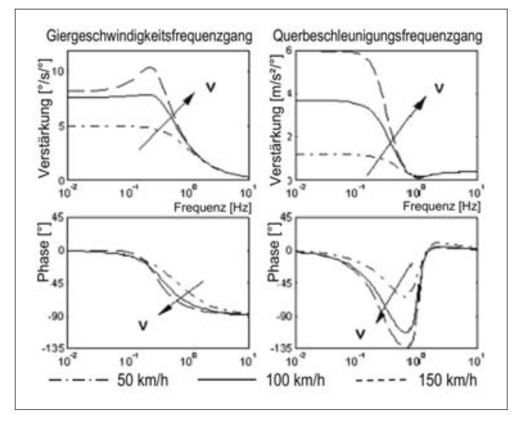


Bild 2-112: Frequenzgang, Variation der Fahrgeschwindigkeit [15]

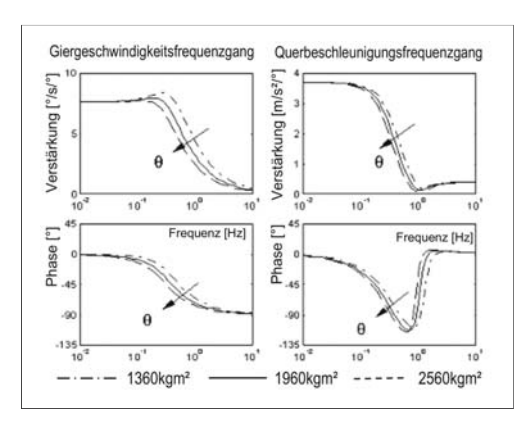


Bild 2-113: Frequenzgangfunktionen unter Variation des Gierträgheitsmomentes [15]

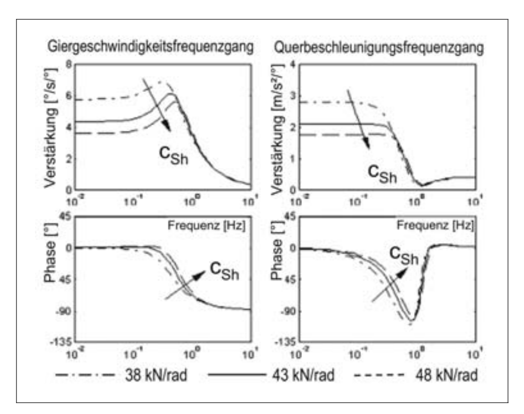


Bild 2-114: Frequenzgangfunktionen unter Variation der hinteren Schräglaufsteifigkeit [15]

Variation des Gierträgheitsmomentes

Die nächste Simulationsvariante variiert das Gierträgheitsmoment in drei Schritten (**Bild 2-113**):

Betrachtet man die stationären Verstärkungsfaktoren aus Gl. (2.319) und Gl. (2.320), so ist zu erkennen, dass das Gierträgheitsmoment keinen Einfluss auf die stationären Zustände hat. Daher sind diese jeweils bei $f = 0$ Hz gleich groß.

Die Amplitudengänge fallen generell bei steigender Erregerfrequenz ab und gehen auch hier asymptotisch gegen einen Grenzwert. Der Einfluss des Gierträgheitsmoments ist sichtbar. Die Maxima der beiden Amplitudengänge verändern sich mit steigendem Trägheitsmoment zu kleineren Erregerfrequenzen. Im Umkehrschluss fallen die Amplituden bei niedrigeren Frequenzen ab, wenn das Gierträgheitsmoment steigt.

Auf die Phasengänge hat das Gierträgheitsmoment ebenfalls einen signifikanten Einfluss. Wie nicht anders zu erwarten war, steigt der Phasenverzug mit steigendem Gierträgheitsmoment. Das Fahrverhalten wird träger.

Variation der hinteren Schräglaufsteifigkeit

Im letzten Schritt wird die hintere effektive Schräglaufsteifigkeit c_{sh} variiert. Mit dieser Schräglaufsteifigkeit wird direkt das Eigenlenkverhalten (Eigenlenkgradient *EG*) variiert. Welche Einflüsse dieses auf die Übertragungsfunktionen hat, wird in den folgenden Frequenzgängen sichtbar, **Bild 2-114** .

Der Eigenlenkgradient hat Einfluss auf die stationären Verstärkungsfaktoren, siehe die Gln. (2.319) und (2.320). Dementsprechend haben die Amplitudengänge jeweils einen unterschiedlichen Startwert bei unterschiedlicher Schräglaufsteife. Mit steigender Schräglaufsteifigkeit steigt die Untersteuerneigung, so dass einhergehend die Gierverstärkung und die Übertragungsfunktion der Querbeschleunigung niedrigere Amplituden aufweist.

Die Phasenverzüge weisen ebenfalls geringere Werte bei steigender Untersteuertendenz auf. Damit erfüllt die Variante mit der höchsten hinteren Schräglaufsteifigkeit die Anforderung, dass der Phasenverzug möglichst erst bei höheren Frequenzen stattfinden soll. Allerdings ist im Amplitudengang der Gierverstärkung der höchste Überschwinger bei dieser Konfiguration sichtbar.

Generell ist bei diesen Simulationen zu beachten, dass sie „nur“ für die dargestellten Modellgleichungen gelten. Reale Fahrzeuge haben eine Vielzahl weiterer Einflussgrößen, die hauptsächlich nichtlinear das Fahrverhalten beeinflussen. Insbesondere gilt dies für die nichtlinearen Reifeneigenschaften.

2.5.3.11 Zweispurmodell

In Abschnitt 2.4.5.5 wurde bereits ein Zweispur-Federungsmodell eingeführt. Dieses weist bereits die Freiheitsgrade Wanken und Nicken auf. Auch für die Betrachtung der Querdynamik sind Zweispurmodelle sehr wichtig. Gegenüber den bereits in den vorherigen Kapiteln diskutierten Einspurmodellen erfahren diese nämlich z.B. Radlastschwankungen dadurch, dass der Schwerpunkt nun nicht mehr auf Fahrbahnhöhe angenommen wird. Der Aufbau wankt, so dass der Einsatz von Stabilisatoren diskutiert wird, was sehr entscheidende Auswirkungen auf das Fahrverhalten hat.

Im Zweispurmodell sind weiterhin Betrachtungen von radselektiven Eingriffen im Gegensatz zum Einspurmodell möglich. So kann z.B. ein bremsenbasiertes Stabilisierungsprogramm (ESP) im Zweispurmodell angewendet bzw. untersucht werden. Eine radselektive Bremskraft führt im Zweispurmodell direkt zu einem (korrigierenden) Giermoment.

Einhergehend mit der stärkeren Detailtreue werden für Zweispurmodelle in der Simulation und Berechnung nichtlineare Reifenmodelle (s. Abschnitt 2.2.2) ver-

wendet, die insbesondere im Zusammenspiel mit dem Stabilisator einen wichtigen Einfluss auf die Betrachtung der Fahrdynamik im Grenzbereich haben. Je nach Anwendungsfall wird das Zweispurmodell um wichtige Eigenschaften wie Elastokinematik oder Elastizitäten im Lenkstrang erweitert. Das Einspurmodell weist zwar nicht diesen Detaillierungsgrad auf, dafür können insbesondere die linearisierten Einspurmodelle analytisch untersucht werden (Abschnitt 2.5.3.1).

Dieser analytischen Untersuchungsmöglichkeit entzieht sich das nun vorgestellte Zweispurmodell, da es dafür zu komplex ist. Allerdings können mit Hilfe moderner Rechenprogramme (Mehrkörpersysteme wie ADAMS oder SIMPACK oder Simulationsprogramme wie Matlab/Simulink) Zweispurmodelle modelliert und die Ergebnisse ausgewertet werden.

In der jeweiligen Simulationsumgebung kann der Modellierungsgrad beliebig verfeinert werden. Am Lenkrad kann entweder ein einfacher Lenkverlauf (Sinus, Lenkwinkelsprung) oder ein „Fahrerregler“ angeschlossen werden, der die komplexeren Fahreraufgaben bewältigen bzw. regeln kann (doppelter Fahrspurwechsel). Die für die Untersuchung des Fahrverhaltens notwendigen und passenden Fahrmanöver werden detailliert in Abschnitt 2.8.5 beschrieben.

Am Radaufstandspunkt können beliebige Fahrbahnprofile oder Fahrbahnunebenheiten angreifen. Diese können sogar stochastischer Natur sein und dabei einen gewünschten Unebenheitsgrad und eine gewünschte Welligkeit aufweisen, s. Abschnitt 2.4.3.5.

Im Folgenden wird ein relativ einfaches Zweispurmodell vorgestellt, mit dem sich aber bereits viele grundsätzliche Untersuchungen durchführen lassen.

Wie in **Bild 2-115** zu erkennen ist, weist das Fahrzeug an Vorder- und Hinterachse einen Wankpol auf. Beim Wankpol handelt es sich um den achsenspezifischen Momentanpol der Bewegung der zu dieser Achse gehörenden Räder. Dieser Momentanpol ist zugleich bei Kraft- und Momentengleichgewichten als Kraftangriffspunkt aufzufassen, über den Kräfte zwischen Radaufhängung und dem Aufbau übertragen werden.

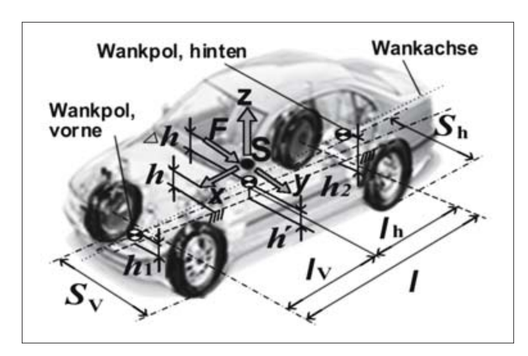


Bild 2-115: Zweispurmodell für die Untersuchung des Fahrverhaltens

Weiterhin ist der Wankpol der Punkt, um den der Fahrzeugaufbau unter Querbeschleunigung seinen Wankwinkel aufbaut [21]. Die Verbindungslinie zwischen dem vorderen und dem hinteren Wankpol wird als Wankachse bezeichnet. Mit dem Abstand des Schwerpunkts zur Wankachse wird der Fahrzeugaufbau ein Wankmoment um diese Wankachse aufbauen, **Bild 2-116**.

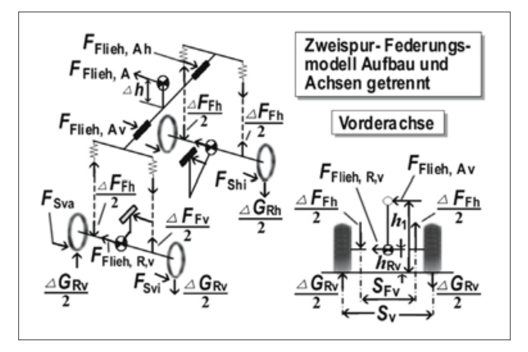


Bild 2-116: Kräfte am Zweispurmodell

An den einzelnen Rädern wirken die jeweiligen Seitenkräfte sowie die Radlastdifferenzen. Bei den Radlastdifferenzen handelt es sich um diejenigen Kraftanteile, die durch Änderungen des Fahrzustands gegenüber dem Ausgangszustand entstehen. So führt eine Verzögerung oder eine Beschleunigung zu einer Achslastverschiebung zwischen Vorder- und Hinterachse.

Zu einer Radlastverschiebung zwischen der linken und rechten Fahrzeugseite kommt es, wenn das Fahrzeug unter Querbeschleunigung fährt. Die statischen Radlasten sowie die Gesamtmasse, wie sie im Ausgangszustand vorliegen, werden der Übersichtlichkeit halber in den folgenden Betrachtungen herausgerechnet.

Im Schwerpunkt greift die Fliehkraft an, die durch die Querbeschleunigung entsteht. Diese wird direkt in die beiden Anteile für den vorderen und hinteren Aufbauteil aufgesplittet, so dass eine achsweise Betrachtung der resultierenden Effekte möglich wird. Die vorderen und hinteren Achssysteme weisen jeweils auch eine Masse auf, die natürlich ebenfalls der Zentripetalbeschleunigung unterliegt.

Es wird vereinfachend angenommen, dass sich die Lage der Wankpole bei einer Einfederbewegung nicht ändert und dass lineare Federkennungen vorliegen. Weiterhin wird bei den Bewegungen von kleinen Winkeln ausgegangen [15].

Mit den in **Bild 2-116** dargestellten Kräften lassen sich für Vorder- und Hinterachse Momentengleichgewichte aufstellen. Unter der Verwendung von Größen aus **Tabelle 2-15** gilt für die Hinterachse:

Tabelle 2-15: Verwendete Größen

$F_{\text{Flieh,Ah}}$	Abzustützender Anteil der Aufbaufliehkraft an der Hinterachse. Es gilt: $F_{\text{Flieh,Ah}} = m_A \cdot a_y \cdot l_v / l$
h_2	Wankpolhöhe an der Hinterachse
$F_{\text{Flieh,Rh}}$	Fliehkraft der Hinterachsmasse.Es gilt: $F_{\text{Flieh,Rh}} = m_{\text{Rh}} \cdot a_y$
h_{Rh}	Achsschwerpunkt Hinterachse über Fahrbahn
ΔF_{Fh}	Federkraftdifferenz an der Hinterachse bei einer Wankbewegung
s_{Fh}	Hinterachse Spurweite zwischen den Federn
ΔG_{Rh}	Hinterachse Radlastdifferenz unter Querbeschleunigung.
s_h	Spurweite an der Hinterachse

$$\sum M_{\text{HA}} \overset{!}{=} 0 = F_{\text{Flieh,Ah}} \cdot h_2 + F_{\text{Flieh,Rh}} \cdot h_{\text{Rh}} + 2 \cdot \frac{\Delta F_{\text{Fh}}}{2} \cdot \frac{s_{\text{Fh}}}{2} - 2 \cdot \frac{\Delta G_{\text{Rh}}}{2} \cdot \frac{s_h}{2} \quad (2.321)$$

$$\frac{\Delta F_{\text{Fh}}}{2} = c_{\text{Ah}} \cdot \Delta f_h + c_{\text{Stab,h}} \cdot \Delta f_{\text{Stab,h}} \quad (2.322)$$

Für die effektiven Federwege gilt ein einfacher geometrischer Zusammenhang mit dem Wankwinkel:

$$\frac{\Delta F_{\text{Fh}}}{2} = c_{\text{Ah}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Fh}}}{2} + c_{\text{Stab,h}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Stab,h}}}{2} \quad (2.323)$$

Der Wankwinkel ist bei einem als starr angenommen Fahrzeugaufbau an Vorder- und Hinterachse gleich. Wankwinkel φ sowie die Aufbaufliehkraft stehen in folgendem Zusammenhang, siehe Gl. (2.175).

$$\varphi = \frac{2 \cdot \Delta h \cdot F_{\text{Flieh,A}}}{c_{\text{Av}} \cdot s_{\text{Fv}}^2 + c_{\text{Ah}} \cdot s_{\text{Fh}}^2 + c_{\text{stab,v}} \cdot s_{\text{stab,v}}^2 + c_{\text{stab,h}} \cdot s_{\text{stab,h}}^2} \quad (2.324)$$

Aus Gl. (2.321) erhält man durch Umformung eine Gleichung für die Radlastdifferenz:

$$\Delta G_{\text{Rh}} = F_{\text{Flieh,Ah}} \cdot \frac{2 \cdot h_2}{s_h} + F_{\text{Flieh,Rh}} \cdot \frac{2 \cdot h_{\text{Rh}}}{s_h} + \Delta F_{\text{Fh}} \cdot \frac{s_{\text{Fh}}}{s_h} \quad (2.325)$$

Zusammen mit Gl. (2.323) ergibt sich folgende, wichtige Gleichung zur Radlastdifferenz an der Hinterachse:

$$\Delta G_{\text{Rh}} = F_{\text{Flieh,Ah}} \cdot \frac{2 \cdot h_2}{s_h} + F_{\text{Flieh,Rh}} \cdot \frac{2 \cdot h_{\text{Rh}}}{s_h} + c_{\text{Ah}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Fh}} \cdot s_{\text{Fh}}}{s_h} + c_{\text{Stab,h}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Stab,h}} \cdot s_{\text{Fh}}}{s_h} \quad (2.326)$$

Für die Vorderachse gilt eine identische Herleitung:

$$\Delta G_{\text{Rv}} = F_{\text{Flieh,Av}} \cdot \frac{2 \cdot h_1}{s_v} + F_{\text{Flieh,Rv}} \cdot \frac{2 \cdot h_{\text{Rv}}}{s_v} + c_{\text{Av}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Fv}}^2}{s_v} + c_{\text{Stab,v}} \cdot \varphi \cdot \frac{s_{\text{Stab,v}} \cdot s_{\text{Fv}}}{s_v} \quad (2.327)$$

Die effektive, resultierende Radlast setzt sich wie erwähnt pro Rad aus einem stationären (Ausgangszustand) und einem dynamischen Anteil (Längs- und Querdynamik) zusammen. Generell gilt:

$$G_{\text{ij}} = \frac{1}{2} \cdot G_{\text{stat,j}} \pm \frac{1}{2} \cdot \Delta G_{\text{dyn,j}} \quad (2.328)$$

Die jeweilige stationäre Achslast ergibt sich aus dem Gesamtgewicht sowie der Gesamtschwerpunktlage in Längsrichtung. Für die vier einzelnen Radlasten gilt für
vorne außen:

$$G_{\text{Rva}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ges}} \cdot g \cdot \frac{l_h}{l} + \frac{1}{2} \cdot \Delta G_{\text{Rv}} \quad (2.329)$$

vorne innen:

$$G_{\text{Rvi}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ges}} \cdot g \cdot \frac{l_h}{l} - \frac{1}{2} \cdot \Delta G_{\text{Rv}} \quad (2.330)$$

hinten außen:

$$G_{\text{Rha}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ges}} \cdot g \cdot \frac{l_v}{l} + \frac{1}{2} \cdot \Delta G_{\text{Rh}} \quad (2.331)$$

hinten innen:

$$G_{\text{Rhi}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ges}} \cdot g \cdot \frac{l_v}{l} - \frac{1}{2} \cdot \Delta G_{\text{Rh}} \quad (2.332)$$

Das bedeutet, dass die Räder an der Außenseite der Kurve die deutlich höheren Seitenkräfte abzustützen haben, da die Radlast hier jeweils wesentlich höher ist als an der kurveninneren Seite.

$$\sum F_{\text{sv}} = F_{\text{svi}} + F_{\text{sva}} = F_{\text{Flieh,ges}} \cdot l_h / l \quad (2.333)$$

$$\sum F_{\text{sh}} = F_{\text{shi}} + F_{\text{sha}} = F_{\text{Flieh,ges}} \cdot l_v / l \quad (2.334)$$

Wichtig ist bei dieser Betrachtung, dass über die Seitenkräfte aller Räder die Fliehkraft des kompletten Fahrzeugs abzustützen ist.
Vereinfachend wird zunächst davon ausgegangen, dass die Schräglaufwinkel an beiden Rädern einer

Achse gleich groß sind. Somit lassen sich mit der statischen Achslast sowie der entstehenden Radlastdifferenz entweder die erreichbaren Reifenseitenkräfte ermitteln oder bei gegebener Querbeschleunigung (damit gegebener Fliehkraft) die notwendigen Schräglaufwinkel.

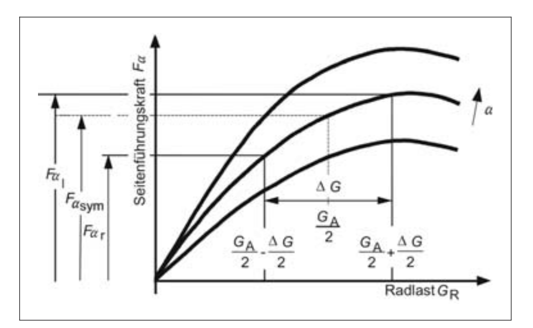


Bild 2-117: Auswirkungen von Radlastdifferenzen in einem typischen Reifenkennfeld [15]

Der hier dargestellte Verlauf der Seitenführungskraft durch Schräglaufwinkel ist typisch für normale Fahrzeugreifen. Die Seitenkraft ist ab einem bestimmten Bereich stark degressiv über der Radlast bzw. über dem Schräglaufwinkel. In der Praxis heißt dies, dass es bei höheren Radlasten zu einer Seitenkraftsättigung kommt und ab dem Seitenkraftmaximum die Seitenkraft sogar wieder abnimmt.

Ausgehend von einem theoretischen, symmetrischen Ruhezustand könnten die beiden Reifen einer Achse jeweils die gleiche Seitenführungskraft übertragen (hier $F_{\alpha,\mathrm{sym}}$). Bewegt man sich nun von diesem Arbeitspunkt mit den Radlastdifferenzen nach rechts und links, so lässt sich getrennt für jedes Rad die jeweilige Seitenführungskraft ablesen. Man erkennt direkt, dass man im degressiven Bereich des Reifenkennfeldes auf jeden Fall mit sinkender Radlast (kurveninnen) mehr Seitenführungskraft reduziert als man mit steigender Radlast (kurvenaußen) hinzugewinnt. Es gilt also:

$$2 \cdot F_{\alpha,\mathrm{sym}} > F_{\alpha\mathrm{i}} + F_{\alpha\mathrm{a}} \qquad (2.335)$$

Das bedeutet, dass durch eine große Radlastdifferenz an einer betrachteten Fahrzeugachse zwangsläufig das Seitenkraftpotential absinken muss.

2.5.3.12 Parametervariation

Zur Verdeutlichung der fahrdynamischen Zusammenhänge beim Zweispur-Modell wird eine Parametervariation vorgestellt [1].

Im Grundzustand (Variation 0) hat das folgende Daten:

Gesamtmasse des Fahrzeugs:	m_{ges}	=	1678 kg
Radmasse:	m_{Rad}	=	35 kg
Radstand:	l	=	2680 mm
Spurweite vorn/hinten:	$s_{\mathrm{v}} = s_{\mathrm{h}}$	=	1520 mm
Schwerpunktlage:	l_{v}	=	1080 mm
	l_{h}	=	1600 mm
Schwerpunkthöhe:	h	=	520 mm
Wankpolhöhen:	$h_1 = h_2$	=	0 mm

Bild 2-118 zeigt die Simulationsergebnisse für die Nullversion bei stationärer Kreisfahrt.

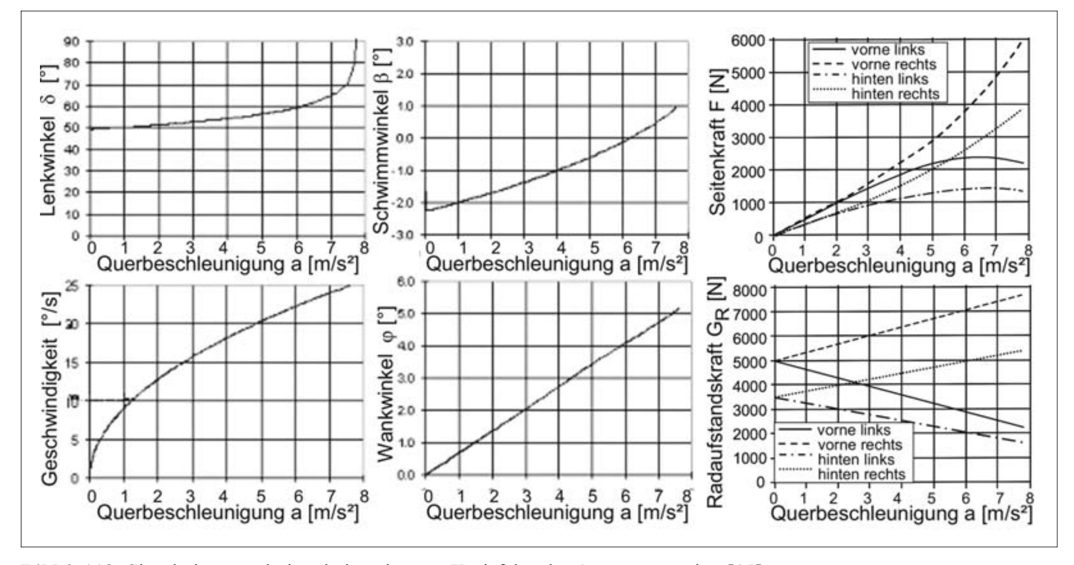


Bild 2-118: Simulationsergebnisse bei stationärer Kreisfahrt der Ausgangsversion [15]

Zur Beschreibung der stationären Lenkeigenschaften werden folgende Größen betrachtet:

Lenkradwinkel: $\delta_H = f(a_y)$

Schwimmwinkel: $\beta = f(a_y)$

Wankwinkel: $\varphi = f(a_y)$

Gierwinkelgeschwindigkeit: $\dot{\psi} = f(a_y)$

Die stationäre Kreisfahrt wird zunächst dazu verwendet, den Lenkwinkelbedarf unter steigender Querbeschleunigung zu ermitteln. Wie in **Bild 2-118** oben links zu erkennen ist, steigt der Lenkwinkel zunächst zwar linear an, wird dann aber bei höherer Querbeschleunigung stark progressiv. Die Ausgangsversion dieser Parameterstudie ist also untersteuernd ausgelegt. Aus dem linearen Teil der Kurve für den Lenkwinkelbedarf lässt sich gemäß Gl. (2.278) der so genannte Eigenlenkgradient unter Berücksichtigung der Lenkübersetzung (i_{Lenk} = 13) ablesen: EG = 0,0017 rad/(m/s^2). Der stationäre Gierverstärkungsfaktor nach **Bild 2-108** ist hier ebenfalls abzulesen. Im linearen Bereich der Fahrdynamik gilt:

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta}\right)_{stat} = \frac{v}{l + EG \cdot v^2}$$

Damit ergibt sich der folgende Verlauf des Gierverstärkungsfaktor über der Geschwindigkeit, (**Bild 2-119**).

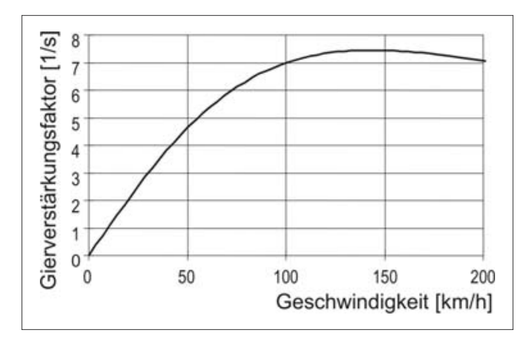


Bild 2-119: Gierverstärkungsfaktor als Funktion der Fahrgeschwindigkeit [15]

Das Maximum dieser Kurve und damit die gierfreudigste Geschwindigkeit liegen leicht oberhalb der eigentlich geforderten 65 bis 100 km/h.

Weiterhin ist der Schwimmwinkelverlauf dargestellt. Wie **Bild 2-118** zeigt, ist der Schwimmwinkel bei langsamer Kurvenfahrt zunächst negativ und wird erst bei höheren Querbeschleunigungen einen Nulldurchgang aufweisen. Dann befindet sich der Kurvenmittelpunkt vor der Schwerpunktlinie. Bei Beginn der Kurvenfahrt folgt der Schwimmwinkel der einfachen geometrischen Beziehung:

$$\beta_0 = \frac{l_h}{r} = -2,2° \tag{2.336}$$

Der Nulldurchgang wird im vorliegenden Fall erst bei ca. 6 m/s² erreicht. Dann liegen Fahrzeuglängsachse und Bahntangente auf einer gemeinsamen Geraden. Darüber hinaus zeigt die Fahrzeuglängsachse bei höheren Querbeschleunigungen in den Bahnradius hinein, der Schwimmwinkel wird gemäß Definition positiv.

Variation der Schwerpunkthöhe (Variante 1)

In dieser Variation wird die Schwerpunkthöhe bis auf die Fahrbahn abgesenkt und entspricht damit den Zuständen beim Einspurmodell. Die Simulationsergebnisse sind in Folge dargestellt, **Bild 2-120**.

Signifikant ist der Unterschied im Eigenlenkverhalten bzw. im dargestellten Lenkwinkelbedarf. Gegenüber der Nullversion zeigt die Version 1 eine wesentlich geringer ausgeprägte Untersteuertendenz. Dieses Verhalten entspricht in etwa dem eines Einspurmodells.

Im Zeitbereich sind bei der Version 1 geringer ausgeprägte Überschwinger in der Giergeschwindigkeit und im Schwimmwinkel zu erkennen, was auf eine höhere Gierdämpfung hindeutet.

Die Begründung für dieses Verhalten ist im Wesentlichen bereits im Abschnitt 2.5.3.11 erklärt. Durch das Absenken der Schwerpunkthöhe werden die entstehenden Radlastdifferenzen ausgehend vom realen Wert bis auf Null abgesenkt. Durch hohe Radlastdifferenzen sinkt das übertragbare Seitenkraftpotential, die effektive Schräglaufsteifigkeit sinkt also mit steigender Radlastdifferenz und macht sich daher hier deutlich bemerkbar.

Variation der Schwerpunktlage in Längsrichtung (Variante 2)

In dieser Variante wird der Schwerpunkt gegenüber der Nullversion in Längsrichtung zurückverlegt, befindet sich aber immer noch im vorderen Teil des Fahrzeugs.

Hier ist eine leichte Minderung der Untersteuertendenz der Variante 2 gegenüber der Nullvariante zu erkennen. Im Zeitbereich ist eine etwas bessere Gierdämpfung zu erkennen.

Auch hier ist das degressive Reifenverhalten für dieses Verhalten verantwortlich. Durch eine Vergrößerung des Schwerpunktsabstands von der Vorderachse wird die Achslast an der Vorderachse verringert, der Ausgangspunkt bezüglich der Radlast wandert im Reifenkennfeld nach links. Die effektive Schräglaufsteifigkeit an der Vorderachse nimmt dadurch zu, weil der Einfluss des degressiven Bereichs kleiner wird. Die Zunahme ist allerdings nicht so groß wie die Zunahme des Schwerpunktabstands.

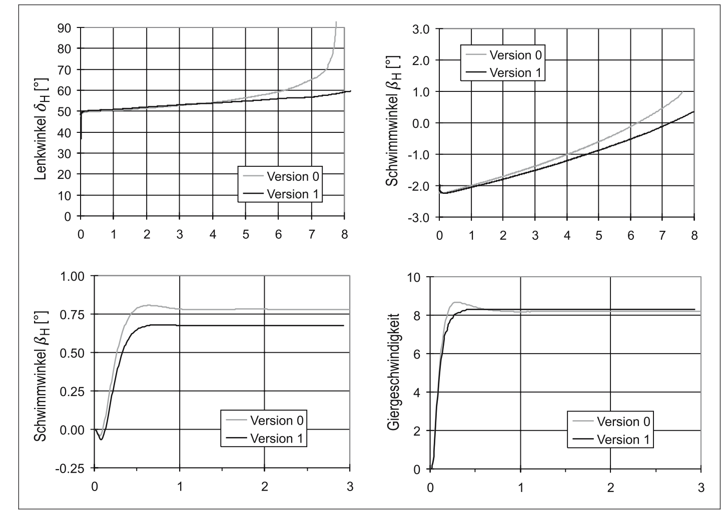


Bild 2-120:
Simulationsergebnisse bei abgesenkter Schwerpunkthöhe (Variante 1) [15]

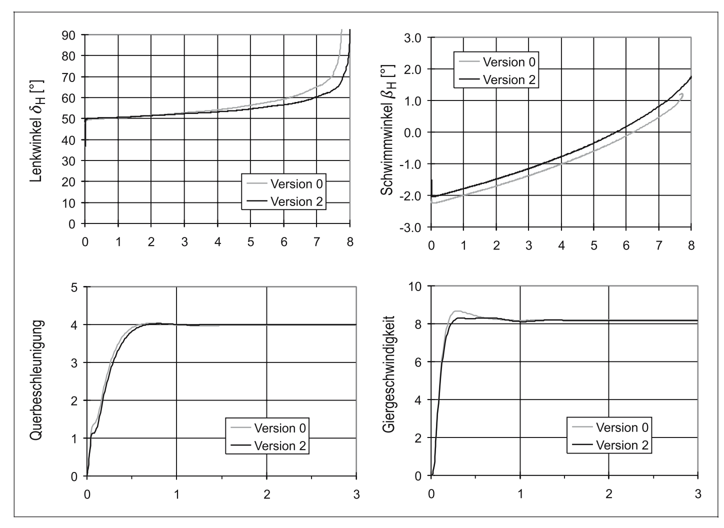


Bild 2-121:
Simulationsergebnisse bei veränderter Schwerpunktlage (Variante 2) [15]

Variation der Wankachse (Variante 3)
Wie beschrieben wird sich der Aufbau unter Querbeschleunigung um die so genannte Wankachse neigen. Bei der Nullversion liegen die Wankpole auf der Fahrbahn, daher liegt auch die Wankachse auf Fahrbahnhöhe. In dieser Variante wird der vordere Wankpol auf 0,15 m über der Fahrbahn angehoben. Damit ist die Wankachse nach hinten abfallend.
Da die Schwerpunkthöhe konstant bleibt, wird der Hebelarm Δh der Aufbauflichkraft um die Wankachse gegenüber der Nullversion kleiner.
Die direkten Folgen sind klar ersichtlich, **Bild 2-122**.
Der resultierende Wankwinkel wird gemäß Gl. (2.324) bei gleicher Querbeschleunigung kleiner. Wie in Gl. (2.326) sowie Gl. (2.327) zu erkennen ist, wird die Radlastdifferenz ebenfalls kleiner, da alle anderen Parameter der Radlastdifferenzgleichungen identisch bleiben.
Gemäß den Gleichungen (2.321 ff.) muss die gesamte Fahrzeugfliehkraft über die Summe der Radlastdifferenzen an Vorder- und Hinterachse kompensiert werden. Da also die Radlastdifferenz wegen des geringeren Wankwinkels und der ansonsten gleich bleibenden Parameter an der Hinterachse kleiner wird, muss die Radlastdifferenz an der Vorderachse entsprechend größer werden, siehe Gln. (2.326) sowie (2.327).
Daher nimmt also die Untersteuertendenz bei der Variante 3 noch weiter zu, da die effektive Schräglaufsteifigkeit der Vorderachse weiter abgesenkt wird. Die Gierdämpfung nimmt entsprechend auch etwas ab.

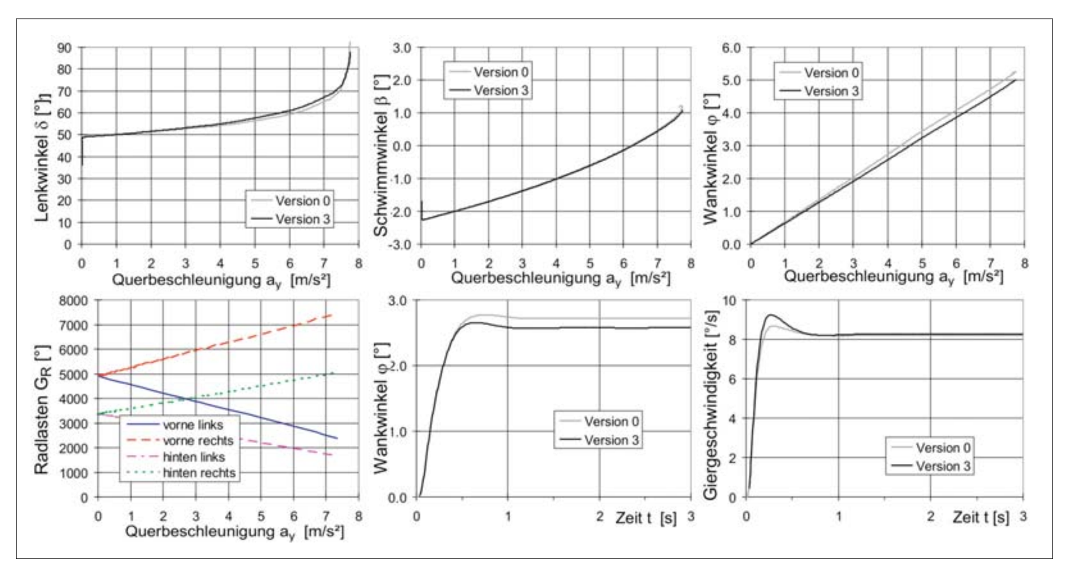


Bild 2-122: Simulationsergebnisse bei veränderter Wankachse (Variante 3) [15]

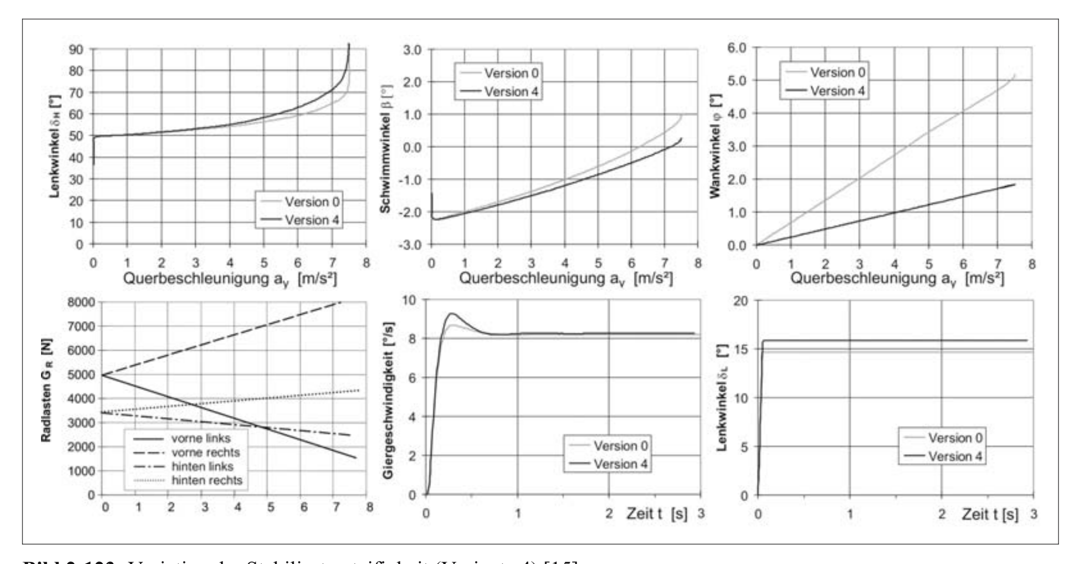


Bild 2-123: Variation der Stabilisatorsteifigkeit (Variante 4) [15]

Variation der Wankfederverteilung (Variante 4)
Gegenüber der Nullversion wird in dieser Variante die Stabilisatorsteifigkeit an der Vorderachse erhöht. Eine Erhöhung einer der beiden Stabilisatorsteifigkeiten führt per se in einem Fahrzeug zu einem niedrigeren Wankwinkel, siehe Gl. (2.315).

Allerdings hat der Einbauort der erhöhten Stabilisatorsteifigkeit einen entscheidenden Einfluss auf das Fahrverhalten und insbesondere auf das Eigenlenkverhalten.

Zur Abschätzung werden erneut die beiden Gleichungen für die Radlastdifferenz herangezogen, (2.326) sowie (2.327). Bei einer Erhöhung der Stabilisatorsteifigkeit an der Vorderachse wird die Radlastdifferenz an der Hinterachse kleiner, da hier nur der Wankwinkel verändert wird (Gl. (2.326). In Folge muss die Radlastdifferenz an der Vorderachse in gleichem Maße ansteigen, um weiterhin die gleiche Gesamtfliehkraft abzustützen. Den Einfluss einer höheren Stabilisatorsteifigkeit zeigt **Bild 2-124**.

Ein Stabilisator vergrößert de facto die Radlastdifferenzen an der betreffenden Achse und verringert daher ihre wirksame Schräglaufsteifigkeit. Die Simulationsergebnisse zeigen daher eine Erhöhung der

Untersteuertendenz gegenüber der Nullversion. Wie bereits erwähnt, hat der Stabilisator einen entscheidenden Einfluss auf das Fahrverhalten.

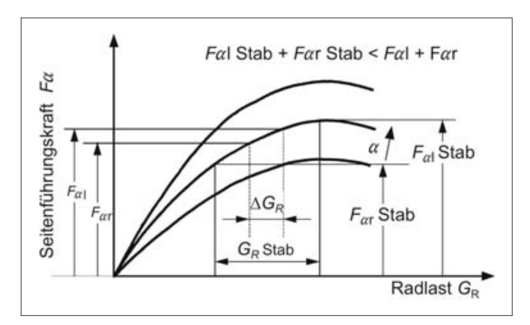


Bild 2-124: Einfluss des Stabilisators auf die Seitenführungskraft [15]

Er verringert nicht nur den resultierenden Wankwinkel, sondern kann durch geschickten Einsatz auch dazu verwendet werden, das Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs entscheidend zu verändern.
Eine Erhöhung der Stabilisatorsteifigkeit an der Vorderachse erhöht die Untersteuertendenz, eine Erhöhung an der Hinterachse verringert die Untersteuertendenz.

Variation des Antriebskonzepts (Variante 5)
Man kann bereits in der Variante 1 erkennen, dass der Lenkwinkelbedarf mit steigender Querbeschleunigung ansteigt. Dies lässt sich mit Einflüssen aus dem Antrieb erklären. Eine steigende Querbeschleunigung geht direkt einher mit einer erhöhten Fahrgeschwindigkeit und damit auch mit erhöhten Fahrwiderständen durch Luft- und Reibungswiderstand. Diese erhöhten Fahrtwiderstände müssen durch eine höhere Antriebskraft an der angetriebenen Achse kompensiert werden. Wie im Abschnitt 2.2.1.2, **Bild 2-53** (Krempeldiagramm), dargestellt, beeinflussen sich Längs- und Querkraft des Reifens, d.h., dass das Seitenkraftpotential unter erhöhter Längskraft reduziert wird. Dadurch wird die effektive Schräglaufsteifigkeit an der angetriebenen Achse reduziert.
Dieser Effekt ist bei kleinen Kurvengeschwindigkeiten und niedrigen Querbeschleunigungen noch sehr gering, wird aber bei höheren Querbeschleunigungen deutlich spürbar.
Bei einem Fahrzeug mit Vorderradantrieb wird daher die Untersteuertendenz noch durch das Antriebskonzept verstärkt [15]. Ein durch eine geeignete Parameterauswahl tendenziell untersteuerndes heckgetriebenes Fahrzeug kann dagegen durchaus ein lokal übersteuerndes Verhalten nach Bergmann (**Bild 2-101**) aufweisen.
Das hier zu beobachtende lokale Übersteuerverhalten ist dadurch zu erklären, dass die effektive Schräglaufsteifigkeit an der Hinterachse stärker reduziert wird als an der Vorderachse.
An der Hinterachse wird diese durch steigende Radlastdifferenz sowie durch die Erhöhung der Umfangskräfte (erhöhter Fahrtwiderstand) herabgesetzt, an der Vorderachse allein durch die steigende Radlastdifferenz.
Der Schräglaufwinkel an der Hinterachse steigt dadurch stark an, wodurch ein sehr großer Schwimmwinkel des Fahrzeugs resultiert. In Folge muss der Lenkwinkel an der Vorderachse zurückgenommen werden, um das Fahrzeug kursstabil zu halten.
Bei einem frontgetriebenen Fahrzeug setzt ein selbstsichernder Effekt ein. Die Untersteuertendenz nimmt immer weiter zu, der Bahnradius erhöht sich dabei.

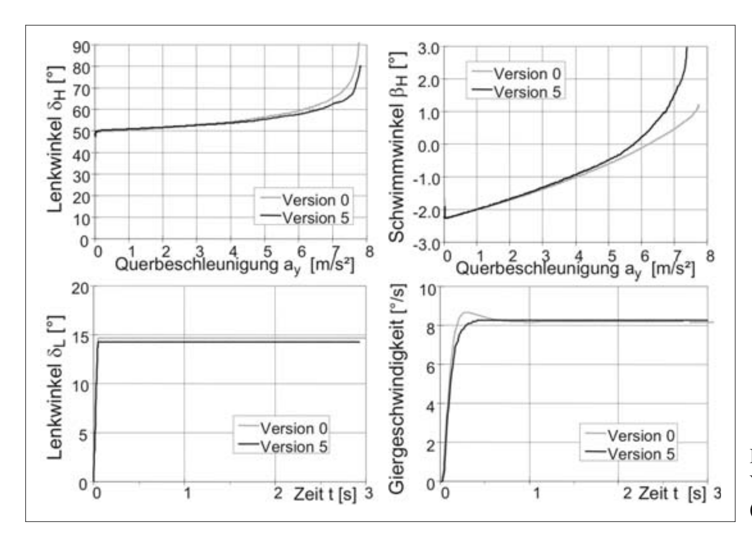


Bild 2-125: Variation des Antriebskonzeptes (Variante 5) [15]

Dadurch sinken die Querbeschleunigung und damit die einhergehende abzustützende Seitenkraft. Die Vorderachse verlässt unter diesem Einfluss den gesättigten Bereich der Seitenführungskraft und befindet sich wieder in einem stabilen Zustand.
Wie bereits in Abschnitt 2.5.3 beschrieben, zeigt das übersteuernde Fahrzeug ein Selbstverstärkungsverhalten im negativen Sinne. Durch das Einlenken in die Kurve wird der Übersteuereffekt in kürzester Zeit verstärkt. Ohne ein schnelles Gegenlenken ist das Fahrzeug instabil und beginnt, unkontrolliert zu schleudern.
Bei Fahrzeugen mit Allradantrieb hängt das Verhalten im Grenzbereich davon ab, wie die Antriebsmomente auf Vorder- und Hinterachse verteilt werden [15].
Generell lässt sich allerdings mit einem Allradfahrzeug eine etwas höhere Querbeschleunigung erreichen, da die Antriebskräfte auf Vorder- und Hinterrad verteilt werden.
In der Fahrzeugentwicklung gibt es das Bestreben, die Querbeschleunigungsfähigkeit der Fahrzeuge permanent zu erhöhen. Bei Betrachtung der grundsätzlichen theoretischen Zusammenhänge ist allerdings zu beachten, dass der Übergang vom Grenzbereich in den Bereich, in dem eine Kurshaltung praktisch nicht mehr möglich ist, dabei immer abrupter erfolgen muss. Die erreichbare Grenzquerbeschleunigung wird nämlich immer weiter der theoretisch möglichen Querbeschleunigung angenähert, die nur vom Reibwert abhängt. Es bleibt Aufgabe des Fahrwerkentwicklers, dass der Fahrer bei der Einschätzung des Grenzbereichs nicht überfordert wird. Weiterhin kann der Fahrer durch aktive Fahrwerksysteme bei seiner Fahraufgabe im Sinne eines Kursreglers unterstützt werden, Abschnitt 2.7.3.

2.6 Allgemeine Fahrdynamik

2.6.1 Wechselwirkungen zwischen Vertikal-, Längs- und Querdynamik

Im allgemeinen Fall der Fahrt entlang eines beliebigen Kurses auf beliebiger Fahrbahn kann die Vertikal-, Längs- und Querdynamik des Fahrzeugs nicht getrennt voneinander betrachtet werden. Es existieren Wechselwirkungen untereinander, die das Fahrverhalten zum Teil erheblich beeinflussen (**Bild 2-126**).
Bereits bei Betrachtung des Kraftübertragungsverhaltens von Fahrzeugreifen wurde deutlich, dass kombinierte Schlupfzustände, wie beispielsweise Beschleunigen oder Bremsen in der Kurve einen starken Einfluss auf den Seiten- und Längskraftaufbau haben, der den fast vollständigen Verlust der Seitenkraft zur Folge haben kann.

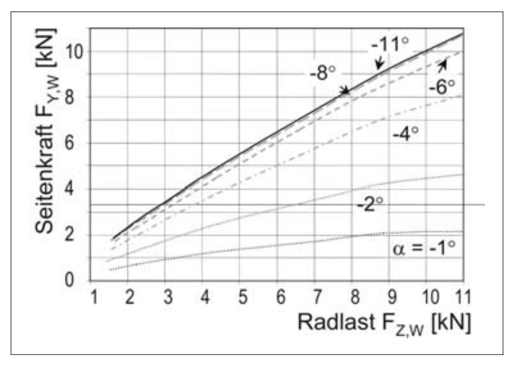


Bild 2-126: Degressiver Anstieg übertragbarer Seitenkräfte $F_{Y,W}$ mit zunehmender Radlast $F_{Z,W}$ [15]

Im Weiteren sollen daher folgende Wechselwirkungen näher untersucht werden:

- Vertikalkraftschwankungen und deren Einfluss auf die Reifen-Horizontalkräfte,
- Einfluss längsdynamischer Vorgänge auf die Querdynamik.

Vertikalkraftschwankungen

Bei Fahrt auf unebener Straße, im Gelände oder beim Überrollen von Fahrbahnhindernissen treten Schwankungen im Verlauf der Radaufstandskräfte $F_{Z,W}$ auf. Darüber hinaus führen Beschleunigungs- und Bremsvorgänge sowie Kurvenfahrten in Folge dynamischer Massenkräfte zu Veränderungen der Radaufstandskräfte $F_{Z,W}$.
Der Zusammenhang zwischen der Vertikalkraft $F_{Z,W}$ in der Reifenaufstandsfläche A_T und der übertragbaren Horizontalkraft $F_{H,W}$ ist nicht linear. Vielmehr nimmt die Horizontalkraft $F_{H,W}$ bei steigender Radlast $F_{Z,W}$ degressiv zu (**Bild 2-126**).
Doppelte Radlast $F_{Z,W}$ führt demnach nicht zu doppelter Seitenkraft $F_{Y,W}$ bzw. Längskraft $F_{X,W}$. Der dadurch in Summe bedingte Verlust an Seiten- und Längskraft muss durch größere Schräglaufwinkel bzw. erhöhten Umfangsschlupf kompensiert werden. Insbesondere im Hinblick auf die Querdynamik kann das Eigenlenkverhalten eines Fahrzeugs durch Lastwechsel und die dadurch bedingten Vertikalkraftschwankungen beeinflusst werden.
Fahrbahnunebenheiten führen ebenfalls zu dynamischen Vertikalkraftschwankungen. Bedingt durch den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Radlast und Seitenkraftaufbau führen Fahrbahnunebenheiten ebenfalls zum Verlust von Seitenkraftübertragungspotenzial. **Bild 2-127** macht dies am Beispiel einer sinusförmigen Vertikalkraftschwankung deutlich. Die in Summe übertragbare Seitenkraft ist geringer als sie es bei konstanter Radlast wäre. Gegenteiliges gilt für das Rückstellmoment. Es nimmt im Mittel zu.

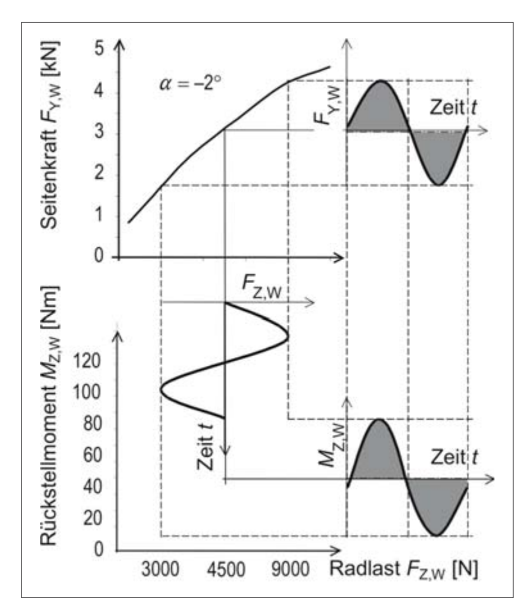


Bild 2-127: Seitenkraftverlust und Rückstellmomentänderung in Folge dynamischer Vertikalkraftänderungen [15]

Ein weiterer Effekt dynamischer Radlastschwankungen ist der Horizontalkraftverlust in Folge des transienten Reifenverhaltens (s. Abschnitt 2.2.1 und **Bild 2-54**). Abnehmende Radlast $F_{Z,W}$ macht sich im selben Moment durch entsprechenden Verlust von Umfangskraft $F_{X,W}$ bzw. Seitenkraft $F_{Y,W}$ bemerkbar. Zum Neuaufbau der Horizontalkräfte $F_{H,W}$ nach steigender Radlast $F_{Z,W}$ vergeht aufgrund des transienten Verhaltens und einer Reifen-Einlauflänge (PT_1-Verzögerer) eine gewisse Wegstrecke σ und somit Zeit.

Dieser Effekt ist nicht nur für Schlupf- und Schräglaufänderungen gültig, sondern betrifft auch Radlastschwankungen. Die im zeitlichen Mittel bei dynamischen Radlastschwankungen übertragbare Horizontalkraft $F_{H,W}$ liegt daher auch aufgrund des Einlaufverhaltens unter der, die bei konstanter Radlast erzeugbar wäre.

Ziel der Fahrwerkauslegung sollte es daher sein, durch geschickte Auswahl der Aufbaufederung und Aufbaudämpfung, durch Reduktion ungefederter Massen sowie Optimierung des einzustellenden Reifenfülldrucks, dynamische Radlastschwankungen in Folge Fahrbahnunbenheiten so gering wie möglich zu halten. Ebene Fahrbahnen tragen ebenso dazu bei, die Fahrsicherheit durch optimale Kraftschlussausnutzung zu erhöhen.

Kritische Fahrsituationen

Betrachtet man die Wechselwirkungen zwischen Längs-, Quer- und Vertikaldynamik, so sind vor allem die folgenden Fahrsituationen von Interesse:

- Beschleunigen in der Kurve,
- Bremsen in der Kurve,
- Lastwechsel (Gaswegnahme, Auskuppeln),
- Bremsen/Anfahren auf einer inhomogen Fahrbahnoberfläche (µ-Split).

Die ersten drei Fahrmanöver verursachen bei einer Kurvenfahrt eine querdynamische Fahrzeugreaktion, die vom Fahrer durch Lenkkorrekturen kompensiert werden muss [15]. Beim Bremsen bzw. Anfahren auf einer µ-Split-Fahrbahnoberfläche wirkt, hervorgerufen durch verschieden große Bremskräfte auf der linken und rechten Fahrzeugseite, ein Störgiermoment auf das Fahrzeug, dem der Fahrer ebenfalls durch Lenkkorrekturen entgegenwirken muss. Die vier aufgeführten Fahrmanöver sollen nun im Folgenden genauer betrachtet werden.

Bremsen in der Kurve

Bei der Betrachtung der Fahrzeugreaktion beim Bremsen in der Kurve ist zwischen geringen bis mittleren Verzögerungen und hohen Verzögerungen zu unterscheiden. Beim Bremsen mit geringer bis mittlerer Verzögerung wird die Wirkung des dem Bremsbeginn vorangegangenen Lastwechsels verstärkt, d.h. das Fahrzeug dreht sich stärker in die Kurve hinein. Die Fahrzeugreaktion wird wie beim Lastwechsel im wesentlichen durch das übersteuernd wirkende Giermoment bestimmt, das durch die dynamische Achslastverlagerung hervorgerufen wird.

Beim Bremsen mit mittleren bis hohen Verzögerungen hängt die Fahrzeugreaktion dagegen in zunehmendem Maße vom Einfluss der Reifenumfangskräfte auf die gleichzeitig übertragbaren Reifenseitenkräfte ab. Je nach Bremskraftverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse sind zwei Grenzfälle der Fahrzeugreaktion zu unterscheiden. Wird beim Bremsen in der Kurve die Hinterachse überbremst (d.h., der an der Hinterachse ausgenutzte Kraftschlussbeiwert ist größer als der an der Vorderachse), dann bricht das Fahrzeug bei Erreichen der Kraftschlussgrenze mit dem Heck aus und verliert damit die Gierstabilität. Wird dagegen die Vorderachse überbremst, verliert das Fahrzeug bei Erreichen der Kraftschlussgrenze zwar die Lenkbarkeit, behält aber die Gierstabilität und ist nach Lösen der Bremse wieder zu beherrschen [15].

Um die Gierstabilität zu gewährleisten, ist demnach eine Bremskraftverteilung mit einem ausreichenden Sicherheitsabstand zwischen der Kurve der installierten Bremskraftverteilung und der Parabel der idealen Bremskraftverteilung bei Geradeausbremsung vorzusehen bzw. ein Bremskraftregler einzusetzen, der die Bremskraftverteilung in Abhängigkeit von der Verzögerung steuern kann.

Mit Hilfe eines Anti-Blockier-Systems erreicht man, dass die Lenkbarkeit auch während einer Vollbremsung erhalten bleibt. Als Bewertungskriterium werden die Werte der Bewegungsgrößen 1 s nach Brems-

beginn (Reaktionszeit des Fahrers) bei stationärer Kreisfahrt mit fixiertem Lenkrad herangezogen.
Als Parameter wird neben dem Ausgangsradius und der Ausgangsquerbeschleunigung die Längsverzögerung variiert. Wenn diese Werte oberhalb der Referenzlinien für eine Abbremsung mit exakter Einhaltung des Ausgangskreises liegen, deutet dies auf ein Eindrehen in den Kreis beim Bremsen hin. Die Grenze der Lenkbarkeit ist dadurch charakterisiert, dass die Querbeschleunigung nach Bremsbeginn auf Null abfällt. Die Giergeschwindigkeit fällt in diesem Fall unter die Referenzlinie ab, da das Fahrzeug über die Vorderachse zum Kurvenaußenrand schiebt.

Beschleunigte Kurvenfahrt
Beim Beschleunigen eines Fahrzeugs wird durch die dynamische Achslastverlagerung die Vorderachse entlastet und die Hinterachse im selben Maß belastet. Ohne Lenkkorrektur schieben auf griffiger Fahrbahn sowohl Fahrzeuge mit Hinterradantrieb als auch Fahrzeuge mit Frontantrieb über die Vorderachse zum Kurvenaußenrand, da die resultierende Achsseitenkraft an der Vorderachse mit der Achslast abnimmt, die abzustützende Querbeschleunigungskraft jedoch mit der Fahrgeschwindigkeit beim Beschleunigen zunimmt [15].
Bei Fahrzeugen mit Frontantrieb sind in der Regel höhere Lenkkorrekturen erforderlich, da durch die an der Vorderachse übertragenen Antriebskräfte die gleichzeitig übertragbaren Seitenkräfte reduziert und dadurch die dynamische Untersteuertendenz zusätzlich verstärkt wird. Als Bewertungsmaßstab für die Fahrzeugreaktion beim Beschleunigen in der Kurve kann die Giergeschwindigkeitsdifferenz zum Zeitpunkt Δt nach Beschleunigungsbeginn herangezogen werden, die sich mit festgehaltenem Lenkrad beim Übergang von einer stationären Kreisfahrt mit R_0 = const. zur beschleunigten Kreisfahrt ergibt. **Bild 2-128** zeigt die Giergeschwindigkeitsdifferenz nach $t = 1$ s in Abhängigkeit von der Längsbeschleunigung a_y für verschiedene Antriebskonzepte auf griffiger Fahrbahn [15, 33].
Die Referenzgerade in **Bild 2-128** kennzeichnen die Giergeschwindigkeitszunahme, die aus der Fahrgeschwindigkeitszunahme resultieren würde, wenn beim Beschleunigen keine Abweichung vom Ausgangsradius auftreten würde. Auf Eis sind die Fahrzeugreaktionen deutlicher ausgeprägt, **Bild 2-129**. Das durch die kombinierte Schlupfsituation hervorgerufene dynamische Übersteuern der Fahrzeuge mit Hinterradantrieb führt hier zu einem Eindrehen in den Ausgangskreis.
Die Vorteile der Aufteilung der Antriebskräfte auf vier Räder besonders beim Allradantrieb werden auf rutschiger Fahrbahn deutlich. Auf trockener Fahrbahn sind die Unterschiede dagegen eher auf die Auslegung des stationären Lenkverhaltens (geringe Untersteuertendenz) zurückzuführen als auf das Antriebskonzept.

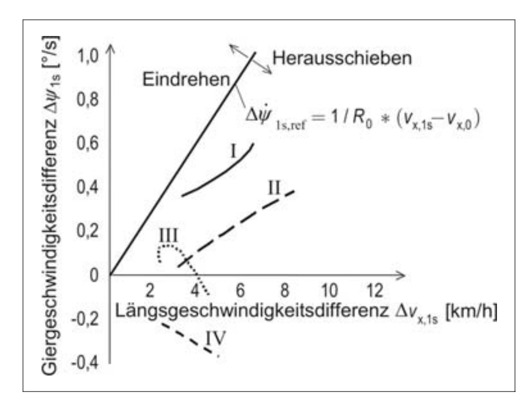


Bild 2-128: Giergeschwindigkeitsabweichung beim Beschleunigen in der Kurve (griffiger Fahrbahn) [33];
I: Allradantrieb, II: Heckantrieb, III: Transaxle, IV: Frontantrieb; 1-Sekundenwert der Giergeschwindigkeitsdifferenz $\Delta\dot{\psi}_{1s} = \dot{\psi}_{1s} - \dot{\psi}_0$ nach Beschleunigung aus stationärer Kreisfahrt auf griffiger Fahrbahn R_0 = 100 m, $a_{y,0}$ = 3,0 m/s²

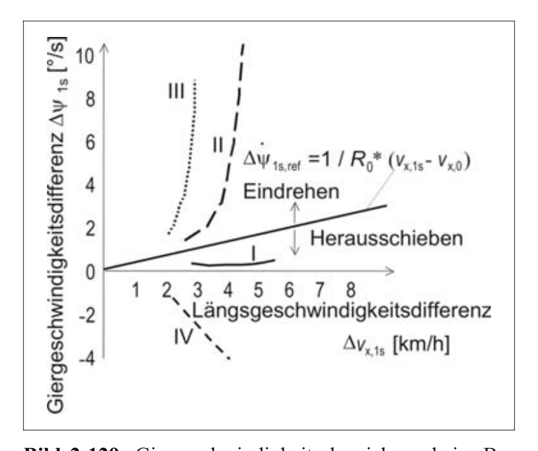


Bild 2-129: Giergeschwindigkeitsabweichung beim Beschleunigen in der rutschigen Kurve [33];
I: Allradantrieb, II: Heckantrieb, III: Transaxle, IV: Frontantrieb; 1-Sekundenwert der Giergeschwindigkeitsdifferenz $\Delta\dot{\psi}_{1s} = \dot{\psi}_{1s} - \dot{\psi}_0$ nach Beschleunigung aus stationärer Kreisfahrt auf Eis R_0 = 45 m, $a_{y,0}$ = 1,2 m/s²

Lastwechsel
Mit Lastwechsel wird die sprunghafte Änderung der Antriebskräfte beim schnellen Wechsel der Gaspedalstellung, beim Auskuppeln oder zu Beginn des Schaltvorgangs eines automatischen Getriebes bezeichnet.
Bei Kurvenfahrt kann die sprunghafte Änderung der Umfangskräfte an den Antriebsrädern eine Gierreaktion des Fahrzeugs verursachen, die ohne Lenkkorrektur des Fahrers zu einem Eindrehen in die Kurve führt. Die heftigste Anregung stellt hier das plötzliche

Loslassen des Gaspedals dar, da die Antriebskräfte nicht nur zu Null werden, sondern aufgrund des Motorschleppmoments in Bremskräfte umschlagen.
Da das plötzliche Loslassen des Gaspedals eine natürliche Reaktion des Fahrers beim zu schnellen Anfahren oder sich im weiteren Verlauf verengenden Kurve darstellt, hat die Lastwechselreaktion eine große Bedeutung für die aktive Sicherheit.
Den weitaus größten Einfluss auf die Lastwechselreaktion hat die dynamische Achslastverlagerung, die zu einer zusätzlichen Belastung der Vorderachse und Entlastung der Hinterachse führt. Diese dynamische Achslastverlagerung bewirkt eine Seitenkraftzunahme an der Vorderachse und gleichzeitig eine Seitenkraftabnahme an der Hinterachse. Die Seitenkraftänderungen verursachen unabhängig vom Antriebskonzept ein in die Kurve eindrehendes Giermoment (dynamisch Übersteuern) [33] **Bild 2-130**.

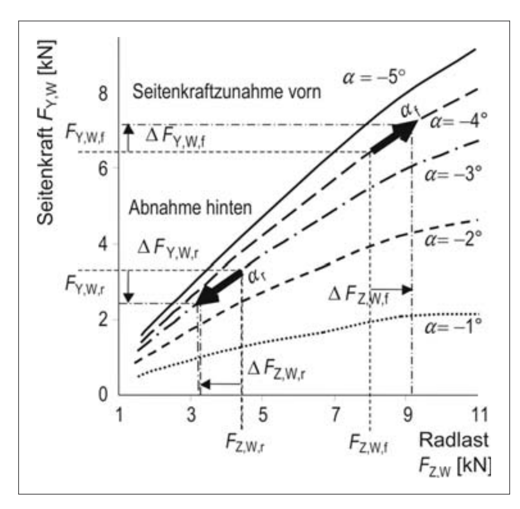


Bild 2-130: Seitenkraftänderungen beim Lastwechsel

Durch die kinematischen Eigenschaften der Radaufhängungen wird das Eindrehen in den Kreis in der Regel unterstützt. Mit dem Einfederweg zunehmende Vorspurwinkel und negative Sturzwinkel an der Hinterachse verstärken die für die Fahrstabilität günstige Untersteuertendenz. Beim Lastwechsel federt jedoch die Hinterachse aufgrund der dynamischen Achslastverschiebung aus. Die aktuell wirksamen Seitenkräfte durch negativen Sturz und Vorspur werden damit bei einem Fahrzeug mit entsprechend ausgelegter Hinterachskinematik abgebaut und verstärken dort den Seitenkraftverlust an der Hinterachse durch die Achslastverschiebung und somit die Lastwechselreaktion. Eine Abschwächung der Lastwechselreaktion kann dagegen durch eine entsprechende Auslegung der elastokinematischen Eigenschaften der Antriebsachse erzielt werden. Wird z.B. bei einem Fahrzeug mit Hinterradantrieb das kurvenäußere Hinterrad von Antriebskräften in Nachspur und von Bremskräften in Vorspur gedrückt, dann wirkt dieser durch den Wechsel der Reifen-Umfangskraft gesteuerte Eigenlenkeffekt der Lastwechselreaktion entgegen. Als Bewertungskriterium einer Lastwechselreaktion dient die Abweichung der Schwerpunktbahn vom Ausgangskreis R_0 nach einem Lastwechsel bei stationärer Kreisfahrt mit fixiertem Lenkrad (**Bild 2-131**) sowie die Abweichung der Bewegungsgrößen von den Ausgangswerten 1 s nach dem Lastwechsel (Reaktionszeit des Fahrers). Als Parameter werden Ausgangsradius und Ausgangsquerbeschleunigung variiert (**Bild 2-132**).

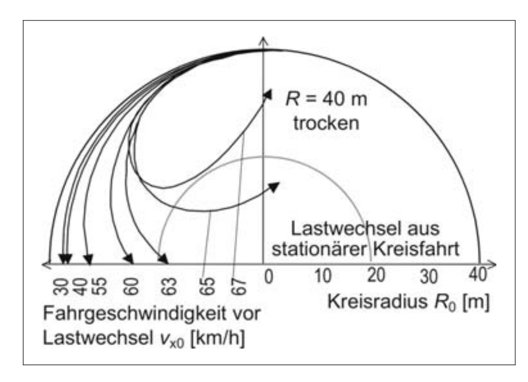


Bild 2-131: Abweichung der Schwerpunktbahn beim Lastwechsel [33]

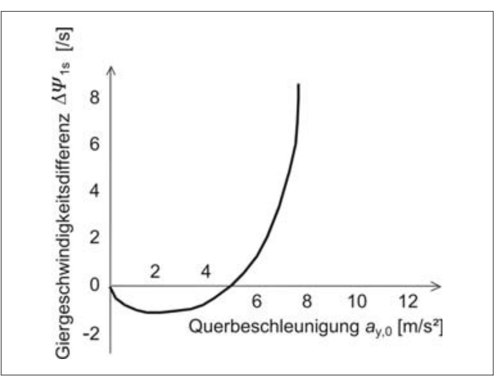


Bild 2-132: Giergeschwindigkeitsabweichung 1 s nach einem Lastwechsel (Fahrzeug mit Frontantrieb) [33]; Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt auf trockener Fahrbahn R = 40 m, Frontantrieb; 1-Sekundenwert der Giergeschwindigkeitsdifferenz $\Delta\dot{\psi}_{1s} = \dot{\psi}_{1s} - \dot{\psi}_0$

Bremsen und Anfahren auf einer inhomogen Fahrbahnoberfläche (µ-Split)

Beim Bremsen auf einer Fahrbahn mit unterschiedlich griffigen Fahrspuren (z.B. Fahrbahn mit vereistem Randstreifen) resultiert aus der Bremskraftdifferenz zwischen rechter und linker Fahrzeugseite ein

Giermoment, welches das Fahrzeug zur griffigeren Fahrspur eindreht. Um dieses Giermoment zu kompensieren, muss ein Kräftepaar aus einer Seitenkraft an der Vorderachse und einer entgegengerichteten Seitenkraft an der Hinterachse wirksam werden **Bild 2-133**.
Der hierzu erforderliche Schräglaufwinkel an der Hinterachse kann nur aufgebaut werden, wenn das Fahrzeug sich während der Bremsung mit dem Schwimmwinkel β zur Fahrtrichtung bewegt. An der Vorderachse ist ein Lenkwinkel in Richtung der weniger griffigen Fahrspur erforderlich (**Bild 2-134**).

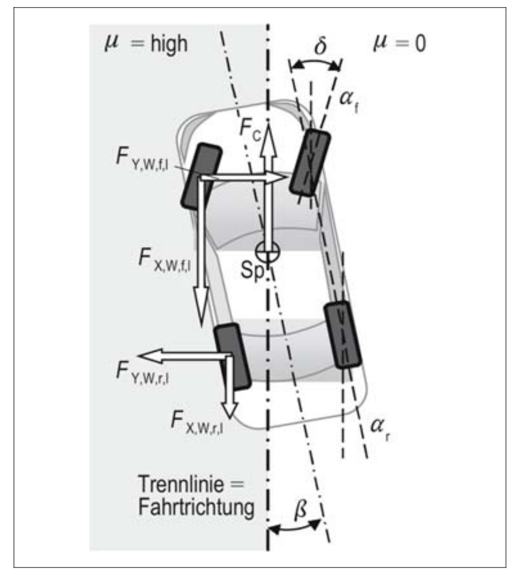


Bild 2-133: Giermomentenbilanz beim Bremsen unter µ-Split-Bedingungen [39]

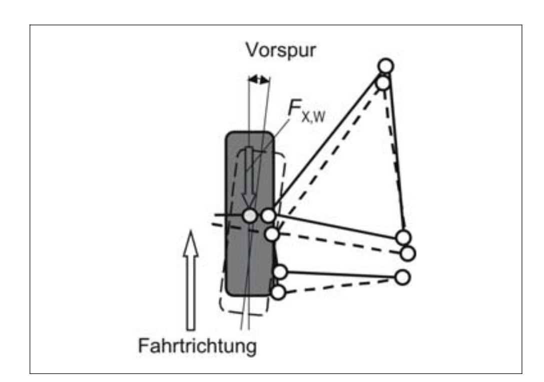


Bild 2-134: Elastokinematische Auslegung der Vorderradaufhängung zur Verbesserung der Bremsstabilität unter µ-Split-Bedingungen [35]

Zu Beginn der Bremsung, noch bevor die Reaktionszeit des Fahrers abgelaufen ist und ein Gegenlenken einsetzt, kann durch eine geschickte elastokinematische Auslegung des Fahrwerks bereits ein Giermoment aufgebaut werden, das der durch die Bremskraftdifferenz hervorgerufenen Gierdrehung entgegenwirkt. Die Bremsstabilität wird verbessert, wenn die Elastokinematik der Radaufhängung so ausgelegt ist, dass das auf griffigem Grund laufende Vorderrad in die Vorspur gedrückt wird (**Bild 2-134**). Dabei ist allerdings zu beachten, dass dies beim Bremsen in der Kurve das Eindrehen des Fahrzeugs in die Kurve begünstigt. Eine weitere Möglichkeit, das Fahrverhalten beim Bremsen auf µ-Split für den Fahrer leichter beherrschbar zu machen, ist bei Fahrzeugen mit ABS gegeben.
Wird das auf hohem Reibwert laufende Vorderrad, von ABS gesteuert, zunächst bewusst unterbremst, dann wird das durch die Bremskraftdifferenz hervorgerufene Giermoment verzögert aufgebaut und dem Fahrer ein rechtzeitiges Gegenlenken erleichtert [15].

2.7 Fahrwerkregelsysteme

2.7.1 Begriffsbestimmungen

In der Literatur sind häufig die Begriffe „Fahrwerkregelsysteme“ und „Fahrdynamikregelsysteme“ zu finden, wobei die verwendeten Definitionen für diese Begriffe nicht eindeutig sind. Daher soll im Folgenden eine geeignete Definition für die weiteren Betrachtungen eingeführt werden:

Fahrwerkregelsysteme
Unter dem Begriff „Fahrwerkregelsystem“ werden alle aktiven Fahrwerksbauteile zusammengefasst, wobei die Wirkweise der einzelnen Systeme wiederum in die drei Domänen Längs-, Quer- und Vertikaldynamik unterteilt werden kann. Die Fahrwerkregelsysteme lassen sich weiterhin in die Fahrdynamik-, Fahrkomfortregelsysteme und Fahrerassistenzsysteme unterteilen.

Fahrdynamikregelsysteme
Der Begriff „Fahrdynamikregelsysteme“ beschreibt diejenigen Fahrwerkregelsysteme, welche das Ziel haben, die Stabilität des Fahrzeugs zu erhöhen bzw. zu erhalten. Fahrdynamikregelsysteme unterstützen somit den Fahrer bei seiner Aufgabe der Fahrzeugstabilisierung (s. Abschnitt 2.7.3).

Fahrkomfortregelsysteme
Der Begriff „Fahrkomfortregelsysteme“ beschreibt diejenigen Fahrwerkregelsysteme, welche das Ziel verfolgen, den Fahrkomfort zu erhöhen.

Fahrerassistenzsysteme
Unter dem Begriff „Fahrerassistenzsysteme“ werden diejenigen Regelsysteme zusammengefasst, welche den Fahrer bei seiner Aufgabe der Fahrzeugführung unterstützen (s. Abschnitt 2.7.3).
In Abhängigkeit der hinterlegten Funktionen im Fahrwerkregelsystem kann ein aktives Fahrwerksystem sowohl in die Gruppe der Fahrdynamik-, der Fahrkomfortregelsysteme oder der Fahrerassistenzsysteme eingeordnet werden.

2.7.2 Grenzen des passiven Fahrzeugs – Basis-Zielkonflikte

Bei der Auslegung eines mechanischen Fahrwerks mit Lenkern, Buchsen, Federn und Dämpfern muss immer ein Kompromiss zwischen Komfort, Handling und Fahrstabilität eingegangen werden. Möglichst hoher Komfort wird durch eine weitgehende Entkopplung des Fahrzeugaufbaus von der Straße erreicht. Dies führt zu stark schwankenden Radaufstandskräften und verringerter Bodenhaftung, was die Möglichkeiten einschränkt, ein Fahrzeug in kritischen Situationen in der Spur zu halten. Dagegen führt eine „sportliche“ Auslegung für gleich bleibende Radaufstandskräfte und gutes Spurhalten zu stärkeren Aufbaubeschleunigungen mit eingeschränktem Komfort.

Feder-/Dämpferauslegung
Bei der Dämpferauslegung zum Beispiel ist daher ein optimaler Kompromiss zwischen harter Sicherheitsdämpfung und weicher Komfortdämpfung anzustreben [43]. Die Auslegung wird dadurch erschwert, dass die jeweils günstigste Abstimmung sowohl von der Fahrbahnoberfläche als auch von den vom Fahrer eingeleiteten Fahrmanövern abhängt [44].
Den Kompromiss, der bei der Abstimmung konventioneller Federn und Dämpfer eingegangen werden muss, zeigt **Bild 2-135**. Dabei ist auf der x-Achse der Effektivwert der Radlastschwankungen bezogen auf die statische Radlast aufgetragen und die y-Achse stellt die bewertetet Schwingstärke dar. Das Komfortmaß wird aus einer gewichteten Summe bestehend aus Sitz-, Hand-, und Fußbeschleunigung des Fahrers gebildet und gibt die menschliche Wahrnehmungsstärke von unterschiedlichen Schwingungsanregungen wieder [13]. Aufgrund der Hakenform der Kurven gleicher Dämpfung führt eine stetige Erhöhung der Aufbaufedersteifigkeit nicht nur zu einem schlechteren Komfortempfinden, sondern ab einem gewissen Punkt auch wieder zu erhöhten Radlastschwankungen (**Bild 2-135**). Analog dazu führt auch eine stetige Erhöhung der Aufbaudämpfung, die oberhalb des Wertes für minimale Radlastschwankungen liegt, wieder zu einer Verschlechterung.

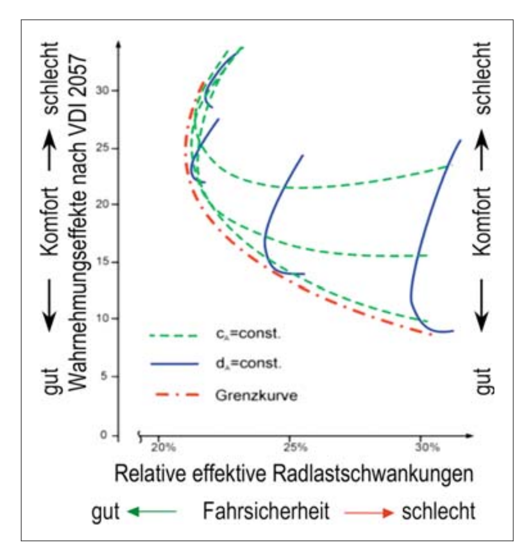


Bild 2-135: Grenzkurven [45]

Zur Auflösung dieser Zielkonflikte können verstellbare Dämpfersysteme beitragen. Eine konventionelle Feder-/Dämpferabstimmung stellt den Schnittpunkt zwischen einer Linie konstanter Dämpfung und einer Linie konstanter Federsteifigkeit im Konfliktschaubild dar. Im Gegensatz dazu sind Verstellsysteme, bezogen auf das Konfliktschaubild in der Lage, eine Linie konstanter Federsteifigkeit abzubilden. Entlang dieser Linie kann, durch Anpassung der Dämpfung, die Fahrsicherheit bzw. der Komfort gesteigert werden. In komfortrelevanten Fahrsituationen können die Amplituden der Aufbaubeschleunigung im Bereich zwischen den Resonanzfrequenzen durch Absenken der Dämpfung verringert werden. In kritischen Fahrsituationen werden die dynamischen Radlastschwankungen im Bereich der Eigenfrequenzen durch Anheben der Dämpfung minimiert.

Fahrzeugbeladung
Die Auslegung eines Fahrwerks erfolgt unter Berücksichtigung aller möglichen Beladungszustände. Hierzu zählen neben der Zuladung im Fahrzeuginnenraum auch eine mögliche Anhängerstützlast oder eine Dachlast. Die Ausnutzung der Beladungsmöglichkeiten – auch innerhalb der zulässigen Werte – führt zwangsläufig zu einer starken Erhöhung der Achslast insbesondere an der Hinterachse und damit zu erheblichen Unterschieden in der Lastverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse [40]. Der Einsatz einer Niveauregulierung kann den Zielkonflikt aufheben.

Lenkübersetzung
Die heute üblicherweise durch das Lenkgetriebe und die Vorderachskinematik festgelegte Lenkübersetzung stellt immer einen Kompromiss zwischen aus-

reichender Agilität bei geringen Fahrzeuggeschwindigkeiten und nicht zu nervösem Lenkverhalten bei hohen Geschwindigkeiten dar. Einzig über dem Lenkhub ist durch eine nicht lineare Zahnstangenteilung und die Radaufhängungskinematik eine variable Kennung möglich. Diese Variabilität beschränkt sich üblicherweise auf große Lenkeinschläge und ist eher für den Parkierbetrieb relevant [46].

Forderung nach aktiven Systemen
An den oben beschriebenen Zielkonflikten ist zu ersehen, dass das Fahrwerk eine komplexe Aufgabe zu erfüllen hat, insbesondere auch, da in die Bewertung das subjektive Empfinden des Menschen eingeht. Die genannte Aufgabenvielfalt sollte das Fahrwerk mit geringem Aufwand an Gewicht, Bauraum und Kosten erfüllen, und dies möglichst unbeeinflusst von Umweltbedingungen und konstant über die gesamte Lebensdauer des Fahrzeugs. Bei dieser komplexen Aufgabenstellung können die Möglichkeiten geregelter fahrdynamischer Systeme einen wichtigen Beitrag leisten sowohl zur Entschärfung der genannten funktionellen Zielkonflikte als auch zur Erzielung einer neuen Qualität der Fahrdynamik [44].

2.7.3 Regelkreis Fahrer–Fahrzeug

Die Fahreraufgabe unterteilt sich in Navigation, Fahrzeugführung und Fahrzeugstabilisierung. Mit der letzten der drei Aufgaben übernimmt der Mensch die Funktion eines Reglers im Sinne der Fahrstabilität. Regelstrecke ist das Fahrzeug, so dass die Wechselwirkungen zwischen Fahrerhandlungen und Fahrzeugreaktionen als Vorgänge in einem geschlossenen Regelkreis aufgefasst werden können, **Bild 2-136** [42].

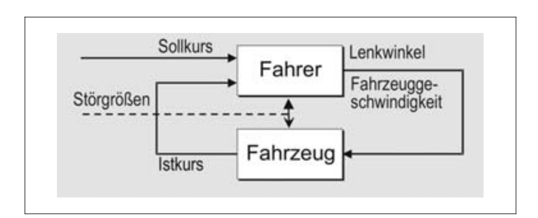


Bild 2-136: Regelkreis Fahrer–Fahrzeug [41]

In diesem Regelkreis wirken Störgrößen auf Fahrer (z.B. Relativbewegung Fahrer-Fahrzeug, Sichtbehinderung) und Fahrzeug (z.B. Seitenwind, Fahrbahnunebenheiten). Stellgrößen sind der Lenkradwinkel, die Gaspedalstellung und die Bremskraft/Bremspedalstellung, welche an die Regelstrecke Fahrzeug weitergeleitet werden. Vorhandene Regelabweichungen werden vom Fahrer als Differenz zwischen Soll- und Ist-Kurs wahrgenommen.

Der geschlossene Regelkreis ist ein dynamisch arbeitendes System, und es hängt, da die Adaptionsmöglichkeiten des Reglers „Fahrer" begrenzt sind, wesentlich von den Gesetzmäßigkeiten des Fahrzeugverhaltens ab, ob sich das Gesamtsystem Fahrer-Fahrzeug beim schnellen Ausregeln großer Kursabweichungen und unter dem Einfluss von Störgrößen in Bezug auf die Kurshaltung stabil verhält.
Um den Fahrer bei der Kurshaltung und Fahrzeugstabilisierung zu unterstützen, kommen in modernen Kraftfahrzeugen Systeme zur Regelung der Längs-, Quer- und Vertikaldynamik zum Einsatz, welche zusammengefasst als Fahrwerkregelsysteme bezeichnet werden. Ihre Aufgabe besteht darin, innerhalb der physikalisch möglichen Grenzen ein optimales Fahrzeugverhalten zu realisieren und dadurch die Differenz zwischen Soll- und Ist-Kurs zu minimieren. Heutige Fahrdynamikregelsysteme unterstützen den Fahrer ausschließlich bei der 3. kybernetischen Aufgabe, der Fahrzeugstabilisierung. Die Fahrzeugführung wird durch den Einsatz von Fahrerassistenzsystemen zunehmend für den Fahrer erleichtert.
Eine Verbesserung der Fahrstabilität sowie eine Kompensation der Störgrößen, die auf das Fahrzeug wirken, können mit einer Erweiterung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug durch einen Fahrdynamikregler (FDR) erfolgen (**Bild 2-137**). Hierbei vergleicht der Fahrdynamikregler den Ist-Kurs des Fahrzeuges mit dem Sollkurs, der aus den Größen Lenkradwinkel und Fahrzeuggeschwindigkeit, die vom Fahrer vorgegeben werden, berechnet wird. In einer kritischen Fahrsituation kann der Fahrdynamikregler durch unterschiedliche Stelleingriffe das Fahrzeug stabilisieren.

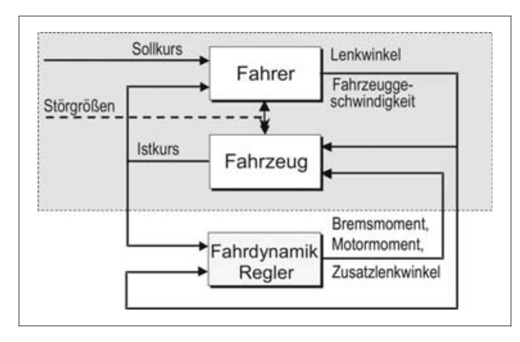


Bild 2-137: Regelkreis des Fahrer–Fahrzeug-Fahrdynamikregler [41]

Zum Stand der Technik gehören zurzeit Fahrdynamikregelsysteme, welche den Fahrer durch einen geeigneten Bremseneingriff bzw. durch einen Eingriff in das Motormanagement (ESP) unterstützen. Des Weiteren werden aktive Differentialsperren, aktive Vorderradlenkung sowie aktive Federungs- und Dämpfungssysteme vereinzelt in einigen Fahrzeugen eingesetzt (s. Abschnitt 7.6).

2.7.4 Unterteilung der Fahrwerkregelsysteme in Domänen

Regelsysteme können den fahrdynamischen Domänen nach ihrer primären Funktion zugeordnet werden, sind aber funktional nicht auf eine Domäne beschränkt (**Tabelle 2-16**).

Tabelle 2-16: Einteilung der Fahrwerkregelsysteme

Einteilung der Fahrwerkregelsysteme in Domänen (nach ihrer primären Funktion)			
	Domäne		
	Längsdynamik	Querdynamik	Vertikaldynamik
Systeme	Bremse	Vorderradlenkung	Stabilisator
	Mittelsperre	Hinterradlenkung	Federung
	Quersperre VA		Dämpfung
	Quersperre HA		

Grundsätzlich kann eine Einteilung in die drei Domänen Längs- Quer- und Vertikaldynamik erfolgen. Im Rahmen der Längsdynamik beeinflussen das System Bremse sowie Differenzialsperren bzw. -kupplungen im Antriebsstrang das Fahrverhalten des Fahrzeugs. Der Motor selbst wird hier nicht betrachtet, da er nicht zu den Fahrwerksystemen gezählt wird. Vorder- und Hinterradlenkung wirken direkt auf die Querdynamik des Fahrzeugs. Die Vertikaldynamik wird durch die Systeme Federung, Dämpfer sowie Stabilisator beeinflusst. Betrachtet man die Wirkweise der einzelnen Systeme genauer, so ist zuerkennen, dass größtenteils mehrere Domänen durch den Einsatz eines Systems betroffen sind.

Ein aktiver Bremseneingriff (ESP) zur Fahrzeugstabilisierung erzeugt durch die Änderung des Längsschlupf an einem Rad eine Längskraft, welche wiederum ein Giermoment um den Fahrzeugschwerpunkt hervorruft. Durch dieses Giermoment wird die Querdynamik direkt beeinflusst. Als Sekundäreffekt wird durch die Änderung des Längsschlupfs an dem gebremsten Rad gleichzeitig eine Änderung der Seitenkraft erzeugt, welche ebenfalls ein Giermoment um den Fahrzeugschwerpunkt generiert.

Der Bremseneingriff ruft eine Längsverzögerung des Fahrzeugs und somit eine dynamische Radlastverschiebung zur Vorderachse hervor. Diese Radlastverschiebung beeinflusst wiederum die übertragbaren Längs- und Querkräfte an den einzelnen Rädern und somit das Fahrverhalten des Fahrzeugs. Für jede Domäne ist eine Vielzahl an Funktionen denkbar. Die Funktionen können den vier Kategorien Vorsteuerfunktion, Komfortfunktion, Assistenzfunktion und Stabilisierungsfunktion zugeordnet werden.

2.7.4.1 Längsdynamik

Tabelle 2-17 gibt einen Überblick über die möglichen Funktionen für aktive Fahrwerkregelsysteme im Bereich der Längsdynamik. Hierbei wird deutlich, dass in der Domäne Längsdynamik vor allem das System Bremse zum Einsatz kommt.

Tabelle 2-17: Funktionen in der Längsdynamik-Domäne

Funktionen in der Kategorie Längsdynamik		Domäne						
		Längs		Quer		Vertikal		
		Bremse	Differential	VA-Lenkung	HA-Lenkung	Federung	Dämpfung	Stabilisator
Aufgabe	Fahrzeugverzögerung	x						
	Halten den Fahrzeuggeschwindigkeit	x						
Vorsteuer-funktionen	Übertragung Fahrervorgabe M_{Brems}	x						
	Rückmeldung (Pedalgefühl)	x						
Assistenz-funktionen	Automatic Cruise Control (ACC)	x						
	Situationsadaptives ACC	x						
Komfort-funktionen	Hillholder	x						
	Hill Descent Control (HDC)	x						
	Soft-Stop Bremsung	x						
	Regenassistent	x						
	Fadingassistent	x						
Stabi-lisierungs-funktionen	Bremsschlupfregelung (ABS)	x						
	Antriebsschlupfregelung (ASR) *(durch Motormanagement)*							
	Differentialsperrenfunktion (EDS)	x	x					
	Schleppmomentregelung (MSR) *(durch Motormanagement)*							
	Bremsassistent (BA)	x						

Eine Vielzahl der genannten Funktionen wird schon durch heutige aktive Bremssysteme verwirklicht. Der Einsatz von aktiven Differenzialen bzw. Kupplungen im Antriebsstrang beschränkt sich innerhalb der Längsdynamik vorwiegend auf die Funktion der Differenzialsperrenfunktion, welche beim Anfahren auf einer inhomogenen Fahrbahnoberfläche (μ-Split) die Fahrstabilität sichert und die Traktion verbessern.

Tabelle 2-18: Funktionen in der Querdynamik-Domäne

Funktionen in der Kategorie Querdynamik		Domäne						
		Längs		Quer		Vertikal		
		Bremse	Differential	VA-Lenkung	HA-Lenkung	Federung	Dämpfung	Stabilisator
Aufgabe	Spurführung			x	x			
	Fahrzeugstabilisierung			x	x			
Vorsteuer-funktionen	Übertragung der Fahrervorgabe			x				
	Rückmeldung der Seitenkraft			x				
Assistenz-funktionen	Parkassistent			x	x			
	Rangierassistent für Pkw-Gespanne			x				
	Spurführungsassistent			x	x			
	Spurwechselassistent			x	x			
Komfort-funktionen	Vorhaltelenkung (SLD)			x				
	Künstliches Lenkgefühl			x				
	Veränderung d. Eigenlenkverhaltens			x	x	x	x	x
	Variable Lenkübersetzung (VSR)			x	x			
Stabi-lisierungs-funktionen	Fahrzeugstabilisierung	x	x	x	x	x	x	x
	μ-split-Kompensation	x		x				
	Seitenwindkompensation	x		x				
	Roll-Over Prevention	x		x	x	x	x	x
	Anhängerstabilisierung	x		x	x			
	Kurvenbremskontrolle	x						

2.7.4.2 Querdynamik

Im Vergleich zur Domäne Längsdynamik finden im Bereich der Querdynamik mehrere Systeme für die einzelnen Funktionen Verwendung. Für die eigentliche Fahrzeugstabilisierung ist der Einsatz jedes einzelnen Systems bzw. der Kombination einzelner Systeme denkbar (**Tabelle 2-18**). Vor allem durch eine aktive Vorderradlenkung, die in einigen Fahrzeugen zu finden ist, sind die unterschiedlichen Funktionen darstellbar.

2.7.4.3 Vertikaldynamik

War ein Hauptziel der Funktionen in den Domänen Längs- und Querdynamik die Fahrzeugstabilisierung, so ist das Einsatzpotential innerhalb der Vertikaldynamik vor allem im Komfortbereich zu finden (**Tabelle 2-19**). Als Stabilisierungsfunktion ist im Bereich der Vertikaldynamik zum einen die Reduzierung der Radlastschwankungen zu nennen. Zum anderen kann über die Vertikalsysteme Federung, Dämpfung und Stabilisator eine bedarfsgerechte Einstellung der Radaufstandskräfte in Zusammenarbeit mit Fahrdynamikregelungssystemen der Längs- und Querdynamik erfolgen (Global Chassis Control).

Tabelle 2-19: Funktionen der Vertikaldynamik-Domäne

Funktionen in der Kategorie Vertikaldynamik		Domäne						
		Längs		Quer		Vertikal		
		Bremse	Differential	VA-Lenkung	HA-Lenkung	Federung	Dämpfung	Stabilisator
Aufgabe	Abstützung des Aufbaus					x		
	Dosierung der Rückstellkräfte					x	x	x
Vorsteuer-funktionen								
Assistenz-funktionen								
Komfort-funktionen	Niveauanpassung					x		
	Eigenlenkverhalten					x	x	x
	Reduzierung der Aufbaubeschleunigung (Sky-Hook)						x	
	Nickausgleich					x		
	Wankausgleich					x		x
Stabi-lisierungs-funktionen	Reduzierung der Radlastschwankungen (Ground-Hook					x	x	x
	Bedarfsgerechte Einstellung von Radaufstandskräften für Stabilisierungsfunktion					x	x	x

2.7.5 Forderungen an Fahrwerkregelsysteme

Basierend auf dem bereits vorgestellten Einsatzbereich von Fahrwerkregelsystemen ergeben sich die folgenden Anforderungen bzw. Kundennutzen:

- Anschlussfähigkeit/ Vernetzungsfähigkeit,
- Softwaregesteuerte Einstellbarkeit,
- Modularität,
- Robustheit der Fahrwerksregelung,
- Sicherheit der Fahrwerksreglung.

2.8 Fahrverhalten

Neben den emotional belegten Bereichen Design und Image ist das stark technisch bestimmte Fahrverhalten nach wie vor eines der wesentlichen Kriterien für die Entscheidung über den Kauf eines bestimmten Fahrzeugs. Die Abstimmung des Kompromisses zwischen Agilität, Sicherheit und Komfort kann für eine Marke ein wesentliches Differenzierungsmerkmal sein, weil diese Abstimmung für den Kunden unmittelbar wahrnehmbar, also „erfahrbar" ist. Hinzu kommt auch das sichtbar werden der Fahrverhaltensabstimmung in den Bewertungen der Populär- und Fachpresse, in denen Tests zur Fahrsicherheit und -agilität ein großes Gewicht haben.

Das Fahrverhalten ist definiert als „die Fahrzeugreaktion auf Fahrerhandlungen und auf das Fahrzeug einwirkende Störungen während der Fahrbewegung, beschrieben durch die Bewegungsgrößen". Gutes Fahrverhalten ist insbesondere die Möglichkeit der exakten Kurshaltung im Sinne der Führungsaufgabe und damit ein Teil der Regelgüte des Gesamtsystems. Eng verknüpft mit der Fahrzeugreaktion ist das Schluckvermögen des Fahrzeugs bezüglich der Störungen, die dem Komfort zugeordnet werden müssen (z.B. Schwingungen, Lenkunruhe). Wichtig ist, dass zur Bewertung des Fahrverhaltens stets der Fahrer im System enthalten sein muss, um die Einflüsse des Komforts bei seiner Bewertung herausfiltern zu können [47].

Die grundsätzliche Aufgabe des Fahrwerks und speziell der Radaufhängung ist die Verbindung von Straße und Fahrzeugaufbau. Es sollte möglichst leicht sein und bei größtmöglichem Fahrkomfort die Fahrsicherheit zu jedem Zeitpunkt gewährleisten. Die exakte Führung der Räder zählt ebenso dazu, wie eine präzise und leichtgängige Lenkung, die dem Fahrer einen guten Fahrbahnkontakt vermittelt. Das Fahrverhalten muss durch die Kinematik und Elastokinematik der Achsen für den Fahrer vorhersehbar sein und durch gezielte konstruktive Maßnahmen unterstützend in der Fahraufgabe wirken. Weiterhin soll das Fahrwerk eine geringe Empfindlichkeit gegenüber Fahrbahn-, Beladungs- und Umwelteinflüssen aufweisen. Als weitere Komfortanforderung gilt es, Abroll- und Fahrwerksgeräusche vom Fahrzeuginnenraum fernzuhalten, um einen guten Akustik- und Schwingungskomfort zu bieten.

Anforderungen an das Fahrverhalten:

- hohes Niveau an Fahrsicherheit, durch ein neutrales bis leicht untersteuerndes Eigenlenkverhalten,
- sicheres, stabiles Fahrverhalten und Beherrschbarkeit bei allen Fahrbedingungen bis in den Grenzbereich,
- geringe Empfindlichkeit gegenüber Lastwechselreaktionen,

- gute Seitenführung,
- gute Rückmeldung über Fahrzeugreaktion und Fahrbahnbeschaffenheit,
- Rückmeldung über die Annäherung an den physikalischen Grenzbereich,
- ruhiger, stabiler und komfortabler Geradeauslauf in Bezug auf Seitenwind und Fahrbahnprofil,
- komfortables Abrollen bei guter Kontrolle der Aufbaubewegungen,
- gutes Schwing- und Akustikverhalten,
- präzises, intuitives Lenkverhalten, das sowohl komfortabel und leichtgängig ist und ein Gefühl für die Straße vermittelt.

Die genannte Aufgabenvielfalt sollte das Fahrwerk mit geringem Aufwand an Gewicht, Bauraum und Kosten erfüllen und dies möglichst konstant über die gesamte Lebensdauer des Fahrzeugs. Des Weiteren sollte es einen geringen Fertigungsaufwand, sowie eine hohe Montage- und Reparaturfreundlichkeit aufweisen.

Wegen der Vielfalt der Anforderungen an das Fahrverhalten und der subjektiv geprägten Wahrnehmung durch den Kunden wird die letztendliche Freigabe eines Fahrwerks auch heute noch durch das Subjektivurteil von Testfahrern bestimmt. Auch ein großer Teil der Entwicklungs- und Abstimmungsarbeit erfolgt im Rahmen von Testfahrten mit anschließender Subjektivbeurteilung. Da aber die theoretischen Grundlagen zum Entwurf und zur Grundabstimmung von Fahrzeugen zunehmend erschlossen werden, wird die subjektive Beurteilung mehr und mehr durch quantifizierbare Simulations- und Messergebnisse gestützt und somit objektivierbar.

Das folgende Kapitel befasst sich daher mit den Methoden und Testabläufen zur subjektiven und objektiven Beurteilung des Fahrverhaltens, wie sie heute üblich sind. Als Grundlage werden zunächst die fahrzeugseitigen Bestimmungsgrößen und die wichtigsten Abstimmungsmöglichkeiten an einer bestimmten Fahrzeugkonfiguration vorgestellt. Die verschiedenen gebräuchlichen Methoden und Fahrmanöver zur Fahrverhaltensabstimmung bilden das Handwerkszeug für die im Anschluss erwähnten Einzelkriterien zur Beurteilung des Fahrverhaltens.

2.8.1 Beurteilung des Fahrverhaltens

Ziel der Fahrverhaltensbeurteilung ist die Prüfung und Abstimmung der Fahreigenschaften eines Fahrzeugs über den gesamten Bereich der fahrdynamisch möglichen Zustände im Hinblick auf den oben dargestellten Anforderungskomplex. Dazu wird im Verlauf des Entwicklungsprozesses ein Mix aus subjektiven und objektiven Methoden eingesetzt. Grundsätzlich kann festgestellt werden, dass im Bereich der Auslegung und Grundabstimmung zunehmend objektive Mess- und Simulationsmethoden im offenen Regelkreis zum Einsatz kommen, die endgültige Feinabstimmung jedoch immer noch im geschlossenen Regelkreis und durch das Subjektivurteil der Testfahrer erfolgt.

Für die zahlreichen Einzelkriterien der Fahrverhaltensbeurteilung etablieren sich im Zuge einer Standardisierung zusehends genormte Fahrmanöver und Testbedingungen (ISO-Komitee TC22/SC9). Da die Detailabstimmung aber stark vom Anspruch des Fahrzeugherstellers an das Fahrverhalten abhängt, sind viele unterschiedliche und nicht normierte Einzelmanöver üblich. Es hat sich dennoch in der Automobilindustrie ein vergleichbares Repertoire an Beurteilungskriterien herausgebildet, welches im Folgenden vorgestellt wird.

Objektive und subjektive Beurteilung

Da die Wahrnehmungsfähigkeit und das Fahrempfinden des Menschen in seiner großen Bandbreite noch weit davon entfernt ist, vollständig objektiv erfasst zu sein, findet ein großer Teil der Fahrverhaltensbeurteilung noch durch den Testfahrer statt. Die Beurteilung der vielfältigen Einzelkriterien in einer für den Entwicklungsprozess geeigneten Form entzieht sich zudem dem Normalfahrer, weshalb die Tests von sog. „Skilled Drivers“, also geschulten Fahrern oder Entwicklungsingenieuren durchgeführt werden. Die Testfahrer als „Sensor Mensch“ unterliegen trotz ihrer Professionalität psychisch und physisch bedingten Mess- und Beurteilungsschwankungen. Zudem ist die Auflösungsgenauigkeit und Trennschärfe dieses Sensors für eine vollständige Beurteilung nicht immer ausreichend. Man spricht daher von einer subjektiven Beurteilung. Da am Ende jedoch das Fahrverhalten in seiner Gesamtheit auf den Menschen wirkt, ist diese Methode bislang nicht zu ersetzen [47].

Wo durch Grundlagenuntersuchungen der Wirkzusammenhang zwischen fahrdynamischen Messgrößen und dem Fahrerempfinden hergestellt werden konnte, kommen zunehmend objektive Methoden zum Einsatz. Die Abbildung des subjektiven Empfindens in Mess- und abgeleiteten Kennwerten ist vor dem Hintergrund der frühzeitigen Absicherung der Fahreigenschaften im Entwicklungsprozess ein Hauptanliegen der Fahrwerksentwicklung. Nur wenn dieser Zusammenhang geschaffen wurde, können zu einem frühen Zeitpunkt z.B. Simulationsmethoden zur Optimierung des Konstruktionsstandes eingesetzt werden. Dies kann einen wertvollen Beitrag zur Verkürzung der Entwicklungszeiten und zur Verbesserung der ersten Prototypenstände leisten. Objektive Tests können in Form von Testfahrten mit Messausrüstung oder in Form von Simulationen bestimmter Fahrmanöver mit Dokumentation der Fahrzeugreaktionen erfolgen.

Zur Verknüpfung zwischen Messwerten und Subjektivurteil hat sich allgemein ein Auswerteprozedere etabliert, welches diesen Zusammenhang mit Hilfe von Methoden aus der Korrelations- und Regressionsstatistik herzustellen sucht [52, 53].

Offener und geschlossener Regelkreis
Die Unterscheidung zwischen Messungen im offenen und geschlossenen Regelkreis betreffen die Art der Betätigung der Bedienelemente zur Längs- und Querdynamikregelung. Während im geschlossenen Regelkreis der Mensch das Fahrzeug durch Längsführung und Kursregelung bewegt, sind die Bedieneingaben im offenen Regelkreis fest vorgegeben und damit besser reproduzierbar (**Bild 2-138**). Messungen im geschlossenen Regelkreis zielen in erster Linie auf das Zusammenspiel der Regelstrecke Fahrzeug mit dem Regler Mensch in seiner ganzen Komplexität ab. Dabei stehen Stabilitäts- und Lenkfähigkeitsuntersuchungen im Vordergrund. Es wird also die Regelgüte des Gesamtsystems Fahrer-Fahrzeug-Umwelt unter den Einschränkungen der Regelfähigkeit des Menschen beurteilt [47].
Im offenen Regelkreis soll der Fahrereinfluss minimiert oder ausgeschaltet werden. Es wird dabei die Reaktion des Fahrzeugs auf festgelegte Lenk- bzw. Längsdynamik-Eingaben beurteilt, ungeachtet der sich ergebenden Fahrspur. Mit dieser Methode werden auch die für das Fahrzeug charakteristischen physikalischen Grenzbereiche ermittelt. Diese Methoden können detailliert untergliedert werden [47]:

Geschlossener Regelkreis (auch *Closed Loop* oder Fahrleistungstest)

- Fahrzeug wird durch den Fahrer im Normalfahrbereich oder im Grenzbereich geführt, die fahrdynamischen Eigenschaften werden subjektiv beurteilt,
- Fahrzeug wird durch den Fahrer in standardisierten Fahrmanövern geführt mit Messung und Analyse der Bewegungsgrößen.

Offener Regelkreis (auch *Open Loop* oder Fahrverhaltenstest)

- Fahrversuch mit standardisierten Eingaben für die Betätigungselemente (Lenkrad, Fahrpedal, Bremspedal) und Messung und Analyse der Bewegungsgrößen.

Zusätzlich werden häufig zwei Spezialfälle des offenen Regelkreises genannt:

- Fixed Control: vorgegebene Funktion für den Lenkwinkel, z.B. fixiertes Lenkrad beim Seitenwindverhalten,
- Free Control: freigegebenes Lenkrad.

2.8.2 Fahrmanöver

Die Fahrversuche sollen möglichst den gesamten späteren Einsatzbereich eines Pkw abdecken, damit das Verhalten des Fahrzeugs auch in außergewöhnlichen und extremen Situationen bekannt ist. **Tabelle 2-20** stellt eine Systematik für die Möglichkeiten dar, ein Fahrzeug aktiv durch Lenk- Brems- und Fahrpedaleingaben zu bewegen. Um alle im späteren Alltagsgebrauch vorkommenden Situationen abzudecken, wird ein Teil der Manöver zusätzlich in dem in Abschnitt 2.8.3 beschriebenen Parameterraum gefahren. Auf speziellen Schlechtwegstrecken erfolgt dort z.B. die Überlagerung der Tests zur Quer- und Längsdynamik unter Einfluss einer vertikaldynamischen Anregung. Verschiedene Reibschlussverhältnisse müssen ebenso betrachtet werden, wie unterschiedliche Beladungszustände, Bereifungsvarianten und das Seitenwindverhalten [47].

Kategorisierung der Fahrmanöver
Die quantitative Ausführung der Manöver (Fahrgeschwindigkeit, Kurvenradien etc.) ist trotz fortschreitender Standardisierung (ISO-TC22/SC9) bei verschiedenen OEM und Testinstituten noch unterschiedlich. In die Normungsarbeit werden umfassende „Closed-Loop-Verfahren" aber erst dann aufgenommen, wenn der Einfluss des Fahrers auf die Versuchsergebnisse separiert bzw. eliminiert werden kann. Solange dies nicht möglich ist, beschränkt sich die Normung auf die Festlegung der Rahmenbedingungen, also z.B. der Fahrgassenführung [51].

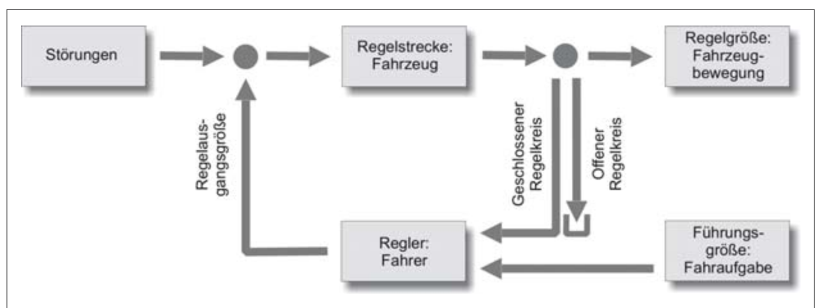


Bild 2-138: Regelkreis Fahrer–Fahrzeug–Umwelt [54]

Tabelle 2-20: Systematik der Fahrmanöver [54]

Querdynamik (Lenkwinkel δ)	Längsdynamik (Längsbeschleunigung a_x)				
		$a_x = 0$	$a_x \neq 0$, Lastwechsel	$a_x > 0$, Beschleunigen	$a_x < 0$ Bremsen
	$\delta = 0$	stationär	instationär		
	$\delta \neq 0$, free control				
	$\delta\uparrow$, ansteigend	instationär			
	$\delta \neq 0$, regellos				
	$\delta \neq 0$, sinusförmig				
	$\delta \neq 0$, impulsförmig				

Einzelmanöver im Überblick

In der Praxis gebräuchlichen Fahrmanöver Kombinationen listet **Tabelle 2-21**. Sie zeigt auch die Zuordnung, ob ein Manöver für die subjektive Beurteilung oder für die Messung verwendet wird. In den einzelnen Manövern werden Lenkwinkelamplitude, -frequenz, Beschleunigungen und Verzögerungen und schließlich die Fahrgeschwindigkeit variiert, um möglichst alle Alltagsbedingungen abzudecken.

Die gebräuchlichsten Lenkwinkeleingaben für Open-Loop-Manöver zeigt **Bild 2-139**.

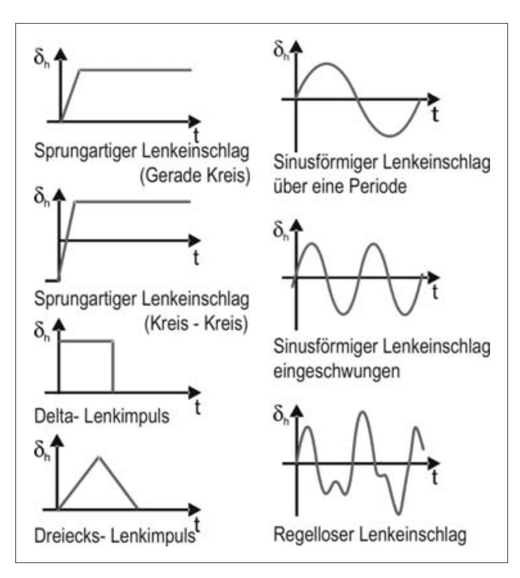


Bild 2-139: Die gängigen Lenkwinkelfunktionen [54]

2.8.3 Fahrmanöver Parameterraum

Die genannten Fahrmanöver bilden die Möglichkeiten ab, ein Fahrzeug längs-/querdynamisch zu bewegen. Einige der Manöver werden auf Fahrbahnen mit unterschiedlichen und teilweise wechselnden Reibbeiwerten durchgeführt, um Fahrverhalten und Regelsysteme für das gesamte im Alltag auftretende Spektrum zu testen. Verschiedenartige, durch die Fahrbahnbeschaffenheit hervorgerufene Vertikalanregungen vervollständigen den Parameterraum seitens der Fahrbahn.

Nachfolgend sind die fahrzeugseitigen Variationsmöglichkeiten beschrieben. Dies betrifft in erster Linie die Bereifung, Dach- und Anhängelasten und als wichtigsten Parameter unterschiedliche Fahrzeuggewichte durch Zuladung sowie Ausstattung. Darüber hinaus müssen zumindest alle Closed-Loop Fahrmanöver mit mehreren Testfahrern durchfahren werden, um fahrerseitige Einflüsse zu identifizieren, sofern die Versuche nicht mit Fahrrobotern durchgeführt werden.

Fahrbahn

Die Vielzahl der Testmanöver erfordert unterschiedliche Streckenformen und -eigenschaften und unterschiedliche Randbedingungen hinsichtlich Reibbeiwert, Steigung oder Fahrbahnunebenheit. Die erforderlichen Testbedingungen stellen hohe Ansprüche an die Vielseitigkeit von Testgeländen. Hinzu kommen Fahrdynamiktests in Heiß- und Kaltländern, da die entsprechenden Fahrbahnbedingungen wie z.B. Schnee- und Eisfahrbahnen sonst nicht zuverlässig erzeugt werden können. In **Tabelle 2-22** sind die gebräuchlichen Teststrecken zur Fahrdynamikabstimmung kurz beschrieben.

Beladung

Für die Bewertung sind in erster Linie zwei Beladungszustände relevant. Zum einen das minimale Testgewicht bestehend aus dem Fahrer und dem Leergewicht des Fahrzeugs (dazu ggf. Messausstattung) und zum anderen das maximale Testgewicht, welches durch das zulässige Gesamtgewicht bestimmt wird. Dieser Zustand kann variiert werden durch das Ausnutzen entweder der zulässigen Hinterachslast oder der zulässigen Vorderachslast. Die Auslastung des Fahrzeugs mit zulässigem Gesamtgewicht und zugleich zulässiger Hinterachslast ist für den Fahrverhaltenstest als der kritischste anzusehen [50]. Ein weiterer Beladungszustand ist die der sog. Konstruktionslage zugrunde liegende Besetzung des Fahrzeugs durch drei Personen. Ebenso üblich ist der Test mit 5 Personen und 80 kg Zusatzgewicht im Kofferraum. Für die Beladungszustände sind mit Wasser gefüllte Ballast-Dummies (meist 68 kg, 75 kg, 80 kg) an Stelle zusätzlicher Personen üblich (**Bild 2-140**).

Tabelle 2-21: Einzelne Fahrmanöver im Überblick [54]

Kategorie	Manöver (KF Kreisfahrt, LW Lenkwinkel)	Stationär	Instationär	Open Loop	Closed Loop	Subjektiv	Objektiv
Freie Fahrt	Handlingkurs, Teststrecke		X		X	X	
	Öffentliche Strassen		X		X	X	
Geradeausfahrt	Ebene Fahrbahn	X		X	X	X	X
	Unebene Fahrbahn		X	X	X	X	X
	Bremsen		X	X	X	X	X
	Beschleunigen		X	X	X	X	X
	Lastwechselreaktion		X	X	X	X	X
	Wechsellenken um Nulllage		X		X	X	
	Seitenwind (Kursregelung)		X		X	X	
	Anlenken (Lenkkraftniveau Mittellage)		X		X	X	
Kreisfahrt	Stationäre KF	X					X
	Bremsen aus stationärer KF		X	X	X	X	X
	Lastwechsel aus stationärer KF		X	X	X	X	X
	Beschleunigen aus stationärer KF		X	X	X	X	X
	Lenkrückstellverhalten aus stat. KF		X	X	X	X	X
	Hindernisüberfahrt in stationärer KF		X	X	X	X	X
Sinusförmiges Lenken	Slalom (18 m, 36 m)		X		X	X	
	Wedelfahrt: LW-frequenz wird erhöht		X	X			X
	Wedelfahrt: LW-amplitude wird erhöht		X	X			X
	Freies Wedeln (Proportionalbereich)		X		X	X	
	Sinuslenken über eine Periode		X	X			X
	Sinuslenken eingeschwungen		X	X			X
Wechsellenken	Einfacher Spurwechsel „SP“		X		X	X	X
	Doppelter SP, schnell ISO Wedeltest		X		X	X	X
	Doppelter SP, langsam (Elchtest)		X		X	X	X
	Fishhook-Manöver		X	X			X
	Lenkradfreigabe nach Wechsellenken		X		X	X	
	Regelloser Lenkeinschlag		X	X			X
	Parkieren		X		X	X	X
Lenkwinkelsprung	Gerade → Kreis		X	X			X
	Kreis → Kreis		X	X			X
	Wiederholter Lenkwinkelsprung		X	X			X
Lenkimpulse	Rechteckimpuls		X	X			X
	Dreiecksimpuls		X	X			X
	Anreißen (Dämpfungsmaß Anhänger)		X	X	X	X	X

Tabelle 2-22: Gebräuchliche Teststrecken zur Fahrverhaltensbeurteilung

Öffentliche Strecken	Autobahnen: Hochgeschwindigkeitstests und ggf. Tests für elektronische Regelsysteme, die andere Verkehrsteilnehmer bei hohen Geschwindigkeiten erfordern (ACC)
	Bergstrecken und Pässe: Anhängerbetrieb und Bremsentests (bergab) auch mit Anhänger
	Stadtstrecken: Handlichkeit, Parkiermanöver und Übersichtlichkeit (Karosserie)
	Überlandstrecken: Normaler Fahrbetrieb, Alltagstests von seriennahen Prototypen
Fahrdynamikteststrecken	Kreisfahrtstrecke [47] (Trocken, nass): Stationäres und instationäres Kurven- und Lenkverhalten, Brems-, Beschleunigungs- und Lastwechselverhalten
	Fahrdynamikfläche [47] (Trocken, nass): Stationäres und instationäres Kurven- und Lenkverhalten
	Schnellfahrbahn [47] (Trocken, nass): Hochgeschwindigkeitsverhalten, Dauerbelastungstests (Antriebsstrang)
	Verschiedene Strassendecken wie Blaubasalt, Asphalt, Beton (Trocken, nass): Traktion, Bremsen, Kurven- und Lenkverhalten, Regelverhalten von Regelsystemen
	Handlingkurs (unterschiedliche Kurvenradien, Wechselkurven) [47] (Trocken, nass): Kurven- und Lenkverhalten, Traktion
	Seitenwindprüfstrecke [47]: Seitenwindverhalten mit und ohne Anhänger
	Steigungsstrecke (trocken, nass, Schnee, Eis): Traktion, Schlupfregelsysteme
Niedrigreibwertstrecken	Eis, Schnee: Kurven-, Lenk-, Brems-, Beschleunigungs- und Lastwechselverhalten
	Eis, Schneematsch auf Asphaltfahrbahn: Kurven- und Lenkverhalten, Brems-, Beschleunigungs- und Lastwechselverhalten
	Gemischter Reibwert μ-Split, μ-Jump (gerade, mit Kurven): Traktion, Brems-, Beschleunigungsverhalten, Regelgüte von Regelsystemen
	Überflutete Strasse: Aquaplaning
Fahrkomfortteststrecken	Verschiedenen Strassendecken wie Blaubasalt, Asphalt, Beton (trocken, nass): Geräusche und Schwingungen
	Unebene Fahrbahnen mit unterschiedlichen Fahrbodenoberflächen (gleichzeitige versetzte Wellen, Löcher, Querrinnen): Geräusche und Schwingungen
	Schlechtwegstrecke eben oder mit Gefälle (Schotter, Geröll, Sommerwegstreifen): Geräusche und Schwingungen



Bild 2-140: Ballast-Dummy

Vor den Testfahrten ist der Zustand des Fahrzeugs zu dokumentieren. Dies umfasst das Fahrzeuggewicht, die Achslasten, die Kennwerte der Radstellung, relevante Fahrwerksdaten, die Reifenart und den Luftdruck sowie die Fahrzeugvariante und deren Ausstattung. Die Terminologie, sowie Hinweise und Vorschriften zu den Messbedingungen sind in DIN 70020 und 70027 dokumentiert.

Reifen

Zur Schaffung einer vergleichbaren Basis für die Bewertung werden in den verschiedenen Vorschlägen der ISO-Normungsgruppe [33] neue Reifen empfohlen, die 150 bis 200 km in der üblichen Anordnung am Testfahrzeug ohne übermäßig harten Einsatz eingefahren wurden. Es können aber auch Reifen mit einem beliebigen Abnutzungszustand eingesetzt werden, solange das Profil eine Mindesttiefe von 1,5 mm am gesamten

Reifenumfang nicht unterschreitet. Vor dem Test sind die Reifen warm zu fahren. Dazu werden verschiedene stationäre und instationäre Manöver vorgeschlagen (s. ISO 4138, ISO/DIS 7975, [33]). Der Reifenluftdruck ist vor der Fahrt genau einzustellen und nach der Fahrt erneut zu messen.

2.8.4 Abstimmungsmaßnahmen

Durch die Auswahl der Achs- und Lenkungskonzepte wird schon bei der Konzeption eines Fahrzeugs das mögliche Eigenschaftsspektrum des fertigen Fahrzeugs bestimmt. Die Vor- und Nachteile der einzelnen Achs- und Lenkungskonstruktionen werden an anderer Stelle des Buches behandelt. Hier sollen beispielhaft die Möglichkeiten benannt werden, die sich dem Fahrwerksingenieur bieten, ein Fahrzeug mit einem bestehenden Achs- und Lenkungskonzept abzustimmen.
Am Beispiel des für die Grundabstimmung des Fahrverhaltens sehr wichtigen Manövers der stationären Kreisfahrt sollen die wichtigsten Maßnahmen gezeigt werden.

2.8.4.1 Abstimmungsmaßnahmen zum stationären Lenkverhalten

Die Abstimmung des stationären Lenkverhaltens wird durch die Beeinflussung der Kräfte und Kraftverhältnisse in den 4 Radaufstandsflächen erreicht. In der Regel wird durch die Veränderung der Achslasten oder die Veränderung der Radlastunterschiede zwischen kurveninnerem und kurvenäußerem Rad der Schräglaufwinkelbedarf einer Achse in die gewünschte Richtung verändert. Eine Erhöhung des Schräglaufwinkelbedarfs an der Vorderachse verändert das Fahrverhalten in Richtung untersteuernd, eine Verringerung entsprechend in Richtung übersteuernd. Die Aussagen gelten umgekehrt für die Hinterachse.
In **Tabelle 2-23** beschreibt isoliert die Auswirkung der Einzelmaßnahme für das Eigenlenkverhalten in stationärer Kreisfahrt mit den dabei auftretenden Radlastunterschieden. Jede Maßnahme hat in der Regel zusätzliche Auswirkungen auf das Fahrverhalten. Diese sind für eine Ausprägung einer Maßnahme an einer Achse beschrieben. An der anderen Achse, bzw. in entgegen gesetzter Ausprägung umgesetzt, bewirkt sie das Gegenteil. **Tabelle 2-24** gibt einen Überblick über die konstruktiven Möglichkeiten zur Einflussnahme auf das Fahrverhalten

2.8.5 Subjektive Fahrverhaltensbeurteilung

Für die subjektive Fahrverhaltensbeurteilung gibt es bisher keine einheitlichen oder standardisierten Fahrmanöver, Beurteilungskriterien und Bewertungsskalen. Fahrzeughersteller und Zulieferer, Testinstitute und Fachzeitschriften verwenden meist selbst entwickelte Verfahren mit einer eigenen Terminologie. Nur in wenigen Fällen wurde der einer Beurteilung zu Grunde liegende Verlauf der Fahrspur standardisiert (z.B. doppelter Fahrspurwechsel nach [53]). Nachfolgend sind deshalb die heute gebräuchlichen Beurteilungskriterien zur Fahrverhaltensabstimmung und die dazu verwendeten Fahrmanöver qualitativ beschrieben. Ebenso wird die in der Industrie übliche Beurteilungsskala für die Subjektivbeurteilung vorgestellt. Ein Teil dieser Kriterien wird teilweise auch objektiv beurteilt.

2.8.5.1 Bewertungsmethoden und Darstellung

Die Beurteilung der Kriterien des Fahrverhaltens erfolgt in einem zweistufigen Notensystem. Die Noten bewegen sich zwischen 1 und 10, wobei 10 die beste Bewertung darstellt (**Tabelle 2-25**). Die Noten 1 bis 4 werden als „unter dem Industriestandard“ bezeichnet und sind für ein Serienfahrzeug nicht akzeptabel. Die Vergabe der Benotungen ist abhängig von der Fahrzeugklasse, weil z.B. in der Oberklasse andere Anforderungen hinsichtlich des Komforts gelten, als bei einem Kompaktfahrzeug. Außerdem unterliegt die Bewertung einer Veränderung über der Zeit, um den fortschreitenden Stand der Technik zu berücksichtigen und den resultierenden Verbesserungen in Fahrverhalten und Komfort Rechnung zu tragen.

2.8.5.2 Anfahrverhalten

Das Anfahrverhalten beschreibt die Auswirkungen der Antriebskräfte bei Anfahren auf Quer-, Längs-, Vertikaldynamik des Fahrzeugs, sowie die Rückwirkungen auf das Lenksystem (**Tabelle 2-26**). Hinzu kommen die Kriterien Traktion und Beschleunigungsvermögen, die jedoch meist objektiv erfasst werden.

2.8.5.3 Bremsverhalten

Die Abstimmung des Bremsverhaltens bezieht sich auf die Beurteilung der Bremsanlage samt deren Betätigungscharakteristik und die fahrdynamischen Auswirkungen von Verzögerungskräften auf die Fahrzeugbewegung (**Tabelle 2-27**). Ein wichtiges Kriterium ist bei den Testmanövern im geschlossenen Regelkreis der Regelaufwand zur Kurshaltung bei der Bremsung.
Es kann unterschieden werden zwischen Tests bei Geradeausfahrt mit Fokus Bremsenfunktion und Fahrstabilität und Tests in Kurvenfahrt mit dem Fokus Fahrverhalten bei Bremsung. Dazu kommen Tests zu Ergonomie und Komfort der Bremsbetätigung und der Rückwirkung auf den Fahrer insbesondere bei Bremsregelsystemen. Ausschlaggebend für die Abstimmung der eigentlichen Fahrdynamik sind die Bremstests in Kurvenfahrt mit den Kriterien: Kurvenlauf, Lenkbarkeit und Gierstabilität.

Tabelle 2-23: Grundlegende Abstimmungsmaßnahmen für das stationäre Lenkverhalten [54]

Maßnahme	Physikalische Auswirkung	Effekt
Reifenbreite VA vergrößern	Schräglaufwinkelbedarf VA sinkt	Übersteuern
Achslast VA erhöhen	Höhere Normalkräfte → übertragbare Seitenkräfte steigen → Schräglaufwinkelbedarf sinkt (Effekt überwiegt die Zunahme der Radlastunterschiede und die damit verbundene Erhöhung des Schräglaufwinkelbedarfs)	Untersteuern
Spurweite VA vergrößern	Radlastunterschiede sinken, Schräglaufwinkelbedarf sinkt	Übersteuern
Momentanpol VA tiefer legen	Verringerung der Wankmomentenabstützung, Radlastunterschiede sinken, Schräglaufwinkelbedarf sinkt	Übersteuern
Federrate VA erhöhen	Radlastunterschiede VA und Schräglaufwinkelbedarf VA steigen Radlastunterschiede HA und Schräglaufwinkelbedarf HA sinken	Untersteuern
Stabilisator VA härter	Radlastunterschiede VA und Schräglaufwinkelbedarf VA steigen Radlastunterschiede HA und Schräglaufwinkelbedarf HA sinken	Untersteuern
Ausgleichsfeder HA verstärken, Hubfederrate verringern	Radlastunterschiede HA sinken, Schräglaufwinkelbedarf HA sinkt	Untersteuern
Vorspur VA erhöhen	Schräglaufwinkel außen steigt, Schräglaufwinkel innen sinkt → Schräglaufwinkelbedarf VA sinkt	Übersteuern
+ Radsturz VA verringern oder – Radsturz VA vergrößern	Sturzseitenkraft steigt außen → Schräglaufwinkelbedarf VA sinkt	Übersteuern
Wanklenken n. kurveninnen	Zusätzlicher Lenkwinkel nach Aufbau des Wankwinkels	Übersteuern
Seitenkraftlenken nach kurveninnen in VA	Zusätzlicher Lenkwinkel nach Aufbau der Querbeschleunigung	Übersteuern
aerodynamischen Auftrieb an der VA vermindern	Höhere Normalkräfte → übertragbare Seitenkräfte steigen → Schräglaufwinkelbedarf sinkt	Übersteuern
Lenkgesetz Richtung Ackermann-auslegung verändern	Geringerer effektiver Lenkwinkel durch Verringerung der Vorspur	Untersteuern
Nachlaufwinkel der VA vergrößern	Verringerung des Radlenkwinkels durch Elastizitäten	Untersteuern
Bremskraftanteil der VA erhöhen	Größerer Bedarf an Kraftschlusspotenzial durch Längskräfte → Weniger Potenzial für Querkräfte zur Verfügung → Schräglaufwinkelbedarf steigt (Effekt beim Bremsen wirksam)	Untersteuern
Antriebskraftanteil der VA bei 4WD erhöhen	Größerer Bedarf an Kraftschlusspotenzial durch Längskräfte → Weniger Potenzial für Querkräfte zur Verfügung → Schräglaufwinkelbedarf steigt (nur unter Vortrieb wirksam)	Untersteuern

Tabelle 2-24: Möglichkeiten zur Einflussnahme auf das Fahrverhalten

Baugruppe	Maßnahme
Gesamt-fahrzeug	Radstand, Spurweite, Achslastverteilung, SchwerpunktlageMassenträgheitsmomente des Aufbaus
	Dynamische Achslastverlagerung (v.a. bei Längsbeschleunigungen)
	Antriebskonzept und Antriebsmomentenverteilung (Allrad)
	Aerodynamische Eigenschaften (v.a. im Hochgeschwindigkeitsbereich)
Bremsen	Bremsenkonzept, -dimensionierung und -ausführung
	Bremskraftverteilung
	Auslegung Bremskraftregler
	Bremsbelagcharakteristik
Achsen	Achskonzept und -ausführung
	Ausführung und Abstimmung von Federung, Stabilisierung, Dämpfung und Zusatzfedern
	Kinematik und Elastokinematik der Achsen (Längs- und Seitenkraftlenken)
	Längs- und Querelastizitäten von Vorderachse und Hinterachse
	Dynamische Radlastverlagerung
	Nickkinematik der Achsen (Anfahrstützwinkel: Anti-Squat, Bremsnickausgleich: Anti-Dive)
	Wankkinematik der Achsen (Lage Wankachse, Wankabstützung durch Federung, Zusatzfedern, Stabilisierung und Dämpfung)
	Verteilung der Wankabstützung zwischen Vorder- und Hinterachse
Radstellung	Nachlaufwinkel, -strecke, -versatz, Spreizung, Spur, etc.
	Raderhebungskurven und Änderung der Radstellung beim Federn
Lenkung	Konzept und Ausführung Lenksystem, Ausführung Lenkgetriebe
	Statische und dynamische Lenkübersetzung
	Bauart und Lenkungskennfeld der Servounterstützung
	Lenkungscharakteristik (Lenkmomente, Übersetzung)
	Elastizitäten, Trägheitsmomente und Dämpfung im Lenkungsstrang
	Störkrafthebelarm, Lenkrollradius, Anordnung der Spurstangen (Pfeilung)
	Auslegung kinematische Lenkrückstellung (Nachlauf, Spreizung)
Reifen	Dimensionierung von Rad und Reifen
	Profilgestaltung
	Schräglaufsteifigkeit
Antriebs-strang	Konstruktive Anordnung der Aggregate und deren Lagerung
	Elastizitäten und Dämpfung des Antriebsstrangs
	Motorcharakteristik (Momentenverlauf Schleppmoment-Charakteristik)
	Getriebeübersetzung, Wandlercharakteristik
	Länge und Torsionssteifigkeit der Antriebswellen
	Sperrcharakteristik der Differenziale
	Charakteristik der Gaspedalbetätigung
Regel-systeme	Die Auslegungen der Antriebs-Schlupf-Regelsysteme, Brems- und Fahrstabilitätssysteme sind grundsätzlich Aufgabe der Fahrverhaltensabstimmung und besitzen ein eigenes komplexes Parameterfeld zur Abstimmung. Dies gilt insbesondere unter dem Gesichtspunkt der Vernetzung der Regelsysteme in einem Integrated Chassis Management

Tabelle 2-25: Zweistufiges Bewertungssystem zur subjektiven Beurteilung von Fahrzeugeigenschaften [49]

1. Stufe	2. Stufe				3. Stufe	
Bewertung	Bewertung	Mangel	Wahrnehmbar durch	Note		
Eigenschaft Im Industriestandard	optimal	nicht wahrnehmbar	ausgebildete Beobachter	10		
	sehr gut	kaum wahrnehmbar	ausgebildete Beobachter	9	8,5	
	gut	äußerst gering	ausgebildete Beobachter kritische Kunden	8		8,25 7,75
	noch gut	sehr gering	kritische Kunden	7	7,5	7,25 6,75
	befriedigend	gering	kritische Kunden	6	6,5	6,25 5,75
	genügend	gut	kritische Kunden und Normalkunden	5	5,5	
Eigenschaft unter Industrie-standard	mangelhaft	unangenehm, Reklamation, Verbesserung erforderlich	Normalkunden	4		
	schlecht	nicht akzeptabel Bauteil fehlerhaft	alle Kunden	3		
	sehr schlecht	nicht akzeptabel, Bauteil bedingt funktionsfähig	alle Kunden	2		
	völlig ungenügend	nicht akzeptabel Bauteil ohne Funktion	alle Kunden	1		

Tabelle 2-26: Kriterien zur Beurteilung des Anfahrverhaltens [49, 54]

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Anfahrnicken	Anfahren, Beschleunigen aus langsamer Fahrt unterschiedliche Beschleunigungen, μ-high	Der zeitliche Nickwinkelverlauf und die Nickgeschwindigkeit sollten möglichst gering sein.
Anfahrpendeln	Anfahren, Beschleunigen aus langsamer Fahrt unterschiedliche Beschleunigungen, μ-high ausgeprägte Fahrbahnunebenheiten	Die aus den Fahrbahnunebenheiten resultierenden Ungleichförmigkeiten in der Kraftübertragung sollen möglichst nicht zu Wank-, Gierbewegungen führen und keinen hohen Aufwand zur Kursregelung erfordern.
Anfahrschütteln	Anfahren, Beschleunigen aus langsamer Fahrt unterschiedliche Beschleunigungen Fahrbahnen mit gemischten Griffigkeiten	Ungleichförmigkeiten durch Elastizitäten im Antriebsstrang sollen möglichst nicht zu Komfort mindernden Schwingungen am Lenkrad oder in der Karosserie führen.
Verlenken	Anfahren, Beschleunigen aus langsamer Fahrt hohe Beschleunigungen unebene Fahrbahn mit μ-high oder μ-Split.	Durch die Fahrbahn induzierte unterschiedliche Antriebskräfte zwischen linker und rechter Fahrzeugseite sollen möglichst geringe Gierbewegungen des Fahrzeugs bedingen, und damit einen möglichst geringen Regelungsaufwand am Lenkrad verursachen.
Torque Steer	Anfahren, Beschleunigen aus langsamer Fahrt hohe Beschleunigungen unebene Fahrbahn oder μ-split.	Unsymmetrien im Antriebsstrang (Lenkungselastizitäten, ungleich lange Antriebswellen etc.) sollten möglichst nicht zu zusätzlichen Gierwinkeln und damit zu einem erhöhten Regelungsaufwand führen.

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Lenkungs-klemmen (F-antrieb)	Hohe Beschleunigungen aus dem Stand oder aus langsamer Fahrt μ-high	Die auftretenden Traktionskräfte sollten möglichst wenig Einfluss auf die Betätigungskräfte am Lenkrad haben. Lenkungsrückstellung und Mittellagengefühl sollten erhalten bleiben.
Traktion	Beschleunigung aus dem Stand oder langsamer Fahrt μ-high, μ-low, μ-Split, μ-Jump	Möglichst hohe Traktion und gutes Beschleunigungsvermögen. Bewertung erfolgt in erster Linie objektiv.
Regelverhalten (ATC)	Beschleunigen aus dem Stand oder vorgegebenen konstanten Fahrgeschwindigkeiten Fahrbahnen mit unterschiedlichen, wechselnden Reibwertverhältnissen Ggf. Kurvenstrecken und Steigungsstrecken	Das Eingreifen von Regelsystemen zur Traktionskontrolle sollte möglichst weich erfolgen, eine gute Beschleunigung ermöglichen und einen geringen zusätzlichen Lenkaufwand erfordern.
Pedalrück-wirkung (ATC)	Beschleunigen aus dem Stand oder vorgegebenen konstanten Fahrgeschwindigkeiten Fahrbahnen mit unterschiedlichen, wechselnden Reibwertverhältnissen.	Die Rückwirkungen des Regelsystems am Fahrpedal können Informationen über die Traktionsverhältnisse vermitteln, sollten dabei aber nicht Komfort mindernd wirken. Heute meist nur noch optische Anzeige des Regeleingriffs.

Tabelle 2-27: Kriterien zur Beurteilung des Bremsverhaltens [49, 54]

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Bremsverzögerung	Vollbremsungen auf ebener Fahrbahn μ-high, μ-low, μ-Split, μ-Jump	Beurteilt werden die erreichbare Verzögerung und der Regelaufwand für Kurshaltung. Kriterium wird eher objektiv beurteilt.
Standfestigkeit	Vollbremsungen in der Ebene oder im Gefälle μ-high	Subjektive Bewertung von Veränderungen im Pedalgefühl und Pedalkraftaufwand. Bremsweg wird jedoch objektiv bewertet.
Geradeauslauf	Bremsen ohne Blockieren der Räder mit unterschiedlicher Verzögerung unterschiedliche Reibbeiwerte	Möglichst geringer Regelaufwand zur Kurshaltung. Möglichst geringe Kursabweichungen.
Kurvenlauf	Bremsen in Kurvenfahrt mit unterschiedlichen Verzögerungen aus unterschiedlichen Geschwindigkeiten unterschiedliche Radien μ-high, μ-low	Fahrzeugreaktion soll über den gesamten Parameterbereich qualitativ gleich sein. Fahrzeugreaktion sollte den Fahrer während Lenk-Brems-Manövern unterstützen, indem die Situation durch leichtes Eindrehen in die Kurve entschärft wird.
Lenkbarkeit	Bremsung aus Geradeausfahrt mit gleichzeitigem Lenken unterschiedliche Reibbeiwerte	Die Fahrzeugreaktion sollte bei der Bremsung ähnlich sein, wie ohne Einfluss der Verzögerung.
Gierstabilität	Bremsen aus Geradeausfahrt aus verschiedenen Geschwindigkeiten mit verschiedenen Verzögerungen μ-high, μ-low, μ-Split	Der Lenkaufwand zur Kurshaltung sollte möglichst gering sein. Fahrzeugreaktionen sollten nicht überraschend und leicht korrigierbar sein.
Bremsnicken	Bremsen auf μ-high	Nickwinkel und Nickwinkelgeschwindigkeit sollten möglichst gering sein.
Pedalkraftaufwand	Bremsen auf μ-high	Zur Fahrzeugcharakteristik passender Pedalkraftaufwand. Kriterium wird teilweise durch Messung der Pedalkraft ergänzt.

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Pedalgefühl	Bremsung aus Geradeausfahrt aus unterschiedlichen Geschwindigkeiten und unterschiedlichen Verzögerungen Bremsbetätigung schnell, langsam unterschiedliche Reibbeiwerte.	Eindeutige, intuitive Zuordnung des Kraft-Weg-Verlaufs am Bremspedal zu Bremsverzögerung muss möglich sein.
Pedalrückwirkung (ABS)	Bremsungen aus Geradeausfahrt aus unterschiedlichen Geschwindigkeiten und mit unterschiedlichen Verzögerungen mit ABS-Regelung unterschiedliche Reibwerte und Reibwertübergänge	Pedalbewegungen sollten dem Fahrer Information über den Fahrbahnkontakt übermitteln, sollten jedoch nicht Komfort mindernd sein.
Pedalmoving (ABS)	Bremsungen aus Geradeausfahrt aus unterschiedlichen Geschwindigkeiten und mit unterschiedlichen Verzögerungen mit ABS unterschiedliche Reibwerte und Reibwertübergänge	Niederfrequente Bewegungen (Verschiebungen) des Bremspedals während der ABS-Regelbremsung sollten so gering wie möglich sein.
Bremsenrubbeln	Geradeausbremsung bei hohen Geschwindigkeiten mit verschiedenen Verzögerungen	Es sollten keine durch Bremsenrubbeln ausgelöste Komfort mindernde Schwingungen am Lenkrad, in der Bodengruppe oder am Sitz auftreten.
Bremsgeräusche	Bremsen bei Geradeaus- und Kurvenfahrt bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten und Verzögerungen Stop&Go beim niedrigen Bremsdrücken.	Es sollten keine Bremsgeräusche (Quietschen, Buhen, Brummen, Knarren) auftreten.

Tabelle 2-28: Kriterien zur Beurteilung des Lenkverhaltens [49, 54]

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Anlenkverhalten	Anlenken aus Geradeausfahrt bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Trockene und nasse Fahrbahn. Variiert werden Lenkwinkel und Lenkwinkelgeschwindigkeit	Möglichst spontane und proportionale Reaktion auf Lenkeingaben, Phasenverzug und Überreaktion sollten gering gehalten werden.
Ansprechverhalten	Sinusförmiges oder regelloses Anlenken aus Geradeausfahrt mit größer werdenden Amplituden, bis eine deutliche Gierreaktion eintritt. Trockene und nasse Fahrbahn, ggf. Längsrillen. Variiert wird die Fahrgeschwindigkeit.	Reaktion bereits auf kleine Lenkradwinkel, bei niedrigen und mittleren Geschwindigkeiten. Geradeausstabilität bei hohen Geschwindigkeiten durch progressiv ansteigenden Lenkwinkelbedarf
Überschwingen bei Lenkungsrücklauf	Übergang von Kurvenfahrt zu Geradeauslauf. Lenkrad freigeben oder durch Fahrerhand zurück gleiten lassen	Möglichst geringe Amplitude von Lenkradüberschwingern, Überschwingen soll schnell abklingen.
Nachschwingen nach Richtungswechsel	Einmaliges sinusförmiges Anlenken im Bereich der Wankeigenfrequenz	Gierschwingungen sollten möglichst schnell abklingen
Nachlenken nach Kurvenfahrt	Aus Kurvenfahrt in Geradeausfahrt übergehen. Verschiedene Querbeschleunigungen und Lenkgeschwindigkeiten.	Möglichst keine Lenkmomentschwankungen, keine Nachlenkeffekte durch Seitenkraft bzw. Querelastizitäten
Zielgenauigkeit	Kurvenfahrt mit unterschiedlichen Radien (Handlingkurs, Autobahn) unterschiedliche Geschwindigkeiten	Fahrzeug folgt dem eingeschlagenen Kurs störungsfrei, geringer Nachlenkbedarf, Störungen sind leicht auszuregeln.

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Grabeneffekt	Spurwechsel bzw. zügiges Anlenken aus Geradeausfahrt bei mittleren bis hohen Geschwindigkeiten.	Merklicher Lenkmomentanstieg beim Übergang von Geradeausfahrt zu Lenkphase bei höheren Geschwindigkeiten. Gut spürbare Selbstzentrierung. Harmonischer Übergang zwischen Geradeausfahrt und Lenkphase.
Mittengefühl (*center point feeling*)	Leichtes Anlenken. Geschwindigkeiten > 120 km/h.	Kein Spiel und keine Hysterese bei kleinen Lenkradwinkeln im Hochgeschwindigkeitsbereich. Nach dem Anlenken gute Selbstzentrierung und hohe Geradeausstabilität.
Fahrbahnkontakt	Geraden oder Kurven. Unterschiedliche Geschwindigkeiten und Querbeschleunigungen bis zur Haftgrenze. Trocken und nasse Fahrbahnen mit unterschiedlicher Unebenheit.	Deutliche, aber nicht Komfort mindernde Informationen über Querbeschleunigung, Fahrbahnoberfläche, Reibwertverhältnisse und Haftgrenzreserve aus dem Verlauf des Lenkmoments.
Lenkungsrücklauf	Kurven mit unterschiedlichen Radien. obere Geschwindigkeiten, unterschiedliche Querbeschleunigung.	Nach der Kurvenfahrt selbstständiges Rücklaufen der Lenkung in die Geradeausstellung. Kein negatives Rückstellmoment (selbstständiges Einlenken).
Lenkkrafthöhe	Wechsellenken. μ-high (trocken, nass). Geschwindigkeiten von 0 bis v_{max}. Verschiedene Querbeschleunigungen.	Hysteresefreier, proportionaler Verlauf des Lenkmoments bei allen Geschwindigkeiten und Lenkmanövern, geringer Unterschied zwischen Lenk- und Haltemomenten, Rückmeldung über Reibwertverhältnisse und Seitenführung, Abnahme des Lenkmoments bei Annäherung an die Haftgrenze.
Lenkungsüberholen	Schnellstmögliches Wechsellenken aus Geradeausfahrt. Unterschiedliche Fahrgeschwindigkeiten.	Kein Nacheilen oder Aussetzen der Lenkungsunterstützung.
Handlichkeit	Kurven mit unterschiedlichen Radien. Niedrige bis hohe Geschwindigkeiten. Gesamter Querbeschleunigungsbereich.	Möglichst agiler Gesamteindruck mit spontanem Ansprechen bei geringem Lenkaufwand.

2.8.5.4 Lenkverhalten

Die Beurteilung bezieht sich auf das Lenkverhalten bei Geradeausfahrt und bei Kurvenfahrt, sowie auf das Lenkkraftniveau und die Beurteilung von Lenkradschwingungen (**Tabelle 2-28**). Es kann unterschieden werden zwischen Manövern, die sich mit dem Lenken aus der Nulllage heraus, oder um die Nulllage herum befassen und solchen, die das Lenkverhalten während der Kurvenfahrt beschreiben. Als weitere Kriterien werden das Zurücklenken in die Nulllage, das Lenkkraftniveau und der Fahrbahnkontakt beurteilt. Dieser ist für den Fahrer eine wichtige Informationsquelle über den Zustand der Fahrbahnoberfläche und die herrschenden Reibverhältnisse. Die Beurteilungskriterien sind sehr vielseitig; angefangen von Anlenk- und Ansprechverhalten, Mittengefühl, Lenkkraftniveau in unterschiedlichen Situationen bis hin zu Zielgenauigkeit, Fahrbahnkontakt, Handlichkeit sowie Lenkungsrücklauf.

2.8.5.5 Kurvenverhalten

Das Kurvenverhalten beschreibt das Gierverhalten und die Zusatzbewegungen, die dem Fahrzeug bei Kurvenfahrt unter dem Einfluss von Querbeschleunigungen und Längsbeschleunigungen aufgeprägt werden (**Tabelle 2-29**). Dieses Verhalten wird maßgeblich von der Eigenschaft der Reifen beeinflusst, Längs- und Seitenkräfte nur unter Schlupf übertragen zu können. Dadurch und durch die unter Krafteinwirkung sowie bei Aufbaubewegungen auftretenden Radstellungsänderungen entsteht die Mehrzahl der in der Tabelle aufgeführten Eigenlenkeffekte (z.B. Über- oder Untersteuern). Ein typisches Kriterium der objektiven Beurteilung ist das Eigenlenkverhalten. Trotz zahlreicher Kennwerte zu diesem Kriterium wird es auch einer Subjektivbeurteilung unterzogen.
Beurteilt werden das Eigenlenkverhalten sowie der Regelaufwand zur Kurshaltung. Insbesondere werden die Höhe und die Änderung des erforderlichen Lenkradwinkels in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung bewertet. Die Lenkarbeit zur Kurshaltung sollte gering und eindeutig vorhersehbar sein.

Tabelle 2-29: Kriterien zur Beurteilung des Kurvenverhaltens [49, 54]

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Eigenlenk-verhalten	Kreisbahn mit unterschiedlichen Radien und unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Verschiedene Reibwerte (trocken, nass, Eis).	Gut vorhersehbares Gierverhalten bei Kurvenfahrt, möglichst geringe Lenkarbeit zur Kurshaltung. Ziel: Neutrales bis leicht untersteuerndes Eigenlenkverhalten bis zu mittleren Querbeschleunigungen. Darüber sollte die Untersteuertendenz überproportional zunehmen
Einlenkverhalten	Übergang von Geraden zu Kurven unterschiedlicher Radien. Unterschiedliche Fahrgeschwindigkeit und Giergeschwindigkeit. Trocken, nass	Gierwinkel und Gierbeschleunigung möglichst proportional zum Lenkwinkel bei allen Lenkwinkelgeschwindigkeiten. Möglichst kein Zeit bzw. Phasenverzug, keine Überreaktion.
Seitenkraft-aufbau	Übergang von Geraden zu Kurven unterschiedlicher Radien bei unterschiedlichen Fahrgeschwindigkeiten, Querbeschleunigungen. Trocken, nass	Seitenkraftaufbau und -abstützung spontan und ohne Phasenverzug zwischen Vorder- und Hinterachse. Möglichst keine Querelastizitäten und Anlegeeffekte spürbar.
Gierge-schwindig-keitsaufbau	Einfache und doppelte Fahrspurwechsel. Trocken, nass	Giergeschwindigkeitsaufbau proportional zur Lenkgeschwindigkeit. Keine Unstetigkeiten, Trägheiten, Phasenverzug.
Querführungsvermögen	Wechselkurven mit unterschiedlichen Radien. Unterschiedliche Geschwindigkeiten und Querbeschleunigung bis in den Grenzbereich. Trocken, nass	Querführungsvermögen möglichst groß. Gute Balance zwischen Vorder- und Hinterachse unabhängig von Reibwert und Querbeschleunigung. Rückmeldung über Annäherung an Grenzbereich, Übergang in Grenzbereich ohne hektische Gierreaktion.
Wankverhalten	Geraden und Wechselkurven. unterschiedliche Geschwindigkeiten, Querbeschleunigungen und Lenkwinkelgeschwindigkeiten.	Wankreaktion möglichst gering und proportional zur Querbeschleunigung. Wankwinkel soll Rückmeldung über aufgebaute Seitenkraft geben.
Diagonales Tauchen	Geraden und Wechselkurven. Unterschiedliche Geschwindigkeiten und bewusst unharmonische und sprungartige Lenkeinschläge.	Wankbewegung möglichst nur um Fahrzeug-Längsachse. Kein gegenphasiges Federn von Vorder- und Hinterachse, so das keine diagonalen Federbewegungen spürbar werden.
Aufstützen	Geraden und Wechselkurven. Unterschiedliche Geschwindigkeiten und bewusst unharmonische und sprungartige. Lenkeinschläge.	Möglichst keine Unwilligkeit zum Einfedern kurvenaußen spürbar, die durch „Aushebeln“ des Fahrzeugs die Spurhaltung beeinträchtigen kann.
Wank-schrauben	Kurvenlauf mit mindestens einer Bodenwelle oder -senke. Unterschiedliche Geschwindigkeiten.	Aufbauhubfederbewegungen bei Bodenwelle möglichst parallel zur Fahrbahn. Keine Überlagerung von Hub- und Gierbewegung durch Unsymmetrien in der Achskinematik.
Spurwechselverhalten	Einfache und doppelte Fahrspurwechsel. Mehrere Geschwindigkeiten. Unterschiedlich schnelle Fahrspurwechsel bis in den Grenzbereich. Trocken, nass, Eis, Schnee	Möglichst präzise und verzugsfreie Reaktion auf die Lenkeingabe. Keine großen Lenkkorrekturen durch Überreaktion oder Trägheit.
Lenk-Bremsverhalten	Bremsungen aus Kurvenfahrt mit mittleren bis hohen Verzögerungen (mit ABV auch im Regelbereich). Kurven mit unterschiedlichen Radien. Bis Höchstgeschwindigkeit	Hohe Richtungsstabilität. Möglichst geringe, korrigierbare Gierreaktionen.

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Lenk-Beschleunigungs-verhalten	Beschleunigung aus konstanter Kreisfahrt auf Kreisbahnen mit unterschiedlichen Radien und Fahrbahnoberflächen. Unterschiedlich starke Betätigung des Fahrpedals. Mehrere Geschwindigkeiten und Querbeschleunigungen bis zur Haftgrenze	Mäßig reduziertes Untersteuern (Leistungsübersteuern). Unabhängig vom Fahrzustand und Fahrbahn vorhersehbare und leicht zu korrigierende Gierreaktion.
Lastwech-selverhalten	Sprungartiges Loslassen des Fahrpedals aus stationärer Kreisfahrt. Variation des Motorbremsmoments durch Gangwahl. Kreisbahn mit unterschiedlichen Radien und Oberflächen. Unterschiedliche Querbeschleunigungen bis zur Haftgrenze	Mäßiges Eindrehen in den Kreis. Unabhängig vom Fahrzustand und Fahrbahn vorhersehbare und leicht zu korrigierende Gierreaktion.
Fahrbahn-einflüsse	Gerade und kurvige Strecken. Beschleunigen und Bremsen bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Besonders breite Variation der Reibwerte und Fahrbahnoberflächen	Charakteristik des Lenk- und Fahrverhaltens sollte unverändert bleiben.

Tabelle 2-30: Kriterien zur Beurteilung der Geradeausfahrt [49, 54]

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Geradeaus-lauf	Gerade Strecke, breit variierte Reibwerte, Oberflächenbeschaffenheiten und Unebenheiten. Geschwindigkeiten von 80 km/h bis v_{max}. Geringer Seitenwind.	Selbstständiges, stetiges Zentrieren, so das nur geringe Haltekräfte und Korrekturbewegungen erforderlich sind.
Federungs-lenken	Gerade Fahrbahn, μ-high. Unterschiedliche Bodenunebenheiten Geschwindigkeiten von 80km/h bis v_{max}.	Möglichst keine Gierbewegungen oder Bewegungen am Lenkrad auch bei starkem Durchfedern
Wanklenken	Gerade Fahrbahn, μ-high. Unterschiedliche, auch einseitige Bodenunebenheiten Geschwindigkeiten von 80 km/h bis v_{max}	Möglichst keine Gierbewegungen oder Bewegungen am Lenkrad auch bei starken Wankbewegungen.
Lenkungs-pendeln	Geradeausfahrt mit sinusförmigem Lenken steigender Frequenz bis zur Eigenfrequenz, geringe Amplituden, dann Freigabe des Lenkrads aus eingeschwungenem Zustand. Mittlere bis hohe Geschwindigkeiten Alternativ: Anreißen aus Geradeausfahrt und Freigeben des Lenkrads	Möglichst kein Lenkungspendeln, auch bei Anregung durch Unebenheiten. Lenkrückstellkräfte sollten harmonischer Anregung entgegenwirken. Pendelbewegung soll möglichst schnell ausklingen. Möglichst schnelles Zurückkehren in Nulllage, ohne starkes Überschwingen.
Längs-fugen-empfind-lichkeit	Geradeausfahrt, μ-high. Konstante mittlere bis hohe Geschwindigkeiten. Überfahren ausgeprägter Längsfugen im spitzen Winkel.	Keine durch Längsfugen induzierte Lenkbewegungen, Lenkmomentschwankungen und Kursänderungen
Spurrinnen-empfind-lichkeit	Geradeausfahrt, μ-high. Konstante mittlere bis hohe Geschwindigkeit Überfahren ausgeprägter Spurrinnen im spitzen Winkel.	Keine durch Spurrinnen induzierten Lenkbewegungen, Lenkmomentschwankungen und Kursänderungen
Lastwech-selsteuern	Geradeausfahrt mit plötzlichem Loslassen / vollständigem Durchtreten des Fahrpedals trocken, nass, Eis, Schnee. Konstante mittlere bis hohe Geschwindigkeiten	Keine durch den Lastwechsel induzierten Lenkbewegungen, Lenkmomentschwankungen und Kursänderungen
Seitenwind-verhalten	Geradeausfahrt, μ-high. Konstante mittlere bis hohe Geschwindigkeit Natürlicher Seitenwind oder Seitenwindanlage	Möglichst geringe Richtungsänderung und Spurversatz. Dämpfung auftretender Störungen, Möglichst geringer Lenkaufwand zur Kurskorrektur.

Kriterium	Fahrmanöver	Entwicklungsziel
Windempfindlichkeit	Geradeausfahrt mit Überholen und Überholtwerden, um in die Wirbelschleppen anderer Fahrzeuge zu geraten. (besonders Busse und Lkw) Unterschiedliche Geschwindigkeiten.	Möglichst keine Fahrzeugreaktion durch Wirbelschleppen. Möglichst geringer Aufwand zur Kursregelung.
Pendelstabilität mit Anhänger	Geradeausfahrt auf μ-high bis zur kritischen Geschwindigkeit. Sinusförmige Lenkbewegungen mit Eigenfrequenz der Anhänger-Pendelbewegung und geringer Amplitude. Alternativ: Kurzes Anreißen aus Geradeausfahrt	Gespann muss gesetzlich vorgeschriebene Geschwindigkeit sicher erreichen. Siehe auch „Objektive Fahrverhaltensbeurteilung"

2.8.5.6 Geradeausfahrt

Die Geradeausfahrt wird durch Störkräfte als Folge von Bodenunebenheiten, aerodynamischen Einflüssen, nicht zur Kurshaltung erforderlichen Lenkbewegungen (Fahrerrauschen) und inneren Kräften sowie Momenten im Antriebsstrang bzw. in der Radführung beeinflusst (**Tabelle 2-30**). Bewertet wird, in welchem Ausmaß der Geradeauslauf durch Richtungsänderungen und Seitenversatz gestört wird und wie hoch der Aufwand zur Ausregelung der Störung ist. Free control, fixed control und Kursregelung durch den Fahrer sind die drei Möglichkeiten der Lenkradbetätigung die bei der Beurteilung des Geradeauslaufs verwendet werden. Als Entwicklungsziel gilt, dass sich das Fahrzeug möglichst selbsttätig und stetig zentrieren sollte, so dass nur geringe Haltekräfte und Korrekturbewegungen am Lenkrad erforderlich sind.

Tabelle 2-31: Beurteilung des Fahrkomforts [49, 54]

Kriterien	
Federungskomfort (langsam, schnell)	Abrollkomfort (langsam, schnell)
Aufbaudämpfung (langsam, schnell)	Puffereinsatz
Nickfederverhalten	Schluckvermögen
Wankfederverhalten	Aushängen
Prellen	Zurückwerfen
Abrollgeräusch	Reiten
Kantenempfindlichkeit	Kopieren
Dröhnen, Dämpferpoltern	Stuckern (5-15Hz)
Dämpferzischen	Lenkungszittern
Lastwechselschlag	Lenkungsflattern
Aufbauzittern	Lenkungsstößigkeit

2.8.5.7 Fahrkomfort

Die Untersuchungen zum Fahrkomfort beschäftigen sich hauptsächlich mit der Fähigkeit des Fahrwerks, vertikaldynamische Anregungen jeglicher Art so zu verarbeiten, dass sie sich für die Insassen nicht unangenehm auswirken. Dazu werden Schwingungen und Geräusche in den verschiedensten Frequenzbereichen subjektiv und objektiv beurteilt. Der Fahrkomfort wird nicht eigentlich als zur Fahrdynamik gehörig gesehen [47], Vielmehr soll der Testfahrer bei der subjektiven Beurteilung versuchen, die Einflüsse der Vertikaldynamik auszusondieren. Hier sind nur die üblichen Kriterien zur Beurteilung des Fahrkomforts genannt (**Tabelle 2-31**).

2.8.6 Objektive Fahrverhaltensbeurteilung

Dieser Abschnitt befasst sich mit der auf Messungen beruhenden Beurteilung des Fahrverhaltens. Dazu werden zunächst die für die Ableitung der Kenngrößen erforderlichen Messgrößen vorgestellt. Die Beurteilungskriterien sind analog dem Kapitel „Subjektive Beurteilung" gegliedert. Anzahl und Art der in der Industrie verwendeten Beurteilungsgrößen sind zum Teil stark unterschiedlich. Hier soll ein Überblick über einige etablierte Größen und Ihre Interpretation gegeben werden. Ziel dieser Größen ist es, mittels Messung ein dem Empfinden des Fahrers entsprechendes Maß zur Beurteilung zu schaffen. Sehr deutlich wird dies im Fall des Eigenlenkverhaltens. Die ursprüngliche Definition z.B. des Eigenlenkverhaltens nur über die Schräglaufwinkel an Vorder- und Hinterachse wurde aufgegeben, weil die Korrespondenz mit dem Fahrergefühl nicht gegeben war. Heute wird das Eigenlenkverhalten mittels des Eigenlenkgradienten beurteilt, der sehr gut mit dem Subjektivurteil übereinstimmt (s. **Bild 2-101**). Um vergleichbare Messergebnisse erzeugen zu können, ist es notwendig, auch die Eingabegrößen für den Fahrvorgang reproduzierbar zu gestalten. Dazu wird entweder der Fahrer durch Hilfsmittel unterstützt oder es werden Lenk- bzw. Bremsmaschinen eingesetzt, welche den Fahrer ganz ersetzen (**Bild 2-141**). Die Eingaben sind damit unabhängig von der Fahrzeugreaktion immer gleich und die Ergebnisse reproduzierbar.



Bild 2-141: Messgerät kreiselstabilisierte Plattform und Lenkmaschine

2.8.6.1 Messgrößen

Zur Bildung der Kennwerte werden hauptsächlich die Bewegungsgrößen des Fahrzeugs und deren Ableitungen verwendet (**Tabelle 2-32**). Ein universelles Messgerät zur Erfassung der translatorischen Beschleunigungen und der Lagewinkel im Fahrzeug ist die kreiselstabilisierte Plattform. Die gleiche Funktionalität ist inzwischen auch durch elektronische Geräte ohne bewegte Teile realisiert, die robuster und schneller in der Inbetriebnahme sind. Für die Messung von Positionsdaten werden heute die Daten aus inertialen Messsystemen mit globalen Messdaten (z.B. GPS) verknüpft, um eine höhere Genauigkeit zu erreichen.

2.8.6.2 Anfahrverhalten

Beim Anfahren werden hauptsächlich die Kriterien Traktion und Beschleunigungsvermögen auf unterschiedlichen Reibwerten objektiv bewertet. Es kann die Traktion im Stillstand mit fester Anbindung des Versuchsfahrzeugs und bei langsamer Fahrt gegen eine Seilbremse oder ein gebremstes Messfahrzeug objektiv beurteilt werden. Dazu werden die durch das Testfahrzeug aufgebrachten Zugkräfte gemessen. Der Test wird typischerweise auf trockenem, nassem und vereistem Untergrund durchgeführt. Neben dem Zusammenspiel der Radlastverteilung mit dem Antriebskonzept kann auch die Art der Radaufhängung einen Einfluss auf die Traktion haben.
Außer der Zugkraft kann noch das Beschleunigungsvermögen durch Zeitstoppen gemessen werden. Dabei wird die Zeit bis zum Erreichen einer vorgegebenen Geschwindigkeit gemessen und die entsprechende Beschleunigung abgeleitet oder gemessen. Zugleich kann bei diesem Manöver (optimale Ausnutzung der Motorleistung bzw. der Reibwertverhältnisse) auch der Aufwand für die Lenkkorrektur zur Kurshaltung (*Free Control*) und der Gierwinkel bei festgehaltenem Lenkrad (*Fixed Control*) gemessen werden [33].

Tabelle 2-32: Messgrößen zur Bestimmung des objektiven Fahrverhaltens [13, 33, 54]

Variable	Formelzeichen
Längsbeschleunigung, Querbeschleunigung, Vertikalbeschleunigung	a_x, a_y, a_z
Längsgeschwindigkeit Quergeschwindigkeit	v_x, v_y
Gierwinkel, Giergeschwindigkeit, Gierbeschleunigung	$\psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}$
Wankwinkel	φ
Nickwinkel	δ
Schwimmwinkel	β
Bremsweg	s_{Bx}
Kursabweichung (seitliche Fahrzeugkursabweichung von einem Referenzkurs)	s_{KA}
Koordinaten des Fahrzeugschwerpunktes in der Fahrbahnebene	X, Y, Z
Knickwinkel zwischen Zugfahrzeug und Anhänger (nur bei Pkw-Zügen)	$\Delta\psi$

2.8.6.3 Bremsverhalten

Bremsen aus stationärer Kreisfahrt

Da die Fahrsituation „Bremsen in der Kurve“ bei kleinen Kurvenradien eine besondere Rolle im Unfallgeschehen spielt, kommt diesem Testmanöver eine besondere Bedeutung bei. Bei vielen Unfällen spielt zudem das Zusammenwirken von Bremsung und gleichzeitigem Lenkeinschlag eine Rolle. Es werden deshalb Versuchsvarianten getestet, bei denen der Lenkeinschlag während des gesamten Manövers konstant gehalten wird, und solche, bei denen mit der Bremsung auch ein Lenkeinschlag erfolgt. Beide Varianten sind Open-Loop-Manöver. Beim Versuch wird bei konstantem Kreisbahnradius aus verschiedenen Ausgangsquerbeschleunigungen die Bremse gegen Anschläge unter dem Bremspedal oder automatisch betätigt. Dabei wird ausgekuppelt, um den Motor nicht abzuwürgen und Überlagerungen mit dem Lastwechsel zu vermeiden.
Bei dem Manöver ist besonders zu unterscheiden zwischen dem Verhalten bei kleiner bzw. mittlerer und dem bei maximaler Verzögerung. Bis zu mittleren Verzögerungen tritt ein maximales Giermoment bei den durch die Radlastverlagerungen bedingten Veränderungen der Längskräfte in der Reifenaufstandsfläche auf. Es ergibt sich durch die höheren Radlasten ein reduzierter Schräglaufwinkel an der Vorderachse und entsprechend ein erhöhter Schräglaufwinkel an der Hinterachse. Der Momentanpol (**Bild 2-142**) der befahrenen Kreisbahn verschiebt sich nach vorne und näher an das Fahrzeug heran, so dass sich ein kleinerer Kur-

venradius im Vergleich zum Ausgangszustand ergibt. Um auf dem ursprünglichen Kurs zu bleiben ist eine Lenkkorrektur erforderlich.
Das Verhalten bei maximaler Verzögerung wird dagegen durch die Blockierreihenfolge der Räder und somit durch die Bremskraftverteilung bestimmt.

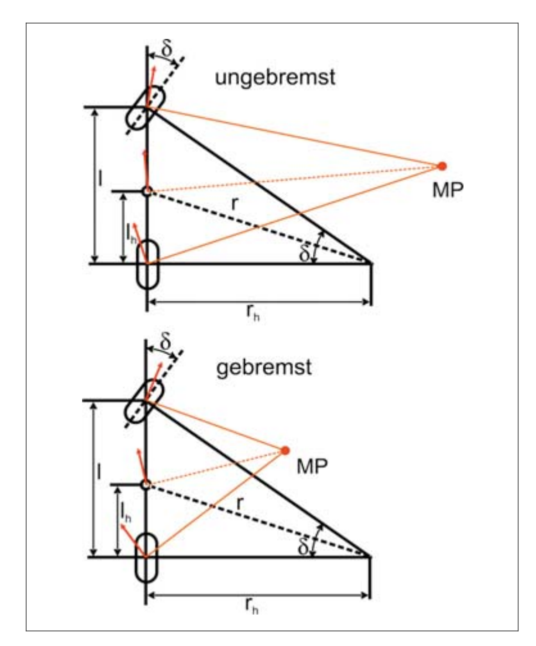


Bild 2-142: Einspurmodell: Bremsen aus stationärer Kreisfahrt [54]

Durch die Einführung von automatischen Blockierverhinderern ist diese Unterscheidung für die meisten modernen Fahrzeuge aber nicht mehr relevant. Da bei diesem Manöver die stärksten Achslastverlagerungen auftreten, wird der Beladungszustand so variiert, dass neben dem maximal zulässigen Gesamtgewicht auch die Extrempunkte maximale Vorder- bzw. Hinterachslast abgetestet werden. Die Bewertung der Fahrzeugreaktion bezieht sich auf die seitliche Abweichung von dem durch den Lenkeinschlag beabsichtigten Kurs und auf die Größe des auftretenden Gier- bzw. Schwimmwinkels und damit auf die Gierstabilität. Neben den Maximalwerten z.B. der Giergeschwindigkeit werden auch die Abweichungen vom Wunschkurs und abgeleitete Größen zum Zeitpunkt der üblichen Fahrerreaktion (i.d.R. 1 s, ggf. 0,5 oder 2 s, **Bild 2-143**) zur Beurteilung ermittelt.
Diese Werte zum Beobachtungszeitpunkt für Giergeschwindigkeit bzw. Querbeschleunigung werden auf den Ausgangswert bei stationärer Kreisfahrt bezogen. Auch Schwimmwinkeldifferenz und Fahrgeschwindigkeitsdifferenz können bewertet werden. Alle Größen werden in Anhängigkeit von der Bremsverzögerung dargestellt [33, 54]:

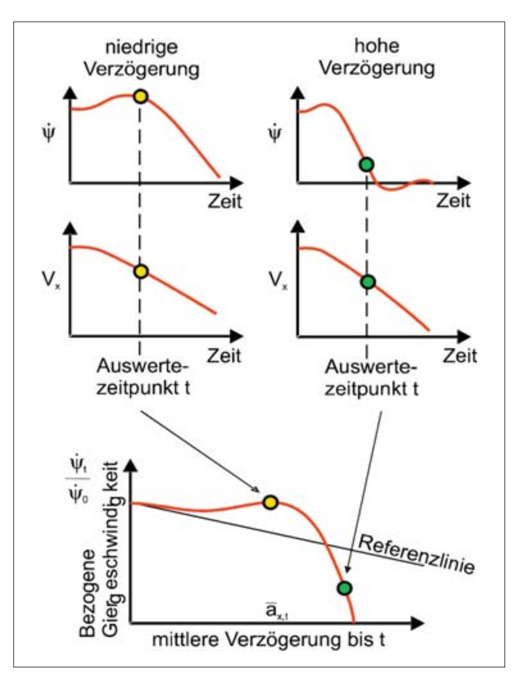


Bild 2-143: Kennwertbildung beim Bremsen aus stationärer Kreisfahrt

$$\bar{a}_{x,t} = \frac{\Delta V_x}{t} \quad \text{und} \quad \frac{\dot{\psi}_{t,ref}}{\dot{\psi}_{t0}} = \frac{V_t / R_0}{\dot{\psi}_{t0}}$$

Bremsen bei Geradeausfahrt
Das Manöver dient zur Beurteilung der Bremsverzögerung und der Fahrstabilität während des Bremsvorgangs bei Geradeausfahrt. Der Bremsdruck kann durch den Fahrer oder durch mechanische Hilfsmittel wie Pedalstützen oder Bremsmaschinen eingeregelt werden. Die Lenkradbetätigung kann durch den Fahrer als Kursregelung oder als *Free Control* bzw. *Fixed Control* erfolgen. Die Fahrbahnbedingungen sind entweder einheitlich trocken, nass oder auf Niedrigreibwertstrecken mit Schnee und Eis. Die Bremsungen bei µ-Split und µ-Jump werden hauptsächlich zur Beurteilung der Funktion von automatischen Blockierverhinderern (ABV) und dem erforderlichen Regelaufwand für den Fahrer bei der Regelbremsung herangezogen [33].

Verzögerungsmessung
Bei der Durchführung der Verzögerungsmessung ist darauf zu achten, dass der Bremsdruckaufbau sehr schnell erfolgt. Mindestens 90 % des Bremsdrucks sollten in weniger als 0,4 s erreicht werden. Die wichtigsten Einflussgrößen zur Planung des Versuchsablaufs und der Vergleichbarkeit der Ergebnisse

sind die genaue Bestimmung der Fahrbahngriffigkeit und die Ausgangstemperatur der Bremsen. Die Bremsdauer und der Bremsweg sind zu messen vom Erreichen von 5 % des maximalen Bremsdrucks bis zum Stillstand. Die Bremsbeschleunigung wird dabei berechnet zu:

$$a_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{x,0}^2}{s_{B,x}},$$

mit der Ausgangslängsgeschwindigkeit $v_{x,0}$ und dem Bremsweg $s_{B,x}$.

Für das Verzögerungsvermögen selbst existieren mehrere Kenngrößen:

- der Bremsweg als Funktion der Ausgangsgeschwindigkeit,
- Die mittlere Verzögerung als Funktion des Bremsdrucks (alternativ: Bremspedalkraft oder Bremspedalweg),
- die Bremspedalkraft als Funktion der mittleren Verzögerung,
- die maximale Verzögerung als Funktion des Bremsdrucks (alternativ: Bremspedalkraft oder Bremspedalweg).

Kennzeichnend für die Güte einer Bremsanlage ist die sog. Kraftschlussausnutzung, also das Verhältnis des maximalen Verzögerungsvermögens bestimmt durch den Kraftschlussbeiwert μ. Daneben ist der Verlauf von Bremspedalkraft über dem Bremspedalweg und die resultierende Verzögerung ein wichtiges Merkmal für das Empfinden des Fahrers hinsichtlich Sicherheit und Fahrzeugcharakteristik. Dieses Kriterium unterliegt aber hauptsächlich der subjektiven Beurteilung [33].

Fahrstabilität und Kurshaltung

Zur Beurteilung von Fahrstabilität und Kurshaltung wird entweder der Regelaufwand, um das Fahrzeug auf Kurs zu halten (*Closed Loop*), oder die Spurabweichung des Fahrzeugs bei *Free Control* oder *Fixed Control* herangezogen. Es werden folgende Kenngrößen ermittelt [33]:

- die Seitenabweichung über dem Bremsweg,
- die Giergeschwindigkeit zum Beobachtungszeitpunkt T als Funktion der bis zum Zeitpunkt T mittleren Verzögerung,
- die Querbeschleunigung zum Beobachtungszeitpunkt T als Funktion der bis zum Zeitpunkt T mittleren Verzögerung,
- die maximale Gierbeschleunigung zum Beobachtungszeitpunkt T als Funktion der bis zum Zeitpunkt T mittleren Verzögerung.

Bremsen auf µ-Split

Das Manöver zur Bremsung auf µ-Split wird auf einer präparierten Fahrbahn mit einseitig niedriger Griffigkeit (µ-Split) durch Schnee bzw. Eis, Glasbausteine, Kunststofffolie oder Bitumenschlemme durchgeführt. Dabei erfolgt aus Geschwindigkeiten meist zwischen 60 und 120 km/h eine Geradeausbremsung mit unterschiedlichen Verzögerungen. Die Gierstabilität wird bewertet durch die ohne Lenkkorrekturen während der Bremsung auftretenden Kursabweichungen, Giergeschwindigkeiten und Gierbeschleunigungen oder die zur Kurshaltung notwendigen Lenkkorrekturen. Auftretende Kursabweichungen, Giergeschwindigkeiten und Gierbeschleunigungen sollten möglichst gering sein. Die Gierreaktionen dürfen nicht überraschen und sollten mühelos korrigierbar sein [33, 54].

2.8.6.4 Lenkverhalten

Die objektive Beurteilung des Lenkverhaltens betrifft in erster Linie das instationäre Lenkverhalten. Zeit- und Verstärkungsverhalten eines Fahrzeugs auf Lenkeingaben sind von entscheidender Bedeutung für die Sicherheit und Stabilität des Fahrverhaltens. Die Fahrmanöver haben zum Ziel, die Parameter zu identifizieren, die das Fahrzeug als schwingungsfähiges System beschreiben. Dabei dienen die Fahrmanöver „sprungartiger Lenkeinschlag“, „Rechteckimpuls“, „Dreiecksimpuls“ und „Sinuslenken über eine Periode“ zur Ermittlung der Übergangsfunktion. Das Eingeschwungene Sinuslenken dient zur Bestimmung von Amplitudenverhältnis und Phasengang. **Bild 2-144** zeigt die Veränderung der wichtigen Größen Dämpfungsmaß und gedämpfte Eigenfrequenz über der Fahrgeschwindigkeit.

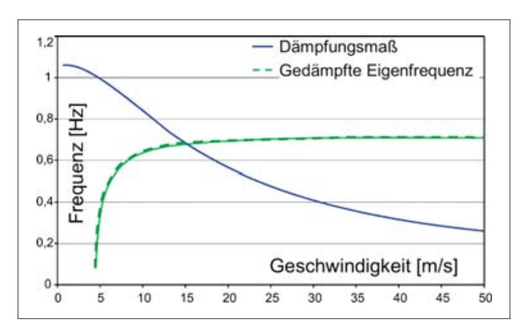


Bild 2-144: Dämpfungsmaß und gedämpfte Eigenfrequenz für das Einspurmodell [54]

Lenkwinkelsprung

Kennzeichnend für die Sprungantwort des Fahrzeugs ist die Aufbauverzögerung der Giergeschwindigkeit.
Diese wird durch den Wert $T_{R\dot{\psi},90\%}$ und den Wert $T_{R\dot{\psi},\max}$ beschrieben (**Bild 2-145**). Bei der Abstimmung des Fahrverhaltens ist eine möglichst geringe Verzögerung beim Aufbau der Giergeschwindigkeit,

ein geringes Überschwingen und ein schnelles Abklingen der Giergeschwindigkeitsschwingung wünschenswert. Die gleichzeitige Optimierung dieser Kenngrößen erzeugt Zielkonflikte hinsichtlich Fahrdynamik und Komfort.

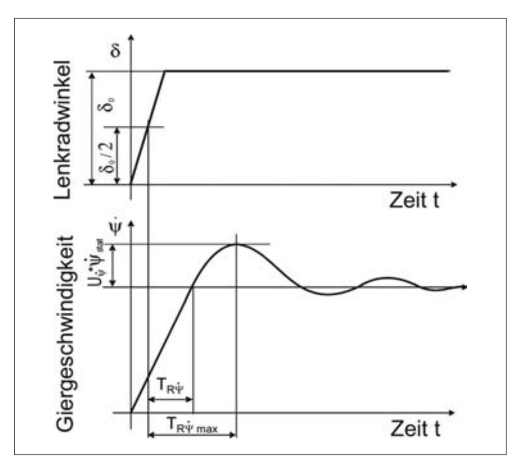


Bild 2-145: Lenkwinkelsprung und Ansprechverhalten [54]

Sinuslenken
Die Ermittlung des Frequenzgangs als Verhältnis von Fahrzeugreaktion zu Lenkradwinkeleingabe erfolgt durch Stellen eines sinusförmigen Lenkradwinkels mit Frequenzen zwischen 0,2 und 2 Hz. Das Manöver wird mit einer vorher festgelegten Amplitude für alle Frequenzen und bei jeweils konstanten Fahrgeschwindigkeiten zwischen 80 und 120 km/h gefahren. Die Eingabe kann durch einen Testfahrer mit speziellen Hilfseinrichtungen zur Unterstützung der Sinusschwingung oder durch eine Lenkmaschine erfolgen. Die Auswertung erfolgt an Hand der Zeitschriebe. Daraus werden dann Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung zwischen Lenkradwinkel und Giergeschwindigkeit ermittelt (**Bild 2-146**).
Die günstige Auslegung von Amplitudenverhältnis und Phasenverzug ist sehr komplex und wird in [33] ausführlicher behandelt. Generell lässt sich sagen, dass die Auslegung den regelungstechnischen Fähigkeiten des Menschen nicht zuwider laufen sollte.
Das erfordert zunächst, einen möglichst geringen Phasenverzug in dem für den Menschen zugänglichen Frequenzbereich bis 2 Hz.

- 0 Hz bis 0,4 Hz: Im Bereich der zur Fahrzeugführung wichtigen Lenkbewegungen kann der Fahrer auftretende Schwingungen zu 100 % ausregeln. In diesem Bereich soll das Fahrzeug mit möglichst wenig Phasenverzug reagieren.

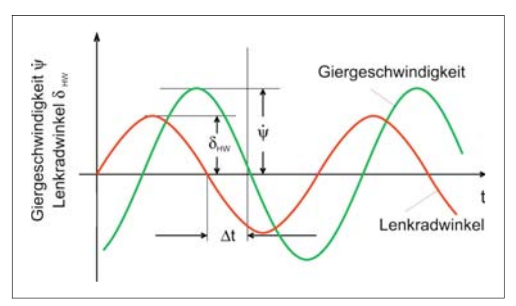


Bild 2-146: Sinuslenken zu Bestimmung von Amplitudenverhältnis und Frequenzgang [54]

- 0,4 Hz bis 2 Hz: Der Fahrer kann die Schwingung nur bedingt ausregeln, 2 Hz sind die Obergrenze für Aktionen des Fahrers.
- Über 2 Hz: Der Fahrer hat keine Möglichkeit selbst auszuregeln und schaukelt die Schwingung durch gegenphasiges Lenken ggf. noch auf. Anregungen über dieser Frequenz z.B. durch Fahrbahnstörungen sollen vom Fahrzeug möglichst träge beantwortet werden. Das Amplitudenverhältnis sollte möglichst sehr klein sein.

Amplitudenverhältnis und Phasenwinkel beim Sinuslenken:

$$\frac{\hat{\dot{\psi}}}{\hat{\delta}_H} \quad \text{(Amplitudenverhältnis)} \qquad (2.337)$$

$$\alpha = f \cdot \Delta t \cdot 360° \quad \text{(Phasenwinkel)} \qquad (2.338)$$

Der Frequenzgang kann auch aus den Fahrmanövern „Sinuslenken über eine Periode“ , „Regelloses Lenken“ bzw. „Dreiecksimpuls“ ermittelt werden [33].

Lenkrückstellverhalten
In der Regel wird für dieses Kriterium das Lenkrad aus der stationären Kreisfahrt heraus freigegeben. Der Versuch wird mit verschiedenen Ausgangsgeschwindigkeiten und -querbeschleunigungen durchgeführt.
Kennzeichnend sind die Zeitverläufe von Lenkradwinkel, Giergeschwindigkeit und Querbeschleunigung, sowie die Zeit, bis sich nach der Freigabe die Giergeschwindigkeit Null einstellt (**Bild 2-147**). Aus dem Zeitverlauf des Lenkradwinkels werden außerdem die maximale Überschwingbreite und das Dämpfungsmaß ermittelt [54].
Wünschenswert für die Abstimmung sind das möglichst schnelle Abklingen der Lenkraddrehschwingung und eine geringe Überschwingbreite.

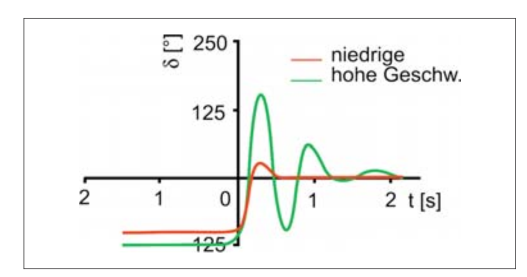


Bild 2-147: Lenkrückstellverhalten bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten [54]

Die maximale Amplitude nimmt dabei mit steigender Geschwindigkeit und steigender Beschleunigung zu. Das Dämpfungsmaß sinkt mit steigenden Querbeschleunigung bzw. Geschwindigkeit. Das Dämpfungsmaß wird gemäß Gl. (2.339) ermittelt, wobei A_n die Amplituden der Gierschwingungen sind [54].

$$D = \frac{\ln(r)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(r))^2}} \tag{2.339}$$

mit

$$r = \frac{1}{n-1}\left(\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_3} + \ldots \frac{A_{n-1}}{A_n}\right)$$

und A_1 als maximale Überschwingbreite.

2.8.6.5 Kurvenverhalten

Die objektive Beurteilung des Kurvenverhaltens bezieht sich auf die Eigenschaften bei stationärer Kreisfahrt, sowie auf die Lastwechselreaktionen und das Verhalten bei Beschleunigung aus stationärer Kreisfahrt. Das Manöver wird genauer in DIN 70000 beschrieben.

Stationäres Lenkverhalten
In der stationären Kreisfahrt werden primär das Eigenlenkverhalten und der Gierverstärkungsfaktor bestimmt. Zusätzlich werden die Verläufe von Lenkwinkel, Lenkmoment sowie Wank- und Schwimmwinkel gemessen. Die Kenngrößen werden meist in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung ermittelt und daher aus der sog. quasistationären Kreisfahrt gewonnen. Dabei wird die Längsgeschwindigkeit bei konstantem Radius langsam stufenweise vom querkraftfreien Ausgangszustand bis zur maximalen Querbeschleunigung erhöht. Die Messung erfolgt jeweils mind. 3 Sekunden nachdem ein stationärer Zustand von Fahrgeschwindigkeit, Giergeschwindigkeit und Querbeschleunigung erreicht ist. In dem Manöver werden Kreisbahnen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und Radius befahren, wobei die Fahrt mit konstantem Radius am gebräuchlichsten ist [33].

Eigenlenkverhalten und Eigenlenkgradient *EG*
Das Eigenlenkverhalten wird heute durch die Abhängigkeit des Lenkradwinkels δ_H von der Querbeschleunigung definiert. Dazu wird auf einem konstanten Radius schrittweise beschleunigt und der Lenkwinkel für die verschiedenen Stufen der sich einstellenden Querbeschleunigung gemessen. Der Eigenlenkgradient ergibt sich aus der Steigung der Lenkwinkelkurve (**Bild 2-148**).

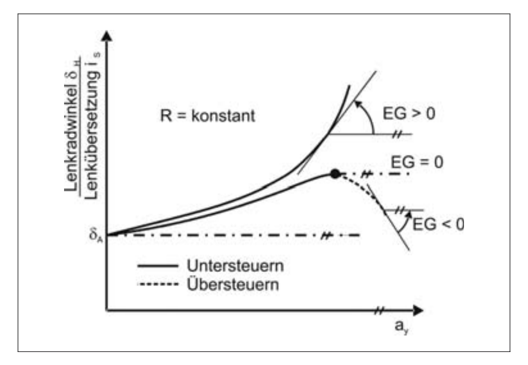


Bild 2-148: Lenkcharakteristik und Eigenlenkverhalten aus stationärer Kreisfahrt [54]

Die Kenngröße beschreibt die Tendenz eines Fahrzeugs zum Unter- bzw. Übersteuern bei Kurvenfahrt und ist ein wichtiges Kriterium für die Grundauslegung des Fahrverhaltens. Da das Ausbrechen des Hecks als Folge eines stark übersteuernd ausgelegten Kurvenverhaltens schwer beherrschbar ist, sind heute alle Fahrzeuge grundsätzlich leicht untersteuernd ausgelegt. Der Einsatz von stabilisierenden Assistenzsystemen erlaubt es, moderne Fahrzeuge wieder mehr in Richtung übersteuernd abzustimmen, um die Agilität zu verbessern.

Definition des Eigenlenkgradienten

$$EG = \frac{1}{i_S} \cdot \frac{d\delta_H}{da_y} - \frac{d\delta_A}{da_y} \tag{2.340}$$

Ziel der Definition der Kenngröße ist es, eine Übereinstimmung mit dem Fahrerempfinden hinsichtlich Unter- und Übersteuern zu erreichen. Das ist dann der Fall, wenn trotz steigender Querbeschleunigung bei konstantem Radius der Lenkwinkelbedarf anfängt zu sinken. Aus der Definition ergeben sich 3 Bereiche [54]:

- $EG > 0$: Untersteuern
- $EG = 0$: Neutralsteuern,
- $EG < 0$: Übersteuern.

Bei höheren Querbeschleunigungen ergibt sich eine nichtlineare Abhängigkeit des Eigenlenkgradienten von der Querbeschleunigung, die in erster Linie auf die Sättigung der Reifenkennlinie zurückzuführen ist.

Gierverstärkungsfaktor

Der Gierverstärkungsfaktor ist die Giergeschwindigkeit (Drehgeschwindigkeit um die Fahrzeughochachse) bezogen auf den Lenkwinkel. Aus der Abhängigkeit des Gierverstärkungsfaktors von der Fahrgeschwindigkeit werden die Kenngrößen „charakteristische Geschwindigkeit" v_{char} und „kritische Geschwindigkeit" v_{krit} abgeleitet (**Bild 2-149**) [54].

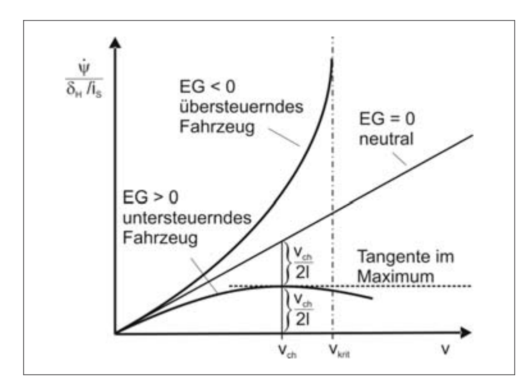


Bild 2-149: Gierverstärkungsfaktor [54]

Definitionen

- **Charakteristische Geschwindigkeit:** die Geschwindigkeit für ein untersteuerndes Fahrzeug, bei der der Gierverstärkungsfaktor bei stationärer Kreisfahrt halb so groß ist, wie die eines neutral steuernden Fahrzeugs.
- **Kritische Geschwindigkeit:** die Geschwindigkeit für ein übersteuerndes Fahrzeug, bei der der Gierverstärkungsfaktor bei stationärer Kreisfahrt gegen unendlich geht.

Da übersteuernde Fahrzeuge heute nicht mehr vorkommen, ist die kritische Geschwindigkeit praktisch nicht von Bedeutung. Dagegen ist die charakteristische Geschwindigkeit, nämlich diejenige bei der das Fahrzeug am empfindlichsten auf Lenkeingaben reagiert für die Abstimmung sehr wohl relevant (**Bild 2-150**) [48].

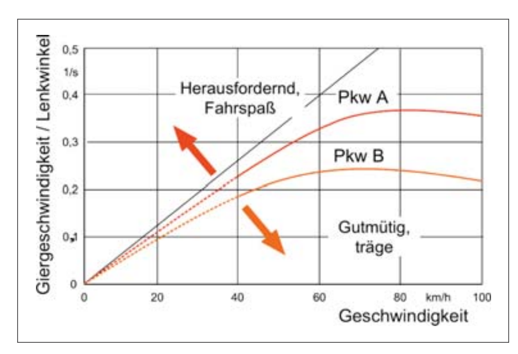


Bild 2-150: Gierverstärkungsfaktor und Fahrdynamikbewertung

Lastwechselreaktion aus stationärer Kreisfahrt

Mit dem Fahrmanöver zur Erfassung der Lastwechselreaktion wird die fahrdynamische Reaktion des Fahrzeugs bei einer plötzlichen Umkehr der Kraftrichtung in der Radaufstandsfläche unter Einfluss von Querbeschleunigungen untersucht. Es wird als Open-Loop-Manöver getestet, d.h. der Lenkradwinkel wird bei der Messung konstant gehalten.

Aus der stationären Kreisfahrt wird das Fahrpedal losgelassen, so dass sich eine Verzögerung einstellt. Bei dem Manöver werden Querbeschleunigung und die Ausgangsbedingungen des Lastwechsels, also Fahrstufe und Fahrgeschwindigkeit variiert, um das Ausmaß der Änderung der Umfangskräfte zu verändern. Wie bei allen instationären Manövern ist die Fahrzeugreaktion stark vom Beladungszustand und dem Reibbeiwert anhängig und wird bei entsprechenden Bedingungen getestet. Da die Variationsgrößen nicht unabhängig verändert werden können, ist es bei diesem Manöver für die Schaffung vergleichbarer Ergebnisse sinnvoll, zuerst die Ausgangsgeschwindigkeiten für die maximale Lastwechselreaktion in den einzelnen Fahrstufen zu ermitteln und daraus den für die vorgesehenen Querbeschleunigungen notwendigen Kreisbahnradius zu wählen.

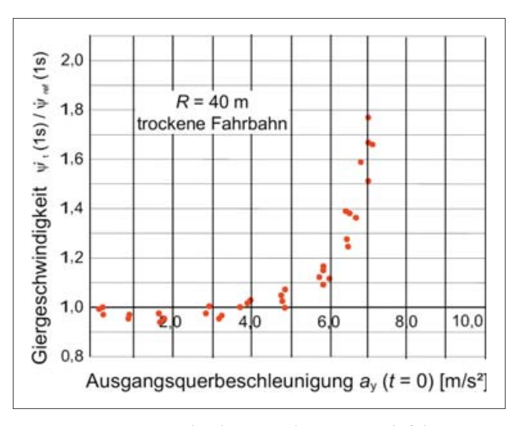


Bild 2-151: Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt [54]

Die Beschreibung des Fahrverhaltens erfolgt über die Größen Giergeschwindigkeit, Gierbeschleunigung, Querbeschleunigung, Fahrspurradius und Fahrspurkrümmung. Ein Kennwert kann über die Veränderung der Giergeschwindigkeit (üblicherweise 1 s = Passivzeit des Fahrers) nach Einleitung des Lastwechsels in Abhängigkeit von der Veränderung der Längsgeschwindigkeit im selben Zeitraum oder in Abhängigkeit von der Querbeschleunigung erfolgen. Es ist auch möglich, die Veränderung der Giergeschwindigkeit auf den Ausgangszustand oder auf den hypothetischen Wert eines Fahrzeugs ohne Lastwechselreaktion zu beziehen. Ein Gütekriterium für die Beurteilung des Fahrverhaltens ist die aus der Gierreaktion

folgende Kursänderung des Fahrzeugs. Eine möglichst geringe Abweichung vom ursprünglichen Radius bei leichtem Eindrehen in den Kreis ist wünschenswert (**Bild 2-151**). Der Fahrer hat so die Möglichkeit, mit einer Vergrößerung des Lenkwinkels den ursprünglichen Kurs wiederherzustellen. Zudem erfolgt durch die erhöhten Schräglaufwinkel eine Abbremsung des Fahrzeugs [33].

Beschleunigen aus stationärer Kreisfahrt

Mit dem Fahrmanöver zur Messung des Fahrverhaltens beim Beschleunigen wird die fahrdynamische Reaktion des Fahrzeugs bei einer plötzlichen Zunahme der Antriebskräfte unter Einfluss von Querbeschleunigungen untersucht. Es wird als Open-Loop Manöver getestet. Aus der stationären Kreisfahrt wird das Fahrpedal gegen einen verstellbaren Anschlag bewegt. Bei dem Manöver werden Querbeschleunigung und die Höhe der Antriebskräfte variiert.

Die Beschreibung des Fahrverhaltens kann über die Veränderung der Giergeschwindigkeit (üblicherweise 1 und 2s) nach Beschleunigungsbeginn in Abhängigkeit von der Veränderung der Längsgeschwindigkeit im selben Zeitraum erfolgen. Ein Gütekriterium für die Beuteilung des Fahrverhaltens ist die aus der Gierreaktion folgende Kursänderung des Fahrzeugs. Eine möglichst geringe Abweichung vom ursprünglichen Radius ist wünschenswert. Der Kennwert ist bei hohen Reibschlussbeiwerten hauptsächlich vom Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs abhängig. Erst in zweiter Linie und verstärkt bei niedrigen Reibwerten kommt das Antriebskonzept zum Tragen. Dort zeigt der Allradantrieb Vorteile gegenüber Front- oder Heckantrieb [33].

2.8.6.6 Geradeausfahrt

Bei der Geradeausfahrt sollte ein Fahrzeug soll möglichst wenig Lenkkorrekturen erfordern und wenig anfällig für Störungen von außen sein. Dies betrifft vor allem Fahrbahnanregungen und insbesondere Frequenzen über 0,4 Hz, da diese nicht mehr vollständig vom Fahrer ausgeregelt werden können. Auch der Lenkaufwand bei Seitenwindeinfluss und das Verhalten im Anhängerbetrieb sind Beurteilungskriterien für den Geradeauslauf. Es sind drei Arten der Lenkradbetätigung üblich. Neben der Kursregelung durch den Fahrer kann das Lenkrad auch freigegeben oder in Geradeausposition fixiert werden, wobei dann die Kursabweichung als Gütekriterium betrachtet wird. Bei den letzten beiden Arten der Betätigung ist nur eine Beurteilung des Einflusses von Störungen möglich. Bei der Kursregelung durch den Fahrer erfolgt die objektive Beurteilung hauptsächlich mit zwei Verfahren. Dazu werden aus den Zeitverläufen der Lenkwinkel zum einen die Häufigkeitsverteilung und zum anderen die frequenzabhängige Darstellung als spektrale Leistungsdichte abgeleitet.

Die Häufigkeitsverteilung des Lenkradwinkels ist ein Maß für den zur Geradeausfahrt notwendigen Regelaufwand (**Bild 2-152**). Da diese Verteilung aber nicht nur von externen Störungen wie den Fahrbahnunebenheiten, sondern auch stark vom Fahrer, dessen Spurabweichungstoleranz und dessen Tagesform abhängig ist, kann es zu erheblich unterschiedlichen Ergebnissen für Fahrzeug und Fahrer kommen.

Mittels der spektralen Leistungsdichte werden in diesem Zusammenhang die auftretenden Lenkwinkel im Frequenzbereich beschrieben. Dies erlaubt eine Verknüpfung mit den Fahrbahnanregungen, die oberhalb von 0,4 Hz Einfederungen und damit gekoppelte Radlenkwinkel im Bereich der Aufbaueigenfrequenz verursachen. Dieser Zusammenhang wird in charakteristischer Weise von der Art der Radaufhängung geprägt. Grundsätzlich ist eine niedrige Leistungsdichte besonders im Bereich bis 0,4 Hz wünschenswert. Auch hier ist die Abhängigkeit vom Fahrer und dessen Tagesform noch sehr groß, was eine sinnvolle Beurteilung nur mit genauer Kenntnis des Fahrerverhaltens ermöglicht [33].

Anhängerbetrieb

Das Verhalten von Pkws mit Anhängern wird als ein Teil der Untersuchungen zur Geradeausfahrt betrachtet. Beim Fahrbetrieb mit Anhängern, insbesondere mit Wohnwagen kann es in der Nähe der zulässigen Geschwindigkeit zu gefährlichen Pendelerscheinungen kommen. Es wird daher untersucht, bis zu welcher Geschwindigkeit keine oder stark gedämpfte Pendelschwingungen am Anhänger auftreten.

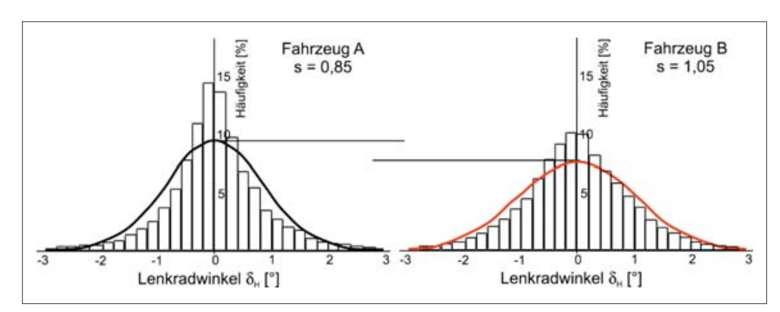


Bild 2-152: Häufigkeitsverteilung Lenkradwinkel bei Geradeausfahrt v = 150 km/h, BAB [54]

Bei der Beurteilung des Fahrverhaltens von Pkw-Anhänger Gespannen ist die Dämpfung die entscheidende Kenngröße. Zur Ermittlung der bestimmenden Parameter für das Verhalten eines Anhängers kann analog zum Einspurmodell ein Einradmodell hergeleitet werden. Mit diesem Modell wird das Pkw-Anhänger Gespann als schwingungsfähiges System beschreiben. Auch hier werden zur Vereinfachung die Räder einer Achse zu einem Rad zusammengezogen und der Aufbau in die Fahrbahnebene projiziert. Zudem wird vereinfachend angenommen, dass die Masse des Anhängers keine Rückwirkung auf die Masse des Pkw hat ($m_{Pkw} >> m_{Hänger}$) (**Bild 2-153**).

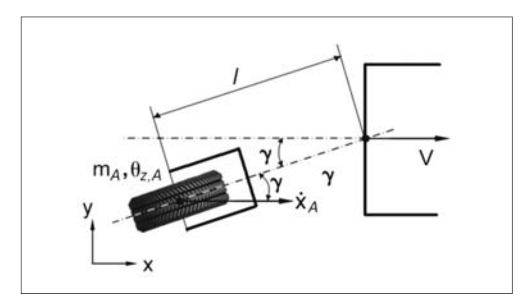


Bild 2-153: Einradmodell des Anhängers [54]

Der formelmäßige Zusammenhang für die Dämpfung des Gespanns lautet:

$$D = \frac{c_{S,A}}{2 \cdot V \cdot \sqrt{\frac{c_{S,A}((\theta_{z,A}/l^2) + m_A)}{l}}} \tag{2.341}$$

Der Fahrversuch findet auf einer ebenen, geraden Fahrbahn mit hoher Griffigkeit statt. Aus der Geradeausfahrt mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, die in Stufen bis in die Nähe der kritischen Geschwindigkeit oder bis zur Höchstgeschwindigkeit variiert wird, kann das Lenkrad in verschiedener Weise betätigt werden.

Tabelle 2-33: Formelzeichen zur Beschreibung der Dämpfung des Pkw-Anhänger-Gespanns.

Beschreibung	Zeichen
Anhänger-Achsschräglaufsteifigkeiten	$c_{S,A}$
Längsgeschwindigkeit im Kupplungspunkt	V
Gierträgheitsmoment des Anhängers	Θ
Masse des Anhängers	m_A
Deichsellänge (Kupplung-Schwerpunkt)	l

Zunächst werden leichte sinusförmige Lenkbewegungen um die Mittellage mit unterschiedlicher Frequenz ausgeführt, um die Eigenfrequenz der Pendelbewegung des Anhängers zu ermitteln. Danach wird das Gespann bei dieser Eigenfrequenz angeregt. Die Amplituden der Lenkbewegung sind sehr gering. Die Versuche werden immer bei niederen Geschwindigkeiten begonnen. Die Geschwindigkeit wird in kleinen Schritten gesteigert. Nimmt die Pendelbewegung deutlich zu, so nähert sich das Gespann der kritischen Geschwindigkeit und auf eine weitere Steigerung der Geschwindigkeit ist unbedingt zu verzichten. Bei Fahrt mit der kritischen oder höheren Geschwindigkeit schaukelt sich das Gespann auf und ist auch für den erfahrenen Fahrer nicht mehr abzufangen.

Ein alternatives Verfahren zur Bestimmung der Dämpfung im Fahrversuch ist die Anregung des Gespanns mit einem impulsförmigen Lenkeinschlag mit einer kurzen Gegenlenkbewegung, um das Gespann wieder auf Geradeausfahrt zu bringen. Das Dämpfungsmaß wird dann rechnerisch aus den Verhältnissen der abklingenden Amplituden des Knickwinkels analog dem Dämpfungsmaß des Lenkrückstellverhaltens (s. Gl. (2.339)) berechnet. Die Versuche sind mit verschiedenen Beladungszuständen im Rahmen der zulässigen Lasten sowohl des Zugfahrzeugs als auch des Anhängers durchzuführen.

Als Entwicklungsziel gilt, dass das Gespann auch mit einem ungünstigen Massenverhältnis zwischen Zugfahrzeug und Anhänger die gesetzlich zugelassene Höchstgeschwindigkeit sicher erreichen muss. Damit ein ausreichender Abstand von der kritischen Geschwindigkeit gewährleistet ist, sollte diese so hoch wie möglich sein.

Gängige objektive Kenngrößen

Gängige objektive Kenngrößen sind (**Bild 2-154**):

- die Geschwindigkeit, bei der die Dämpfung 0,05 beträgt,
- die Geschwindigkeit, bei der die Dämpfung 0 beträgt (kritische Geschwindigkeit),
- das Dämpfungsmaß bei 100 km/h.

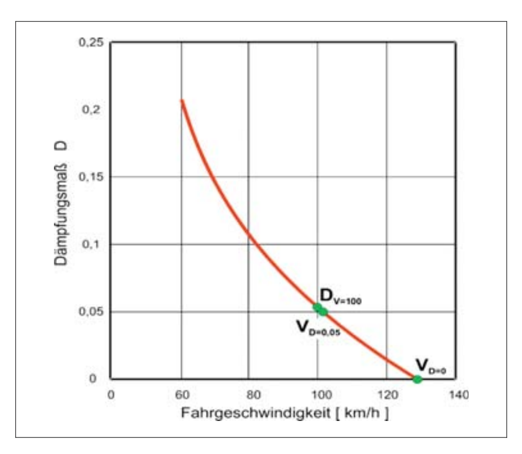


Bild 2-154: Dämpfungsmaß der Knickwinkelschwingung in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit

Zur Verbesserung der Pendelstabilität können die in **Tabelle 2-34** aufgeführten Maßnahmen umgesetzt werden.

Tabelle 2-34: Maßnahmen zur Verbesserung der Pendelstabilität von PKW-Anhänger-Gespannen

Am Zugfahrzeug	Am Anhänger
größere Masse	geringere Masse
größerer Radstand	größere Deichsellänge
geringerer Kupplungsüberhang	größere Stützlast (Optimum vorhanden)
größeres Gierträgheitsmoment	geringeres Gierträgheitsmoment
größere Schräglaufsteife	größere Schräglaufsteife
Allradantrieb	Knickwinkeldämpfung
größere Wanksteifigkeit	größere Wanksteifigkeit
ESP und ABS	Stabilitätssteigerndes Kupplungskonzept

Seitenwindverhalten
Unter Einfluss von Seitenwind kann das Fahrzeug eine Richtungsänderung und einen Kursversatz erfahren. Bewertet wird das Ausmaß der Störung, wie schnell die Störungen abklingen und der Lenkaufwand, der erforderlich ist, das Fahrzeug geradeaus zu führen. Um diese Aussagen zu gewinnen, wird das Lenkrad während der geregelten Geradeausfahrt zeitweise freigegeben oder festgehalten. Die Störung des Geradeauslaufs durch die Einwirkung von Seitenwind kann je nach Schwere als Komfort- oder Sicherheitsthema betrachtet werden.
Wünschenswert für die Auslegung des Fahrverhaltens ist eine möglichst geringe Fahrzeugreaktion auf diese Störung bzw. ein möglichst geringer Effektivwert des Lenkradwinkels zur Kursregelung. Treten Störungen der Kurs- und Richtungshaltung auf, so sollten sie gut gedämpft verlaufen, damit dem Fahrer hinreichende Reaktionszeiten zur Verfügung stehen. Als besondere Bedingung für diesen Versuch ist das Durchfahren der Seitenwindstrecke mit Dachbeladung bzw. mit Anhänger zu sehen. Detaillierte Informationen zur Physik des Seitenwindverhaltens sind in Abschnitt 2.1.2 zu finden.

2.8.6.7 Fahrkomfort

Die wichtigsten Kriterien zur Beurteilung des Fahrkomforts sind in Abschnitt 2.8.5.7 angeführt und die Physik der Vertikaldynamik ist in Abschnitt 2.4 sehr ausführlich beschrieben.
Der Fahrkomfort umfasst die Gesamtheit aller auf die Insassen einwirkenden Mechanismen und akustischen Schwingungen, die in Abschnitt 5.1 behandelt werden.

2.9 Aktive und passive Sicherheit

Die Integration von aktiver und passiver Sicherheit ist ein zentrales Thema im Bereich der Unfallverhütung und Unfallfolgenminderung. Passive Sicherheitssysteme vermindern im Falle eines Unfalls die Unfallfolgen, wohingegen aktive Systeme durch einen Eingriff in den Fahrvorgang versuchen, den Unfall zu verhindern, oder die Unfallschwere zu vermindern. Neben einem allgemeinen Überblick sollen die wichtigsten aktiven Systeme aus dem Bereich der Fahrwerktechnik erläutert werden. Die passive Sicherheit zur Unfallfolgenminderung ist seit Jahren zu immer größerer Perfektion entwickelt worden. Neben der Verbesserung der Karosserie und einer Zunahme der Airbags innerhalb des Fahrzeugs sind hier auch Systeme zur Verbesserung des Unfallverhaltens bei Fußgängerkollisionen durch die geeignete Gestaltung der Aufprallflächen und Airbags auf Motorhaube und Windschutzscheibe. **Bild 2-155** zeigt die Entwicklung des Ausrüstungsgrads mit Sicherheitssystemen der letzten 10 Jahre.

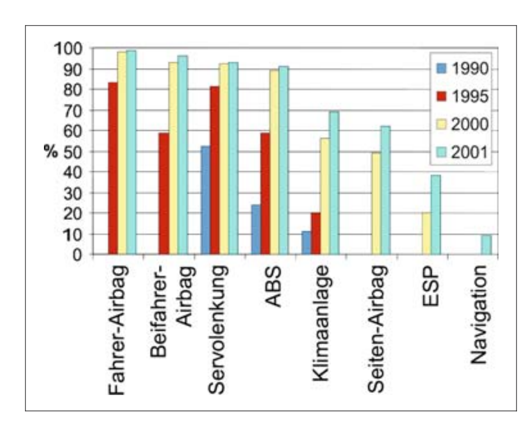


Bild 2-155: Ausstattungsgrad mit Sicherheitssystemen in EU (DAT)

Die Systeme zur passiven Sicherheit werden noch stärker als bisher von Elektronik und Sensortechnik profitieren, indem die Systeme Fahrzeug und Fahrer optimal für den detektierten, bevorstehenden Unfall vorbereiten. Bereits im Vorfeld eines Crashs wird z.B. der Fahrer in eine für die Wirkung der Rückhalteeinrichtungen optimale Sitzposition gebracht. Dazu zählen neben der Aufrichtung der Sitzlehnen auch die Verstellung der Kopfstützen und ggf. die Veränderung der Sitzposition. Aufgewertet werden diese Systeme noch durch Sensoren, welche Aussagen über Größe und Gewicht der Insassen liefern. Dies kann durch Kraftmesseinrichtungen am Sitzgestell oder in der Sitzfläche erfolgen. Die Position des Insassen kann dann ebenso wie die Auslösegeschwindigkeit und –intensität des Airbags angepasst werden. Automatisches Schließen von Fenstern und Schiebedä-

chern vermindert die Gefahr einer Intrusion von Fremdkörpern in den Fahrzeuginnenraum. Die aktive Unterstützung passiver Systeme zur Unfallfolgenminderung kann als größtes Verbesserungspotenzial der passiven Sicherheit gesehen werden.
Passive Sicherheitssysteme können die Unfallfolgen zwar abmildern, aber keine Unfälle verhindern, wenn der Fahrer durch Übermüdung oder Unachtsamkeit nicht oder falsch reagiert. Die Versicherer zählen rund 25 Prozent der schweren Unfälle in die Kategorie der durch Müdigkeit ausgelösten Unfallereignisse. Weitere 14 Prozent aller Unfälle werden der Unachtsamkeit der Fahrer zugeschrieben. In diesen Zahlen zeigt sich die hohe Bedeutung der aktiven Sicherheitssysteme für die Vision vom unfallfreien Fahren.
Die Systeme zur aktiven und passiven Sicherheit werden in den Kapiteln 3, 7 und 8 sehr ausführlich beschrieben.

Literatur

[1] *Wallentowitz, H.*: Längsdynamik von Kraftfahrzeugen. 2. Auflage, Schriftenreihe Automobiltechnik, Aachen, 1998
[2] *Mitschke, M.; Wallentowitz, H.*: Dynamik der Kraftfahrzeuge. 4. Auflage, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005
[3] *N.N.:* Der Reifen – Rollwiderstand und Kraftstoffersparnis. Jubiläumsausgabe, Erstauflage, Société de Technologie Michelin, Michelin Reifenwerke KgaA, Karlsruhe, 2005
[4] *Braess, H.-H., Seiffert, U.*: Handbuch Kraftfahrzeugtechnik. 2. Auflage, Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg Verlag, 2001
[5] ISO-Norm 8767, Pkw-Reifen – Methoden der Rollwiderstandsmessung: 1992; ISO-Norm 9948, Lkw- und Busreifen – Methoden der Rollwiderstandsmessung: 1992
[6] SAE-Norm J1269, Rollwiderstands-Messverfahren für Pkw-, Leicht-Lkw- und Schwer-Lkw-Reifen. REAF SEP2000; SAE-Norm J2452, Methode der „schrittweisen Verlangsamung“ zur Rollwiderstandsmessung von Reifen, Juni 1999
[7] *Wallentowitz, H.; Holtschulze, J.; Holle, M.*: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. VDI-Tagung Reifen-Fahrwerk-Fahrbahn, Hannover, 2001
[8] *Wallentowitz, H.*: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. Dissertation, TU Braunschweig, 1979
[9] *Brand, W.*: Untersuchungen zur Seitenwindempfindlichkeit verschiedener Pkw unter natürlichen Windbedingungen. Diplomarbeit, RWTH Aachen, 2001
[10] *Schaible, S.*: Fahrzeugseitenwindempfindlichkeit unter natürlichen Bedingungen. Dissertation, RWTH Aachen, 1998
[11] *Sorgatz, U., Buchheim, R.*: Untersuchung zum Seitenwindverhalten zukünftiger Fahrzeuge. In: Automobiltechnische Zeitschrift 1/84, 1992
[12] Mit Vollgas in den Klimakollaps? Wolfgang Tiefensee. www.n-tv.de/762862.html, 8.2.2007
[13] Heizwert siehe: de.wikipedia.org/wiki/Heizwert, 5.3.2007
[14] *Holtschulze, J.; Goertz, H.; Hüsemann, T.*: A Simplified Tyre Model for Intelligent Tyres. 3rd International Tyre Colloquium, Vol. 24, No. 4, 2004
[15] *Wallentowitz, H.*: Vertikal-/Querdynamik von Kraftfahrzeugen. 4. Auflage, Schriftenreihe Automobiltechnik, Aachen, 2000
[16] *Ammon, D.; Gnadler, R.; Mäckle, G.; Unrau H.-J.*: Ermittlung der Reibwerte von Gummistollen. In: Automobiltechnische Zeitschrift, 7-8 Jahrgang 106, Wiesbaden: Vieweg Verlag, 2004
[17] *Möckle, G.; Schirle, T.*: Active Tyre Tilt Control ATTC – Das neue Fahrwerkkonzept des F400 Carving. 11. Aachener Kolloqium Fahrzeug- und Motorentechnik 2002, Band 1, S. 395–408.
[18] *Kummer, H. W.*: Unified Theory of Rubber and Tyre Friction. Engineering Research Bulletin B-94 The Pennsylvania State University, 1966
[19] *Holtschulze, J.*: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwerts und weiterer Betriebsgrößen zur Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Dissertation, RWTH Aachen, 2006
[20] *Bösch, P.; Ammon, D.; Klempau, F.*: Reifenmodelle – Wunsch und Wirklichkeit aus Sicht der Fahrzeugentwicklung. DaimlerChrysler AG, Research&Technology, 4. Darmstädter Reifenkolloquium, Oktober 2002
[21] *Matschinsky, W.*: Radführungen der Straßenfahrzeuge. 2. Auflage, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1998
[22] *Schlitt, H.:* Systemtheorie für regellose Vorgänge. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1960
[23] *Braun, H.*: Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten. Deutsche Kraftfahrtforschung und Verkehrstechnik, Düsseldorf: VDI Verlag, Heft 186
[24] *Ueckermann, A.:* Das bewertete Längsprofil. In: Straße+Autobahn, 01/2005
[25] *N.N.:* Frequenzbewertete Aufbaubeschleunigung. VDI Richtlinie 2057, 2002
[26] *Forkel, D.:* Ein Beitrag zur Auslegung von Kraftfahrzeuglenkungen. In: Deutsche Kraftfahrtforschung und Verkehrstechnik, Heft 145, 1961
[27] *Fiala, E.:* Kraftkorrigierte Lenkgeometrie unter Berücksichtigung des Schräglaufwinkels. In: ATZ 61, 1959
[28] *Mitschke, M.:* Das Einspurmodell von Riekert-Schunck. In: ATZ Nr. 107 11/2005
[29] *Pruckner, A.:* Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung und -regelung einer Pkw-Hinterradlenkung. Dissertation an der RWTH Aachen, Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen Aachen, Aachen, 2001
[30] *Wallentowitz, H.:* Hydraulik in Lenksystemen für 2 und 4 Räder. HDT Tagung T-30-302-056-9, 1989
[31] *Adomeit, G.*: Dynamik I. Unterlagen zur Vorlesung an der RWTH Aachen, 1989
[32] *Zamow, J.:* Beitrag zur Identifikation unbekannter Parameter für fahrdynamische Simulationsmodelle. VDI Berichte Reihe 12, Nr. 217, 1994
[33] *Rompe, K.; Heißing, B.*: Objektive Testverfahren für die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen. Köln: Verlag TÜV Rheinland, 1984
[34] *Rake, H.:* Regelungstechnik A. Umdruck zur Vorlesung an der RWTH Aachen, 22. Auflage, Aachener Forschungsgesellschaft Regelungstechnik, 1998
[35] *Bismis, E.:* Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten. In: Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren. Kolloquiumsreihe „Aktive Fahrsicherheit“, Köln: Verlag TÜV Rheinland, 1978
[36] *Bantle, M.; Braess, H.-H.:* Fahrwerkauslegung und Fahrverhalten des Porsche 928. In: ATZ 1977
[37] *Berkefeld, V.*: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung, Stabilität und Manövrierbarkeit. HDT Tagung T-30-930-056-9, 1989
[38] *Bleck, U.; Heißing, B.; Meyer, B.*: Analyse der Lastwechselreaktionen mittels Simulation und Messung. VDI-Bericht Nr.
[39] *Burckhart, M.*: Der Einfluss der Reifenkennlinien auf Signalgewinnung und Regelverhalten auf Fahrzeuge mit ABS. In: Automobil-Industrie 3/87
[40] *Narres*: Stand und Entwicklungstrend hydropneumatischer Niveauregelungsysteme, Kraftfahrzeugstoßdämpfer Neuentwicklungen, geregelte Federung und Dämpfung. Haus der Technik, 2005

[41] *Wallentowitz, H.*: Fahrzeugtechnik III. Umdruck zur Vorlesung, RWTH Aachen, 2005

[42] *Hiemenz, Klein*: Interaktionen von Fahrwerkregelsystemen im Integrated Chassis Control (ICC). Tag des Fahrwerks, Aachen, 2002

[43] *Wallentowitz, H.*: Fahrzeugtechnik II. Umdruck zur Vorlesung, RWTH Aachen, 2005

[44] ATZ-Handbuch

[45] VDI-Bericht Nr. 515

[46] *Holle*: Fahrdynamikoptimierung und Lenkmomentrückwirkung durch Überlagerungslenkung. Dissertation, 2003

[47] Bundesministerium für Forschung und Technologie (Hrsg.): Technologien für die Sicherheit im Straßenverkehr. Frankfurt/Main: Umschau Verlag, 1976

[48] *Zomotor, A.*: Fahrwerktechnik: Fahrverhalten. 1. Aufl., Würzburg: Vogel Buchverlag, 1987

[49] *Heißing, B.; Brandl, H. J.*: Subjektive Beurteilung des Fahrverhaltens. 1. Auflage, Würzburg: Vogel Verlag, 2002

[50] *Henker, E.*: Fahrwerktechnik – Grundlagen, Bauelemente, Auslegung. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg Verlag, 1993

[51] VDA (Hrsg.): Auto Jahresbericht 2002. Frankfurt am Main

[52] *Becker, K.* (Hrsg.): Subjektive Fahreindrücke sichtbar machen I. Renningen-Malmsheim: Expert Verlag, 2000

[53] *Becker, K.* (Hrsg.): Subjektive Fahreindrücke sichtbar machen II. Renningen-Malmsheim: Expert Verlag, 2002

[54] *Heißing, B.*: Vorlesung „Dynamik der Straßenfahrzeuge“. Manuskript zur Vorlesung, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik de TU München. 2006